Il Nuovo cimento

Società italiana di fisica

IL NUOVO CIMENTO

ANNO XL

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO DA

C. MATTEUCCI e R. PIRIA

PER LA FISICA E LA CHIMICA

CONTINUATO DA

R. FELICI

A. BATTELLI — V. VOLTERRA

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

colla collaborazione dei professori:

A. BARTORELLI — E. CRESCINI — G. FAÈ — A. STEFANINI

TERZA SERIE

Tomo 35. — Gennaio 1894.

PISA

DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI

Diretta da P. Salvioni

1894.

ENRICO RODOLFO HERTZ

> Mir wenigstens erscheinen die beschriebenen Versuche in hohem Grade geeignet, Zweifel an der Identität von Licht, strahlender Wärme und electrodynamischer Wellenbewegung zu beseitigen.
>
> HERTZ. *Untersuchungen*, p. 196.

Dire di **Enrico Hertz**, apprezzare la portata della sua opera scientifica pochi giorni dopo che il geniale uomo è sceso nella tomba può sembrare cosa prematura; avviene degli uomini come lui, come delle montagne alte che solo da lungi è possibile abbracciarne l'immensità: il tempo è all'occhio dello spirito quello che lo spazio all'occhio materiale.

Il compito è anche più grave nel caso che ci occupa per ciò che Hertz non si intende, come pensatore, isolato: è l'intera opera di Faraday e di Maxwell che trova per mano d'Hertz il suo compimento, costituendo quasi un gigantesco sillogismo di cui quei primi pongono come le premesse e il terzo deduce la mirabile conclusione.

Ad ogni modo è dato anche a noi suoi contemporanei riandare le sue scoperte ed intenderne l'importanza; di più è un pietoso dovere, per chi ebbe la fortuna di conoscerlo da vicino, ricordare che in lui la bontà dell'uomo non era minore del genio dello scienziato.

***

Enrico Rodolfo Hertz nacque in Amburgo il 22 febbraio 1857 di ottima famiglia; il padre, che sopravvive al suo illustre figliuolo, fa presentemente parte del senato, suprema magistratura di quella repubblica. Trascorse Hertz i primi anni nella sua città natale e sostenne allo Johanneum l'esame di maturità; gli studi universitari compì negli anni 1876-80 in Monaco e Berlino, li chiuse laureandosi in quest'ultima università il 15 Marzo 1880. Il futuro grande sperimentatore presentava una tesi di interesse puramente teorico sulle correnti indotte nei conduttori che si muovono in presenza di magneti.

Dall'80 all'83 Hertz si trattenne a Berlino come assistente in quell'istituto di fisica e cominciò la sua carriera accademica a Kiel il 20 Aprile 1883 conseguendo la libera docenza.

Due anni dopo fu chiamato come professore ordinario alla scuola politecnica di Karlsruhe nel Baden e vi rimase dall'aprile 85 fino al principio dell'89: in Karlsruhe eseguì i suoi grandi lavori sulle oscillazioni elettriche.

Finalmente nel Gennaio 89 venne a Bonn, successore di Clausius.

Nei primi mesi dell'anno scorso egli infermò gravemente, la malattia era pericolosissima, un tumore all'orecchio: fu operato con esito felice e appena potè alzarsi di letto andò in Italia per ristabilirsi pienamente; stette qualche tempo in Liguria a Santa Margherita.

Nel semestre d'estate fece regolarmente le sue lezioni, e regolarmente le aveva ripigliate in autunno; pareva in buona salute, quando ai primi di Dicembre, si osservò in laboratorio che il professore discorrendo o lavorando portava spesso la mano dietro l'orecchio sinistro, dove era stato operato, il male si riproduceva.

Si mise a letto verso la metà del mese e per qualche giorno il suo stato parve stazionario, solo andava poco a poco perdendo le forze; a un tratto peggiorò, pare che l'infezione si fosse diffusa a tutta la massa del sangue: il primo giorno di quest'anno verso le quattro spirava.

***

Non è il caso di rammentare qui nemmeno di volo i lavori che occuparono Hertz fino all'87, quando cominciò quella splendida rapida serie di pubblicazioni a cui resterà legato il suo nome.

Ad una sola memoria del nostro autore voglio accennare, dell'84, e perchè fece al tempo suo un certo rumore e per l'interesse psicologico che vi è nel riconoscere come già da allora la direzione dei suoi studi fosse rivolta a quella teoria di cui le sue ricerche ulteriori dovevano esser la conferma trionfale.

Una calamita sposta una corrente mobile e reciprocamente una corrente tende a muovere un magnete: se ne può dedurre che due correnti agiranno l'una sull'altra, ma in realtà la conclusione non segue immediatamente dalle premesse, è implicita l'ipotesi che vi sia « una sola specie di forza magnetica »; l'esperienza verifica la conclusione e quindi l'ipotesi da cui essa dipende.

Dalla forza magnetica passiamo all'elettrica; questa può avere un'origine elettrica, ma può anche nascere da una variazione di magnetizzazione (da una corrente di polarizzazione magnetica), le sue proprietà saranno nei due casi le stesse? Hertz studia la questione teoricamente e trattando un esempio opportuno dimostra che la sola teoria di Maxwell prevede « l'unità della forza elettrica ».

È in questa nota che egli pubblicò per la prima volta le equazioni del campo elettromagnetico sotto una forma nuova, che impiegò sempre nei suoi lavori teorici, miracolo di eleganza e di simmetria.

Nell'autunno del 1886 in Karlsruhe, disponendo per impiegarle in lezione due spirali di Knochenhauer gli cadde casualmente sott'occhio il fatto delle scintille secondarie (Nebenfunken); era quello, come si esprime egli stesso, il tenue filo da cui doveva dipendere la riuscita della sua intrapresa.

In un primo lavoro egli mostrava come fosse possibile produrre delle oscillazioni elettriche molto più rapide di quelle ottenute prima di lui con la scarica dei condensatori ($T = 1{,}26$

centomilionesimi di secondo); faceva vedere come si potessero tali oscillazioni comodamente osservare, descrivere infine i primi fenomeni di risonanza.

Nell'eseguire queste esperienze gli venne fatto di riconoscere l'azione mutua di due scintille, che egli seppe ricondurre ad un'influenza dei raggi ultravioletti, argomento studiato poi accuratamente da altri fisici, in Italia dal prof. Righi.

Intraprese quindi per mezzo di un « risonatore » lo studio del campo prodotto da una corrente oscillante rettilinea; è un caso che egli trattò teoricamente in un lavoro successivo: qui dava una prima prova del fatto che la velocità di propagazione della forza elettrica nell'aria è finita.

Ora la teoria di Maxwell assegna appunto alle forze elettromagnetiche una velocità di propagazione finita, quella della luce, la stessa teoria fa dipendere l'esistenza della forza elettrica nei dielettrici da particolari distribuzioni di elettricità a cui assegna le stesse azioni induttrici delle correnti di condizione. È possibile provare l'esistenza di tali correnti di polarizzazione? Hertz rispose a questa domanda con esperienze semplici e decisive, mostrando come in opportune condizioni l'azione di una massa sottoposta ad induzione è la stessa, sia la sostanza dielettrica o conduttrice.

Provata così l'ipotesi fondamentale della teoria e quindi rinforzata la probabilità di una velocità di propagazione finita, resta a determinare questa velocità. Ciò fece Hertz producendo delle oscillazioni in un filo conduttore, e studiando i fenomeni d'interferenza dovuti alla sovrapposizione delle perturbazioni che si trasmettono lungo il filo a quelle che vanno direttamente attraverso l'aria: la velocità trovata è 280.000 chilometri per secondo, estremamente prossima a quella della luce.

Data la velocità finita e data la durata di vibrazione dei circuiti primarii di Hertz si intravede la possibilità di ottenere delle vere onde nell'aria, analoghe a quelle che costituiscono la luce.

Ancora una volta Hertz seppe mostrare che la teoria aveva preveduto esattamente i fatti. Egli produsse delle onde stazionarie facendo riflettere normalmente le perturbazioni dovute al suo eccitatore da una parete metallica; ne pose in luce i nodi e

i ventri trasportando in differenti posizioni un risonatore; dedusse dalle sue osservazioni la lunghezza d' onda (9,6 metri).

Sono esperienze che avevano nell'acustica il loro analogo in alcune vecchie ricerche di Savart, ed hanno trovato recentemente una riproduzione nell'ottica, nel bel lavoro di Otto Wiener « *Über stehende Lichtwellen* ». Le onde elettriche secondo Maxwell sono accompagnate da onde magnetiche; se l'onda è progressiva la forza magnetica è in massimo dove e quando la forza elettrica lo è, se l'onda è stazionaria le due forze si comportano in modo differente: i nodi elettrici sono ventri magnetici e reciprocamente. Hertz pensò di collocare il risonatore in modo che l'azione della forza elettrica fosse nulla, quella della forza magnetica no; trovò che i nodi adesso stavano dove prima aveva osservato i ventri e viceversa.

Le onde usate fin qui erano troppo lunghe perchè fosse possibile tentare con esse le più comuni esperienze dell' ottica; ma la teoria indica il mezzo di ottenere delle onde più brevi: si riducano le dimensioni dell' eccitatore, si riduce la sua durata di vibrazione e quindi l' onda che è prodotta nell' aria; circuiti di dimensioni molecolari darebbero origine ad onde di lunghezza comparabile con quella delle onde visibili. In pratica però non tutte le forme di primario sono appropriate, perchè è facile andare incontro all'inconveniente che lo smorzamento dell' oscillazione cresce enormemente.

Pure ad Hertz riuscì di trovare una forma di primario per la quale è piccolo lo smorzamento e l' onda è di 66 cm.

Con questo apparecchio eseguì le esperienze che son descritte nella memoria « *Über Strahlen electrischer Kraff* », la conclusione ne è che fra un raggio di forza elettrica quale egli l' ottenne e un raggio di luce polarizzata rettilinea la differenza non è che quantitativa, dovuta alla lunghezza d' onda che per la luce è tanto più piccola.

L'impressione che queste esperienze produssero, il plauso che esse ottennero fu immenso, bisogna per trovare qualche cosa di simile nella storia della scienza, tornare in dietro di 90 anni, ai tempi in cui Volta creava la prima corrente elettrica.

I risultati ottenuti, il loro significato e la loro importanza

riassunse Hertz in una comunicazione « *Sulle relazioni fra luce ed elettricità* » da lui fatta alla società dei medici e naturalisti tedeschi in Heidelberg.

La straordinaria attività nello sperimentare da lui spiegata negli anni 1887-88 non lo distolse dai suoi prediletti studi teorici, ne sono una prova il lavoro pubblicato nel frattempo sulla teoria delle oscillazioni e quelli dedicati ad una nuova esposizione delle idee di Maxwell.

Di questi ultimi è notevole il procedimento, in certo modo inverso di quello del Maxwell; Hertz assume per definizione le equazioni del campo e l'espressione dell'energia, e con opportune convenzioni ne deduce le leggi principali dell'elettricità e dell'ottica.

Di Hertz si pubblicherà in breve un lavoro postumo di cui è facile prevedere l'importanza, risultato dell'attività di questi ultimi anni e forse delle meditazioni di tutta la sua vita: si intitolerà: « *Die Prinzipien der Mechanik* ». Saranno all'incirca venti fogli di stampa, un volume come quello delle *Untersuchungen* a un dipresso.

Pochi giorni prima di mettersi a letto aveva inviato il manoscritto completo all'editore A. Barth di Lipsia; durante la sua malattia, (sapeva di morire), ebbe frequenti lunghe conferenze col suo assistente attuale dott. F. Lenard, a cui ha lasciato l'incarico di curare la stampa; il libro verrà pubblicato a marzo probabilmente.

Pochi uomini hanno riunito come Hertz la perfetta conoscenza della teoria all'abilità nello sperimentare, pochi hanno inteso come lui che se il concetto teorico può guidare la ricerca, l'ultima parola deve in ogni caso restare all'esperienza.

Egli stesso in quella sua mirabile ricostruzione della teoria di Maxwell faceva risaltare la necessità di condurre le formole quanto più possibile vicine ai fatti, e dava come principale vantaggio della sua esposizione l'avere introdotto nelle equazioni la forza elettrica invece del potenziale vettore, vale a dire qual-

che cosa di misurabile, di fisico in luogo di un' astrazione puramente matematica.

Discepolo di Helmholtz gli espresse in più luoghi delle *Untersuchungen* la sua riconoscenza e intitolò a lui il suo libro, che del lungo studio fatto dall' autore dei lavori dell' Helmholtz offre tante traccie.

***

Fu Enrico Hertz di non alta statura, di aspetto gracile, quasi sofferente; avea barba foltissima rossastra e la portava intera, bello il naso, un po' grande, altissima la fronte.

Parlava rapidissimamente con voce bella ma monotona.

Inclinato per natura allo scherzo la sua conversazione e spesso le sue lezioni erano uno scoppiettìo continuo di frizzi.

Chi ha avuto occasione di parlargli o anche solamente di scrivergli sa quanta fosse la bontà e la modestia di quest'uomo; non è meraviglia quindi che dai conoscenti e dai suoi studenti fosse idolatrato.

Sulla sua tomba si è preconizzata l' immortalità all' opera sua, si è parlato degli onori che egli ricevette, delle Accademie che lo elessero socio, dei premi che gli furono conferiti; a me il vecchio meccanico dell' istituto di fisica di Bonn diceva piangendo che non aveva conosciuto un uomo migliore.

A. Garbasso.

Bonn am Rhein, 18 gennaio 1894.

SU ALCUNE DISPOSIZIONI SPERIMENTALI PER LA DIMOSTRAZIONE E LO STUDIO DELLE ONDULAZIONI ELETTRICHE DI *HERTZ*; DI AUGUSTO RIGHI.

I. Esperienze da lezione.

Volendo mostrare in lezione le principali esperienze di Hertz, mi proposi di rendere facilmente visibili a distanza lo scintille del risonatore circolare senza ricorrere ai molti artifici ideati per rendere indirettamente manifesta l'esistenza delle sue oscillazioni, quali l'uso del bolometro (Rubens e Ritter), l'uso di pile termoelettriche (Klemencic), quello della rana galvanica (Ritter), quello dell'elettroscopio e della pila (Boltzmann, Wiechert), il metodo basato sulla dilatazione termica del risonatore (Gregory), il metodo dell' elettrometro a due quadranti (Bjerknes), il metodo del tubo di Geissler con pila ausiliaria (Zehnder) ecc.

Raggiunsi lo scopo, adoperando una macchina ad influenza anzichè il rocchetto, per eccitare l'oscillatore, facendo scoccare la scintilla di questo entro un liquido isolante, e unendo al risonatore un tubo di Geissler.

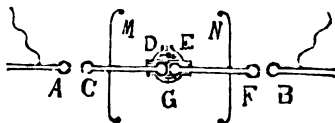
a) *Uso della macchina elettrica nelle esperienze di Hertz.*

Già il Toepler [1]) adoperò le sue macchine ad influenza per le esperienze sulle ondulazioni elettriche di Hertz. A tal uopo dispose gli apparecchi in uno dei seguenti modi. O i due conduttori costituenti l' oscillatore comunicano coi conduttori della macchina per mezzo di forti resistenze (tubi con liquido), oppure essi sono uniti metallicamente alle armature esterne di due condensatori, di cui le armature interne, sono in comunicazione coi conduttori della macchina. Nel primo caso fra le due sfere affacciate dell' oscillatore si forma una rapidissima serie di scintille oscillanti; nel secondo le scintille stesse sono determinate dalle scariche che si formano fra gli elettrodi della macchina opportu-

1) *Wied. Ann.* t. 46, p. 306, 464, 642, (1892).

namente accostati, e le oscillazioni proprie dell'oscillatore si sovrappongono a quelle dei condensatori [1]).

A queste due disposizioni trovai nel caso mio preferibile di molto la seguente.

Due aste di ottone A e B terminate da palline di 4 cm. di diametro comunicano conduttori della macchina d'Holtz (capace di dare scintille di 30 cm.) per mezzo di grossi fili metallici. Fra A e B è posto l'oscillatore CF, che sarà descritto più avanti, e del quale D ed E sono le palline fra le quali deve formarsi la scintilla. L'oscillatore termina esternamente con palline C e F di 4 cm. che distano di 3 o 4 cm. dalle palline colle quali terminano le aste A e B. Quando la macchina è in azione si hanno scintille simultaneamente in AC, FB e DE, ed un risonatore di conveniente periodo vibratorio è facilmente eccitato a distanza per opera delle scariche oscillanti che si formano attraverso la scintilla DE. L'effetto cresce allungando le due scintille esterne, purchè non si oltrepassi una certa lunghezza oltre la quale esse, da bianche e vive che erano, tendono a diventare deboli e violette.

b) Descrizione dell'oscillatore.

Dopo varie modificazioni adottai per l'oscillatore la forma seguente.

Due tubi d'ottone (grossi circa 1 cm.) posti orizzontalmente l'uno in prolungamento dell'altro terminano con palline d'ottone C, D, E, F di 4 cm. di diametro. La lunghezza totale CF dell'apparecchio è circa 72 cm. Sui due tubi possono scorrere due dischi di rame M, N, perpendicolari all'asse dei tubi e di 24,5 centimetri di diametro. D'ordinario furono tenuti a circa 43 cm. di distanza l'uno dall'altro. La forma dell'oscillatore è dunque di rivoluzione intorno ad un asse, come quella dell'oscillatore

1) Oetingen, *Wied. Ann.* t. 34, p. 570 (1888).

adoperato da Bjerknes [1]). Le estremità centrali dei due tubi di ottone trovansi rinchiuse in un recipiente di grosso vetro (sfera di circa 11 cm. di diametro) avente, oltre che le aperture per le quali penetrano i tubi, anche un' apertura superiore. In questo recipiente si pone un liquido isolante, come hanno insegnato Sarasin e De la Rive [2]).

Però, invece di adoperare l' olio comune, ho trovato vantaggioso far uso dell' olio di vasellina, specialmente poi se viene reso spesso sciogliendovi della vasellina, sinchè sia appena possibile travasarlo. L'effetto che si ottiene è di gran lunga più potente, che se la scintilla fra D ed E scocca nell' aria. Questo effetto è massimo per una certa distanza (3 a 5 mm.) fra le palline D ed E, che si determina a tentativi.

L' oscillatore così costruito, oltre che dare degli effetti poderosi, seguita a funzionar bene anche per un tempo lunghissimo, senza che occorra pulire le palline. Direi anzi quasi che funziona meglio quando dopo un certo tempo, per la decomposizione termica che il liquido subisce, questo è divenuto nero come inchiostro, ed uno strato nero abbondante si è depositato sulla parete interna del recipiente e sulle palline.

c) *Il risonatore.*

È simile a quello circolare di Hertz, ma ha in più un tubo di Geissler lungo circa 15 cm. scelto fra varî della stessa lunghezza. Esso è formato con un filo di rame di circa 2 mm. di diametro piegato a cerchio di 57 cm. di diametro. Questo filo non occupa tutta la circonferenza di tal cerchio, giacchè ad una porzione di questa corrisponde il tubo di Geissler, i cui poli sono uniti alle estremità del filo.

Tubi di Geissler in modo simile furono adoperati già da Dragoumis [3]), il quale giunse a ottenere indizio di oscillazioni nel risonatore posto a 3 o 4 metri dall' oscillatore. Era dunque sperabile che potessi ottenere effetti assai superiori adoperando l' oscillatore a liquido e la macchina elettrica.

1) *Wied. Ann.* t. 44, p. 74 (1891).
2) *Comp. Rend.* t. CXV, p. 439 (1892).
3) Nature, t. XXXIX, p. 548 (1889).

La lunghezza d'onda pel mio risonatore è di circa $4^m,10$.

Ho adoperato anche un risonatore costituito da un tubo chiuso piegato a circolo e contenente aria rarefatta (pressione $0^{mm},0086$). Esso si illumina vivamente, sia quando è orientato in guisa da essere eccitato dalla forza elettrica, sia quando subisce l'azione della forza magnetica, sino a circa un metro di distanza dall'oscillatore. Il risonatore a tubo di Geissler si rende invece visibile in tutta la scuola anche ad oltre 6 metri di distanza [1]). Ho dunque adoperato questo per le esperienze d'interferenza, e quello a gas rarefatto solo per mostrare l'effetto nelle varie orientazioni che si possono dare al risonatore.

d) *Esperienze.*

Cogli apparecchi descritti si mostrano facilmente all'uditorio i nodi e ventri fissi ottenuti per riflessione su una lastra verticale di zinco di 4 metri quadrati, posta a 5 metri dall'oscillatore, tanto se si sposta il risonatore fra l'oscillatore e la lastra tenendolo col suo piano parallelo al piano verticale che passa per l'asse dell'oscillatore e col tubo di Geissler in basso od in alto, nel qual caso è la forza elettrica che produce l'effetto, quanto se lo si sposta tenendolo orizzontale e col diametro passante pel tubo di Geissler parallelo all'asse dell'oscillatore, nel qual caso si ottiene l'effetto della forza magnetica.

L'illuminazione del risonatore è ancora più brillante, se lo si adopera per mostrare le onde propagate in un filo.

Un filo di rame lungo 6 metri è perciò teso orizzontalmente fra colonne isolanti, e da una sua estremità parte un filo di rame di due metri che termina in una lastrina di zinco di 100 c. q. posta in vicinanza di uno dei dischi dell'oscillatore. I nodi e ventri fissi che si formano per la riflessione delle onde all'estremità isolata, si rendono visibili spostando il risonatore lungo il filo. Lo si può esporre all'azione della sola forza magnetica, tenendolo nel piano del filo e col tubo di Geissler o nel punto più vicino o in quello più lontano al filo stesso; oppure si può far agire la sola forza elettrica, tenendolo in un piano perpendicolare al filo,

1) Sostituendo alla macchina elettrica un rocchetto di Ruhmkorff che dava scintille di 25 cm. di lunghezza, il risonatore anzichè mostrarsi luminoso sino a 6 metri, si spegneva già a meno di un metro dall'oscillatore.

in modo che il diametro passante pel tubo di Geissler sia perpendicolare al diametro che prolungato incontra il filo. Un artificio facile ad immaginare mantiene costante, durante lo spostamento del risonatore, la distanza fra il suo centro ed il filo.

II. Oscillazioni elettriche di piccola lunghezza d'onda.

Sono giunto ad ottenere delle oscillazioni, la cui lunghezza d'onda è molto più piccola di quella delle oscillazioni finora ottenute dai fisici. L'oscillatore si riduce in questo caso a due sfere d'ottone fra le quali scoccano le scintille, ed il risonatore è a scintilla, come quello originario di Hertz. Non si tratta dunque più di esperienze da lezione, ma di apparecchi di studio.

Le più brevi onde che ho ottenuto sono di 7 centimetri e mezzo di lunghezza. Con esse ho potuto dunque ripetere le esperienze di Hertz sui raggi di forza elettrica e quelle fatte dopo da altri, con riflettori, lenti, prismi ed altri apparecchi aventi dimensioni poco superiori agli apparecchi dell'ottica ordinaria.

Oltre alla riflessione su metalli, alla rifrazione in un prisma ed in una lente cilindrica, ho potuto ottenere i principali fenomeni di diffrazione, l'interferenza fra raggi diretti, e riflessi da una lastra (simile all'esperienza dell'interferenza ottica con un solo specchio), la riflessione totale data da un prisma rettangolo, ecc. Siccome poi quando l'oscillatore ed il risonatore sono muniti di riflettori parabolici, si può fra essi interporre un diaframma metallico avente un apertura di pochi centimetri, senza che cessino le scintille al risonatore, così ho potuto studiare anche l'assorbimento che lastre solide diverse o strati liquidi producono sulle radiazioni elettriche.

Con questi apparecchi a breve lunghezza d'onda la distanza alla quale possono trovarsi l'uno dall'altro il risonatore e l'oscillatore, senza che cessino nel primo le scintille, è relativamente considerevole.

Infatti, con risonatore e oscillatore senza riflettori, le scintille nel risonatore sono visibili sino a quasi un metro di distanza. Munendo di riflettore parabolico l'oscillatore, si può portare il risonatore notevolmente più lontano, e se anch'esso è nel fuoco

di uno specchio parabolico, si veggono le scintille sino a oltre 6 metri.

Con apparecchi un poco più grandi, che forniscono oscillazioni di lunghezza d'onda 20 centimetri, si vede la scintilla sino a oltre 3 metri di distanza. Munendo l'oscillatore di riflettore, le scintille si veggono anche a 7 metri di distanza, e se anche il risonatore ha lo specchio parabolico, esso mostra scintille nettamente visibili anche stando a 25 metri dall'oscillatore.

Riservo ad una pubblicazione più estesa la descrizione dei nuovi apparecchi e delle numerose esperienze che con essi ho potuto eseguire.

DI UN CARATTERE DI RECIPROCITÀ PROPRIO DELLA LUCE RIFLESSA DAI MEZZI CRISTALLINI; PER G. BASSO.

Il *Journal de Physique* di Parigi nel fascicolo dell'agosto 1891 contiene un pregevole lavoro del sig. A. Potier, intitolato: *Sur le principe du retour des rayons et la réflexion cristalline.* L'Autore vi dimostra che le formole stabilite da Mac Cullagh per la riflessione della luce alla superficie dei mezzi anisotropi conducono al corollario seguente: se un raggio luminoso, polarizzato rettilineamente, giunge sulla faccia di un cristallo sotto un dato angolo d'incidenza e con un certo azimut di polarizzazione, il raggio riflesso che ne risulta ha tale intensità ed è polarizzato sensibilmente in tal piano che, quando, restando inalterate tutte le altre condizioni, si invertisse il verso in cui cammina la luce, la nuova riflessione si opererebbe in modo che il nuovo raggio riflesso (la cui direzione ora coinciderebbe con quella del primo raggio incidente) conserverebbe la stessa intensità e lo stesso azimut di polarizzazione che aveva il primo raggio riflesso.

Questa proposizione ha una certa importanza, siccome quella che stabilisce che l'orientazione degli assi di elasticità ottica rispetto al senso in cui cammina la luce non ha influenza sul potere riflettente dei cristalli e non modifica lo stato di polariz-

zazione della luce riflessa. Perciò non parmi inutile il dimostrare come allo stesso principio si possa pur giungere, e forse in modo più diretto, se si parte da certe relazioni da me trovate ed esposte in un mio studio [1]) sulla riflessione cristallina.

Per la più chiara intelligenza della questione giova che io qui ricordi brevissimamente i concetti fondamentali che allora mi furono di guida nello stabilire le menzionate relazioni.

Un raggio luminoso polarizzato rettilineamente, d'intensità *uno*, dopo aver attraversato un mezzo isotropo qualunque, come l'aria, incontri la superficie di un mezzo anisotropo, quale sarebbe una faccia di sfaldatura o tagliata artificialmente di un cristallo birifrangente uniasse, ed in modo che determini un angolo i d'incidenza e che il suo piano di polarizzazione faccia un certo angolo θ col piano d'incidenza.

Questo raggio incidente darà luogo ad un raggio riflesso, sensibilmente polarizzato in un piano che farà un certo angolo ψ col piano d'incidenza ed a due raggi birifratti, dei quali è nota la condizione di polarizzazione e le cui direzioni sappiamo in ogni caso determinare applicando la solita costruzione dell'ellissoide di Huyghens.

Chiaminsi rispettivamente r e ρ gli angoli di rifràzione per il raggio ordinario e per lo straordinario, ω l'angolo che quest'ultimo fa colla normale al proprio elemento d'onda e λ l'angolo che quest'onda elementare straordinaria fa colla faccia rifrangente del cristallo.

Il principio della *conservazione dell'energia luminosa,* quando si assuma a guida la teoria elettromagnetica della luce, può fornire una prima equazione fondamentale; a questa ho dimostrato nel mio lavoro precedentemente menzionato potersi giungere nel modo seguente.

Sulla faccia del cristallo, presso il punto d'incidenza, prendasi una porzione di area σ piccolissima e la si consideri come base comune di quattro fascetti luminosi, aventi le direzioni dei quattro raggi, incidente, riflesso, rifratto ordinario e rifratto straordinario. Limitando le lunghezze dei quattro fascetti in

1) *Fenomeni di riflessione cristallina interpretati secondo la teoria elettromagnetica della luce,* "Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino", vol. XX.

modo che esse siano egnali alle rispettive lunghezze d'onda L, L, L_1, L_2, ne risultano quattro prismi, per ciascuno dei quali si deve esprimere il potenziale elettrodinamico, il quale rappresenta appunto l'intensità luminosa corrispondente. Nello stesso mio lavoro ho dimostrato, che designando con T la durata della perturbazione od oscillazione elettrica, i detti potenziali elettrodinamici possono venire rispettivamente espressi da:

$$Q\frac{T^2\sigma\cos i}{4\pi L}\ ,\quad Q\frac{T^2\sigma\cos i}{4\pi L}V^2\ ,\quad Q\frac{T^2\sigma\cos r}{4\pi L_1}u_1^2\ ,\quad Q\frac{T^2\sigma\cos\lambda}{4\pi L_2\cos\omega}u_2^2\ .$$

Qui V, u_1, u_2 sono i *flussi* elettrici proprii della luce riflessa e delle luci rifratte ordinaria o straordinaria, assumendo come unità il flusso elettrico relativo alla luce incidente e l'espressione di Q è definita dalla relazione:

$$\int_0^1 dz\ \text{sen}^2\,(Tz-t)=2\,Q\,.$$

Ora se si tien conto delle note relazioni fra le lunghezze d'onda L, L_1, L_2 e si scrive che la quantità di luce che costituisce il raggio incidente si suddivide integralmente nel raggio riflesso e nei due rifratti, si perviene ad una equazione che può essere messa sotto la forma:

$$\text{(1)}\qquad V^2+\frac{\text{tang}\,i}{\text{tang}\,r}u_1^2+\frac{\text{tang}\,i}{\text{tang}\,\lambda\cos\omega}u_2^2=1\ .$$

Le condizioni in cui avviene il duplice fenomeno della riflessione e della rifrazione cristallina riescono completamente determinate, nella questione di cui qui si tratta, quando alla equazione (1) si uniscano le seguenti tre equazioni, quali io dedussi dal *principio di continuità* inteso nel senso che gli viene attribuito nella teoria Maxwelliana:

$$\text{(2)}\qquad \text{sen}\,\theta+V\,\text{sen}\,\psi=u_2\frac{\cos\rho}{\cos i}$$

$$\text{(3)}\qquad \cos\theta+V\cos\psi+u_1+0$$

$$\text{(4)}\qquad \cos\theta-V\cos\psi+u_1\frac{\text{tang}\,i}{\text{tang}\,r}=0\,.$$

Operazioni algebriche semplicissime bastano a darci, in funzione di i e θ, che fissano la direzione e lo stato di polarizzazione della luce incidente, così i valori di u_1 e u_2, da cui direttamente dipendono le intensità dei due raggi birifratti, come quelli di V e di ψ che determinano l'intensità e lo stato di polarizzazione del raggio riflesso. Ricordisi che gli angoli r, ρ, λ, ω si possono, in ogni caso, applicando le note leggi della doppia rifrazione, esprimere per mezzo di i e delle costanti ottiche del cristallo.

Innanzi tutto, dalle precedenti equazioni si ricavano le seguenti espressioni di u_1 e u_2:

$$u_1 = -\frac{2\cos\theta \operatorname{tang} r}{\operatorname{tang} i + \operatorname{tang} r} \tag{5}$$

$$u_2 = \frac{2\cos i \cos\rho \operatorname{tang}\lambda \cos\omega \operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen} i \cos i + \cos^2\rho \operatorname{tang}\lambda \cos\omega} \tag{6}$$

E, per ciò che riguarda la luce riflessa, dalle stesse equazioni si ottiene:

$$V^2 = 1 + u_1^2 + 2u_1\cos\theta + u_2^2\frac{\cos^2\rho}{\cos^2 i} - 2u_2\frac{\cos\rho \operatorname{sen}\theta}{\cos i} \tag{7}$$

$$\operatorname{tang}\psi = -\frac{u_2\cos r - \cos i \operatorname{sen}\theta}{u_1\cos i + \cos i\cos\theta} \tag{8}$$

nella quale ultima espressione di tang ψ si potrebbero sostituire a u_1, u_2 i valori dati dalle (5) e (6).

Si può quindi incidentalmente procedere ad una verificazione delle formole (7) e (8), delle quali la prima dà l'intensità V^2 del raggio riflesso e la seconda dà l'azimut di polarizzazione del raggio stesso. Basta cercare come esse si trasformino nel caso in cui il mezzo riflettente diventa isotropo, cioè quando si abbia:

$$\omega = 0, \qquad \lambda = \rho = r.$$

Perciò si osservi che se nel secondo membro dell'equazione (7) si sostituisce al primo termine 1 il binomio $\cos^2\theta + \operatorname{sen}^2\theta$, la stessa equazione può prendere la forma:

$$V^2 = (\cos\theta + u_1)^2 + \left(\operatorname{sen}\theta - u_2 \frac{\cos r}{\cos i}\right)^2.$$

Ma, ricorrendo alla (5), si ha:

$$\cos\theta + u_1 = \cos\theta - \frac{2\cos i \operatorname{sen} r \cos\theta}{\operatorname{sen} i \cos r + \cos i \operatorname{sen} r} = \cos\theta \frac{\operatorname{sen}(i-r)}{\operatorname{sen}(i+r)};$$

e, ricorrendo alla (6), se ne ottiene:

$$\operatorname{sen}\theta - u_2 \frac{\cos r}{\cos i} = \operatorname{sen}\theta - \frac{2\operatorname{sen} r \cos r \operatorname{sen}\theta}{\cos i \operatorname{sen} i + \cos r \operatorname{sen} r} = \operatorname{sen}\theta \frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}$$

Quindi sostituendo:

$$V^2 = \cos^2\theta \frac{\operatorname{sen}^2(i-r)}{\operatorname{sen}^2(i+r)} + \operatorname{sen}^2\theta \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)},$$

che è la nota espressione, ottenuta da Fresnel, dell'intensità della luce riflessa da mezzi isotropi.

Venendo ora alla (8), nella quale facciasi pure:

$$\omega = 0, \qquad \lambda = \rho = r$$

e per conseguenza:

$$u_2 = \frac{2\cos i \operatorname{sen} r \operatorname{sen}\theta}{\cos i \operatorname{sen} i + \cos r \operatorname{sen} r},$$

il numeratore $u_2 \cos r - \cos i \operatorname{sen}\theta$ diventa eguale a:

$$\operatorname{sen}\theta \cos i \frac{\operatorname{tang}(r-i)}{\operatorname{tang}(r+i)},$$

ed il denominatore $u_1 \cos i + \cos i \cos\theta$ si riduce a:

$$\cos\theta \cos i \frac{\operatorname{sen}(i-r)}{\operatorname{sen}(i+r)}.$$

Cosicchè si avrà:

$$\operatorname{tang}\psi = -\operatorname{tang}\theta \frac{\dfrac{\operatorname{tang}(r-i)}{\operatorname{tang}(r+i)}}{\dfrac{\operatorname{sen}(i-r)}{\operatorname{sen}(i+r)}} = \operatorname{tang}\theta \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}$$

il che, com'è noto, esprime la legge, alla quale conduce la teoria Fresneliana, dello spostamento del piano di polarizzazione dovuto alla riflessione sulla superficie dei mezzi isotropi.

Ritornando per ultimo alle espressioni più generali (7) e (8) queste servono immediatamente a render palese il carattere di reciprocità la cui dimostrazione è l'oggetto di questa Nota. Basta per ciò osservare come esso si modificano quando si faccia giungere sulla faccia del cristallo, nella direzione che prima aveva il raggio riflesso, un nuovo raggio avente la stessa intensità del raggio incidente primitivo e polarizzato nello stesso azimut di quest'ultimo. Ciò equivale a porre nelle formole precedenti $-i$ al posto di i lasciando inalterato il θ. Allora è chiaro che cambiano di segno r, ρ e λ, mentre resta inalterato ω. Dalla ispezione delle (5) e (6) si scorge che le u_1 ed u_2 non subiscono modificazione, nè in valore assoluto, nè in segno; quindi risulta dalle (7) e (8) che, come volevasi dimostrare, rimangono inalterate le V e ψ, le quali determinano rispettivamente l'intensità e l'azimut di polarizzazione della luce riflessa.

INTORNO ALL'ASSORBIMENTO DELLA LUCE NEL PLATINO A DIVERSE TEMPERATURE; NOTA DEL DOTTORE G. B. RIZZO.

1. Le proprietà ottiche dei metalli alla temperatura ordinaria sono già state oggetto di numerose ricerche, ed è importante di conoscere come si comportano col variare della temperatura.

Il Kundt [1]) nelle sue determinazioni dell'indice di rifrazione dei metalli trovò che in questi la velocità della luce è proporzionale alla loro conducibilità elettrica e che, per uno stesso metallo, l'indice di rifrazione cresce col crescere della temperatura e d'altra parte il Drude [2]), misurando l'azimut e l'angolo principale di incidenza nell'argento e nel platino e nell'oro a diverse temperature, non vi osservò alcuna variazione.

Perciò mi parve utile di studiare direttamente l'assorbimento

1) A. Kundt, *Wied. Ann.* XXXVI, p. 824 (1889).
2) P. Drude, *Wied. Ann.* XXXIX, p. 54 (1890).

della luce in qualche metallo, in diverse condizioni di temperatura ed ho fatto queste esperienze nel laboratorio dell' Istituto di fisica della Università, aiutato dal consiglio e dalla benevolenza del prof. Naccari, che mi fornì tutti i mezzi per fare questo studio, e al quale mi è grato di esprimere qui la mia riconoscenza.

2. Ho ottenuto senza grandi difficoltà delle bellissime lamine trasparenti di oro, argento, platino, palladio, bismuto, rame e di ferro col metodo proposto dal Plücker [1], e seguìto poi dal Wright, dal Crookes, dal Kundt, dal Dudley e da altri.

Riscaldando queste lamine metalliche entro tubi di vetro chiusi alla lampada e pieni di azoto ad una tensione conveniente, si osservano i fenomeni seguenti. L'oro, nel riscaldarsi, diventa più trasparente e trasmette di preferenza una luce di color rosso porpora, anzi, qualche volta, assume un bellissimo gatteggiamento; e raffreddandosi non riprende più l'aspetto primitivo. Si ottenne il medesimo risultato riscaldando l'oro sopra una lamina di quarzo in una atmosfera di azoto e nell' aria e nell' anidride carbonica, e sembra perciò che nel riscaldare il metallo in uno strato così sottile vi si producano delle variazioni nella struttura molecolare. Una singolare variazione avviene anche nelle lamine di argento, le quali, quando sono scaldate, perdono la loro trasparenza e diventano di un color bianco-giallognolo.

Anche il ferro e il rame subiscono delle variazioni permanenti, quando si riscaldano in lamine sottili; il ferro prende un colore rossiccio e il rame un color bruno, e non saprei dire se si tratti semplicemente di una variazione nell'assetto molecolare, oppure se le variazioni di colore siano dovute ad un principio di ossidazione del metallo a contatto di un corpo ossigenato come il vetro o il quarzo, che venga ridotto; ma è più probabile la seconda ipotesi, perchè quando si volatilizza uno di questi metalli in un tubo, dal quale non siasi tolta completamente l'aria, il metallo assume il colore che prende scaldandolo. Il bismuto è troppo facilmente fusibile, e il palladio forma delle lamine che non sono abbastanza regolari, perchè presentano qua e là delle tracce di iridescenza, le quali diventano più notevoli quando cre-

1) I. Plücker, *Pogg. Ann.* CV, p. 67 (1858).

sce la temperatura. Solo il platino, fra i metalli che io ho esaminato, forma degli strati ben regolari ed omogenei, che conservano il medesimo aspetto anche dopo essere stati parecchie volte riscaldati e raffreddati, e perciò di questo solo metallo ho studiato l'assorbimento a diverse temperature.

3. Per diminuire le molteplici riflessioni della luce, che avvenivano facendo passare un fascio luminoso attraverso alle lamine metalliche deposte su cristallo e collocate entro tubi di vetro, e per poterle scaldare senza che fossero a contatto dell'aria, le lamine trasparenti di platino furono preparate nel modo seguente.

Si adopera una specie di tubo di Geissler, composto di due parti saldate insieme: una delle parti, che nell'apparecchio risulta la più bassa, consta di un bulbo cilindrico con un elettrodo di platino e di un piccolo tubo: a questo ne è saldato un altro che comunica con la macchina pneumatica e con un serbatoio di azoto puro, e poi vi si unisce per mezzo di un sottile tubetto l'altra parte che contiene l'elettrodo da volatilizzarsi. Questo elettrodo è soltanto scoperto dalla metà in giù e solo in questa parte può avvenire la volatilizzazione; l'altra parte rimane isolata in un filo cavo di vetro saldato nel bulbo insieme col platino.

Facendo il vuoto entro il tubo con la macchina pneumatica, poi lasciandovi entrare dell'azoto, e quindi rinnovando la rarefazione e così per tre o quattro volte si riesce facilmente ad ottenere nel tubo una tenuissima atmosfera di azoto. In queste condizioni, facendo comunicare l'elettrodo da volatilizzarsi col polo negativo di un rocchetto di Rumkorff, di grande modello, eccitato dalla corrente di sei coppie Bunsen, e l'altro elettrodo con l'altro polo, si produce tosto una copiosa volatilizzazione del platino nel tratto scoperto, e si depone sulla parete di vetro che gli sta contro un bellissimo strato trasparente di platino.

Dopo questo si lascia nuovamente entrare nel tubo una conveniente quantità di azoto, determinata dalla condizione che, alla temperatura, alla quale si vuole poi portare il tubo, il gas acquisti una tensione uguale alla pressione esterna, quindi si chiude il cannello alla fiamma, poi scaldando lentamente la saldatura dell'elettrodo di platino nel vetro, si fa deviare un poco lateralmente il filo, e il tubo di platino è preparato.

Per riscaldare queste lamine serve bene una piccola stufa

di terra refrattaria. Il tubo di vetro contenente lo strato di platino all'interno, si colloca fra due lamine piane di platino munite di due fenditure opposte, per lasciar passare un fascio di luce e poi si mette in un tubo di ferro. Fra l' involucro esterno della stufa e il tubo di ferro passa un tubo vuoto di ferro piegato ad elica che conduce del gas illuminante ed è munito di un gran numero di fori, dai quali escono delle fiammelle che sono dirette verso il tubo centrale e lo riscaldano. Questa piccola stufa è molto adatta a produrre delle elevate temperature, che si possono misurare con sufficiente approssimazione col metodo calorimetrico.

Lo spettroscopio adoperato per analizzare la luce trasmessa dal platino a diverse temperature è lo spettroscopio universale di Krüss [1]) usato col prisma semplice di flint pesante e con la doppia fenditura simmetrica; lo strumento può considerarsi come un fotometro di Vierordt e le determinazioni vennero fatte col metodo che dal medesimo prende il nome.

La luce che emana dalla sorgente luminosa attraversa secondo un piano diametrale il tubo, sul quale è deposto lo strato di platino di cui si vuol misurare il potere assorbente. e questo tubo è collocato a tale altezza che sulla metà più alta della fenditura dello spettroscopio cadono solo i raggi che hanno attraversato le pareti di vetro e sulla metà inferiore cadono i raggi che hanno anche attraversato il platino. Le due metà dello spettro saranno diversamente luminose e, se si modifica l' ampiezza delle due metà della fenditura, in modo che le due metà dello spettro abbiano la medesima intensità luminosa, il rapporto K fra l'ampiezza della fenditura alta e l' ampiezza della fenditura bassa serve a misurare il rapporto fra l'intensità della luce che ha attraversato il vetro dell' involucro e il platino, e l' intensità della luce che ha attraversato il solo vetro. Questa misura si può fare in tutte le regioni dello spettro e perciò si può determinare il potere assorbente del platino per le varie radiazioni luminose.

Le esperienze che qui sono riportate vennero fatte sopra una lamina ben regolare, la quale conservava l'aspetto primitivo an-

1) *Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch.*, XIX, p. 2739 (1886); E. u. G. Krüss, *Kolorimetrie und Quantitative Spectralanalyse*, p. 90 e segg.

che dopo parecchi riscaldamenti; trascurando quelle lamine, che dopo essere state riscaldate perdevano del loro splendore e manifestavano in qualche punto delle iridescenze, che probabilmente indicavano un difetto di coesione nello strato di platino o di adesione al sostegno di vetro. I seguenti risultati sono i valori medii ottenuti da cinque osservazioni fatte alternativamente alla temperatura ordinaria e alla temperatura di circa 490° nelle regioni indicate con le lettere C, D, E, F, G di Fraunhofer.

K	C	D	E	F	G
$t = 15°$	0.017	0.021	0.027	0.002	0.000
$t = 490°$	0.168	0.197	0.211	0.021	0.003

4. Si vede che la trasparenza del platino ad elevata temperatura è molto maggiore che alla temperatura ordinaria; ma per determinare con maggior precisione il potere assorbente del metallo è necessario tener conto della luce riflessa nei varii passaggi da un mezzo ad un altro.

La formola di Fresnel.

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

permette di calcolare la quantità di luce che viene riflessa, cadendo normalmente sopra una superficie diafana coll'indice di rifrazione n; e indicando per brevità con p' questa luce riflessa, la luce trasmessa dopo quattro riflessioni contro le due pareti del tubo di vetro si potrà esprimere per mezzo di:

$$(1 - p')^4$$

perchè nei limiti di approssimazione delle esperienze possiamo considerare come uguali i due indici di rifrazione del vetro rispetto all'aria esterna e rispetto all'azoto che riempie il tubo e possiamo trascurare le riflessioni secondarie.

È alquanto più complicata la determinazione della quantità di luce che viene riflessa alla superficie del platino, ma si può fare con sufficiente esattezza applicando i numerosi studi fatti sulla riflessione metallica.

Secondo il Drude [1]), l'intensità della luce che viene riflessa alla superficie di un metallo, che ha un indice di rifrazione n e un angolo di incidenza principale ϕ, si può esprimere con la formola

$$R = \frac{1 + S^2 - 2n}{1 + S^2 + 2n}$$

dove

$$S = \operatorname{sen} \phi \operatorname{tang} \phi.$$

L'angolo di incidenza principale per il platino disteso in lamine sottili sopra vetro è stato determinato dal Quincke [2]) per le linee C, D, E, F, G di Fraunhofer, e l'indice di rifrazione del platino è stato l'oggetto di numerose esperienze del Kundt, dello Shea e di altri. Le determinazioni dello Shea, che sono le più recenti e concordano bene con quelle del Kundt, dànno per l'indice di rifrazione del platino i seguenti valori:

Lunghezza d'onda:	(Li α) $0^{\mu}.67$	(D) $0^{\mu}.59$	(F) $0^{\mu}.49$	(G) $0^{\mu}.43$
Indice di rifrazione:	2.02	1.76	1.63	1.41.

Applicando questi valori al calcolo della formola di Briot, si può esprimere la dispersione del platino con la formola

$$\frac{1}{n^2} = 0.0580\,\lambda^2 + 0.0501 + 0.0801\,\frac{1}{\lambda^2}$$

che permette di calcolare per ogni lunghezza d'onda il corrispondente indice di rifrazione.

Da questi, che sono gli indici di rifrazione del platino rispetto all'aria, si possono ottenere gli indici rispetto al vetro; e gli angoli di incidenza principali da considerarsi nel passaggio fra il vetro e il platino si deducono col metodo di Voigt [3]) dai corrispondenti angoli misurati dal Quincke per il passaggio fra l'aria e il platino.

Nella tavola che segue sono contenuti i valori dell'indice di rifrazione del vetro (n') dell'indice di rifrazione del platino ri-

1) P. Drude, *Wied. Ann.* XXXIX, p. 481 (1890).
2) G. Quincke, *Pogg. Ann. Jub.*, p. 336 (1874).
3) W. Voigt, *Wied. Ann.* XXIII, p. 104 (1884).

spetto all'aria (n_a) e rispetto al vetro (n_v), i corrispondenti valori dell'angolo di incidenza principale (ϕ_a, ϕ_v) e la quantità di luce che viene trasmessa in una riflessione fra aria e vetro ($1-p'$), fra vetro e platino ($1-p''$) e fra platino e azoto ($1-p'''$).

$t = 15°$

λ	n'	n_a	n_v	ϕ_a	ϕ_v	$1-p'$	$1-p''$	$1-p'''$
(C) 0.656 μ	1.525	1.956	1.282	75°45'	69°38'	0.957	0.516	0.401
(D) 0.589	1.528	1.823	1.193	74 47	68 58	0.956	0.515	0.411
(E) 0.527	1;531	1.679	1.097	73 51	68 39	0.956	0.515	0.450
(F) 0.486	1.534	1.575	1.027	72 33	67 30	0.956	0.512	0.472
(G) 0.431	1.540	1.426	0.926	71 47	66 45	0·955	0.501	0.469

Il Kündt [1]) ha dimostrato che l'indice di rifrazione dei metalli cresce col crescere della temperatura, e dalle sue esperienze risulta che l'aumento, che l'indice di rifrazione del platino prende quando la temperatura cresce di un grado è espresso dal fattore 0,0027; e l'indice di rifrazione del vetro varia così poco col variare della temperatura [2]), che nei limiti dell'approssimazione colla quale qui viene espresso, rimane costante fino alla temperatura di 490°. Inoltre, secondo il Drude, l'angolo di incidenza principale rimane sensibilmente costante col crescere della temperatura e perciò, conservando le stesse notazioni adoperate per esprimere l'intensità della luce trasmessa nelle varie riflessioni alla temperatura ordinaria, si ha per la temperatura di 490 gradi.

1) A. Kundt, *Wied. Ann.*, XXXVI, p. 824 (1889).
2) G. Müller, *Publ. d. Astroph. Obs. z. Potsdam*, n. 16 (1885).

λ	n'	n_a	n_v	φ_a	φ_v	$1-p'$	$1-p''$	$1-p'''$
(C) $\overset{\mu}{0}.656$	1.525	4.470	2.951	75°45′	69°38′	0.957	0.889	0.730
(D) 0.589	1.528	4.166	2.723	74 47	68 58	0.956	0.882	0.742
(E) 0.527	1.531	3.823	2.497	73 51	68 39	0.956	0.856	0.778
(F) 0.486	1.534	3.595	2.343	72 33	67 30	0.956	0.880	0.826
(G) 0.431	1.540	3.255	2.114	71 47	66 45	0.955	0.862	0.822

Ora, se si prende per unità la quantità di luce che cade sul tubo, e si trascura la quantità di luce che viene assorbita dal vetro, la luce che cade sulla metà più alta della fenditura dello spettroscopio è espressa da:

$$(1-p')^4$$

e indicando ancora con $(1-p)$ la quantità di luce che viene trasmessa attraverso al doppio strato di platino, la luce che cade sulla metà più bassa della fenditura è espressa da:

$$(1-p)\,(1-p')^2\,(1-p'')^2\,(1-p''')^2$$

e si avrà

$$\frac{(1-p)\,(1-p')^2\,(1-p'')^2\,(1-p''')^2}{(1-p')^4}=\mathrm{K}$$

ossia

$$1-p=\mathrm{K}\,\frac{(1-p')^2}{(1-p'')^2\,(1-p''')^2}.$$

Indicando con σ il doppio spessore del platino attraversato, dalla luce, e con ε il coefficiente di estinzione, secondo Bunsen si ha:

$$\varepsilon=-\frac{\log(1-p)}{\sigma}$$

e trattandosi qui semplicemente di confrontare il potere assorbente di uno strato di platino in diverse condizioni di tempera-

tura, possiamo considerare quello spessore come uguale all'unità; e il valore trovato del coefficiente di estinzione sarà proporzionale al coefficiente vero. Si ha dunque:

λ	$t = 15^0$				$t = 490^0$				$\varepsilon_{15} - \varepsilon_{490}$
	$\frac{(1-p')^2}{(1-p'')^2(1-p''')^2}$	K	$1-p$	ε	$\frac{(1-p')^2}{(1-p'')^2(1-p''')^2}$	K	$1-p$	ε	
(C) μ 0,656	21,3	0,017	0,362	0,441	2,17	0,168	0,365	0,437	0,007
(D) 0,589	19,0	0,021	0,399	0,399	2,13	0,197	0,420	0,377	0,022
(E) 0,527	15,8	0,027	0,427	0,369	2,07	0,211	0,457	0,340	0,029
(F) 0,486	15,8	0,002	0,031	1,508	1,78	0,021	0,043	1,366	0,142
(G) 0,431	16,4	0,000	0,000	∞	1,81	0,003	0,005	2,300	

5. Il confronto dei coefficienti di estinzione del platino alle diverse temperature dimostra che il platino, il quale, sebbene in piccola parte, è trasparente per i raggi fra il rosso e il principio dell'azzurro, diventa più trasparente col crescere della temperatura, e che l'aumento di trasparenza è maggiore per i raggi più rifrangibili.

Questa variazione è puramente effetto dell'aumento della temperatura, e il metallo riprende l'aspetto e le proprietà primitive, quando ritorna alla temperatura ordinaria.

Se non è un fenomeno isolato, esso stabilisce una nuova correlazione fra l'elettricità e la luce: siccome aumenta, col crescere della temperatura, la resistenza elettrica di un conduttore, così cresce anche la sua trasparenza per la luce; mentre per i corpi diafani, col crescere della temperatura, diminuisce la resistenza elettrica e diminuisce anche la trasparenza.

RELAZIONE FRA LA TEMPERATURA DI GELO E QUELLA DEL MASSIMO DI DENSITÀ DELL'ACQUA CHE CONTIENE DISCIOLTI DEI SALI; RICERCHE SPERIMENTALI DEI DOTTORI SILVIO LUSSANA E GIOVANNI BOZZOLA.

(Largo sunto della Memoria pubblicata negli *Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*. T. IV, Ser. VII, 1892-93).

In questo lavoro si possono distinguere due parti.

Nella prima parte gli A. studiano la temperatura del massimo di densità dell' acqua distillata e quindi di alcune soluzioni saline. Usano il metodo del dilatometro e con operazioni preliminari viene determinato a più riprese, fra le temperature di 0° e 10° C. circa, pei 7 dilatometri di Geissler adoperati in queste ricerche il coefficiente di dilatazione colla precauzione di riempire i dilatometri nel vuoto per evitare di far bollire il mercurio nel dilatometro e garantirsi così dalle variazioni nella capacità: di più si determinano esattamente le capacità dei bulbi e le curve di graduazione dei cannelli divisi in millimetri per una lunghezza di 10 cm.; curve in cui un millimetro nelle ascisse corrisponde ad $\frac{1}{100}$ di divisione del cannello, mentre un millimetro nelle ordinate corrisponde ad $\frac{1}{100}$ di millimetro cubico.

Ciò fatto, le ricerche vengono eseguite in un ambiente la cui temperatura nel periodo delle esperienze varia da circa 2° a 5° C. I dilatometri sono posti in un vaso della capacità di circa 40 litri, riempito di acqua che si tiene continuamente agitata. Due termometri Baudin divisi in cinquantesimi di grado danno la temperatura del bagno e le letture vengono eseguite con un cannocchiale a piccola distanza focale di tale ingrandimento da permettere la lettura con sicurezza dei centesimi delle divisioni sul dilatometro e dei millesimi di grado sui termometri. Il riempimento dei dilatometri si fa introducendovi un lungo e sottile cannello di vetro che penetra nel bulbo e quindi versando il liquido nel bicchierino superiore del dilatometro. Prima di venire riempiti i dilatometri sono lavati con acqua distillata e quindi ripetutamente sciacquati con la soluzione che deve essere

studiata. I dilatometri per l'acqua distillata sono riempiti nel vuoto.

L'acqua adoperata è ottenuta con ripetute distillazioni: saggiata poi coi diversi reattivi indicati dalla chimica non presenta traccia alcuna di impurità e ne fu dapprincipio preparata una quantità sufficiente per tutte le esperienze da eseguirsi.

I sali, forniti in parte dal Tromsdorff ed in parte dal Kahlbaum, vengono per la maggior parte nuovamente cristallizzati prima di essere adoperati: però gli A. nei calcoli eseguiti riducono sempre il peso dei sali a quello che sarebbe, se i sali stessi fossero anidri.

Ecco l'andamento delle esperienze.

Per ciascuna soluzione studiata gli A. ne determinano il volume nell'intervallo di circa due gradi attorno alla temperatura del massimo di densità, procedendo possibilmente di decimo in decimo di grado; tra due successive determinazioni lasciano decorrere almeno un quarto d'ora, durante il quale tempo la temperatura si mantiene costante e l'acqua è agitata. Per ciascun dilatometro si fanno almeno due serie di osservazioni. Gli sperimentatori pongono nel bagno parecchi dilatometri con diverse soluzioni prese in modo da avere il massimo di densità presso a poco alla stessa temperatura: leggono i termometri, rilevano le posizioni dei liquidi nei cannelli e ripetono la lettura dei termometri, prendendo la media delle due letture se differiscono solo meno di tre o quattro millesimi di grado, scartando in caso contrario le osservazioni corrispondenti. Come temperatura dei dilatometri assumono la media di quelle lette sui due termometri; queste si trovano in sufficiente accordo, salendo la loro differenza a pochi millesimi di grado. La temperatura del massimo viene naturalmente dedotta dalla costruzione grafica dei volumi osservati alle diverse temperature.

Secondo le loro determinazioni, gli sperimentatori credono potere fissare la temperatura del massimo di densità dell'acqua a 4°,15, numero molto prossimo a quello dato dal Rossetti di 4°,12 e riuniscono nella tabella seguente i resultati ottenuti colle diverse soluzioni da loro studiate.

TABELLA I.

	M	t	d
	gr.		
Ba $(NO_3)_2$	3,3365	0°,52	1.028029
»	0,8403	3,34	007223
»	0,4189	3,68	003699
KNO_3	1,2942	2,06	008535
»	0,6404	3,08	004504
»	0,1640	3,94	000874
Pb $(NO_3)_2$	5,1603	0,42	044894
»	1,2873	3,24	011163
»	0,6457	3,72	005878
»	0,3243	3,90	002419
Na NO_3	1,0868	1,86	007493
»	0,5414	3,00	003901
»	0,2717	3,66	001709
»	0,1391	3,94	000366
Sr $(NO_3)_2$	2,6981	0,20	022551
»	0,6766	3,22	005430
»	0,3374	3,67	002794
Pt Cl_4	1,2900	3,50	007816
Co Cl_2	0,5526	3,28	004951
»	0,2777	3.90	002366
Ni Cl_2	0,5537	3,54	005099
»	0,2783	3,80	002223
Cd Br_2	0,8460	3,36	—
Sr I_2	0.8798	3,40	—
I_2 Cd I (NH_4)	1,9626	3,54	—

In questa tabella la prima colonna indica il sale disciolto; la seconda dà il numero di grammi (M) del sale anidro disciolto in 100 gr. di acqua; la terza dà la temperatura (t) del massimo di densità; la quarta dà il valore della densità (d) a questa temperatura.

Il fatto fondamentale che risulta dalla precedente tabella, in armonia coi resultati già ottenuti su altre soluzioni da Despretz [1]), dall'Erman [2]), dal Karsten [3]), dal Rossetti [4]), dal Fol-

1) *Ann. de Chimie et de Physik*, T. 70, 1839.
2) *Pogg. Ann.*, XII, 463; XLI, 72.
3) C. J. B. Karsten's, *Archiv.* XIX, 1. *Fortsch. d. Phys.* 1. 43, 1845.
4) Rossetti, *Atti del R. Istit. Ven.* 3. serie, vol. 13 e vol. 15.

gheraiter [1]) è che *la temperatura del massimo di densità nelle soluzioni acquose è più bassa che nell' acqua pura e che va tanto più abbassandosi quanto maggiore è la concentrazione.*

Da ricerche eseguite sulle soluzioni alcooliche però il Coppet [2]) infirma la generalità di questa legge e asserisce che *per deboli soluzioni non vi ha abbassamento, ma al contrario aumento della temperatura del massimo di elasticità.*

Gli A. osservano a questo proposito che queste conclusioni del Coppet perdono in gran parte del loro valore, avendo egli assunta provvisoriamente come temperatura del massimo di densità dell' acqua distillata 4° C. e dicono che avrebbero avuto intenzione di esaminare con cura sperimentalmente la quistione, se non che, essendosi nel frattempo innalzata la temperatura esterna, parve loro conveniente di non continuare queste ricerche, potendo andare incontro a cause di errore troppo gravi.

Nella seconda parte del loro lavoro gli A. tentano di generalizzare pel caso da loro studiato la nota formola del van't Hoff sull' abbassamento della temperatura di gelo delle soluzioni acquose e ritengono di dare, appoggiandosi a un calcolo semplicissimo una conferma esperimentale indiretta delle loro asserzioni. Concludono che il massimo di densità dell' acqua è dovuto ad una modificazione molecolare e che si può calcolare l' abbassamento di temperatura, a cui ha luogo questo massimo, quando si introducono nell' acqua delle sostanze estranee, mediante una formula analoga a quella di van't Hoff, modificata in modo da introdurre una funzione che dipenda dalle modalità che accompagnano la trasformazione molecolare stessa.

Da ultimo gli A. hanno voluto vedere se anche nel caso da loro studiato si verifica la legge della sovrapposizione dei fenomeni di natura molecolare e determinano a tale scopo la temperatura t del massimo di densità in soluzioni contenenti due sali. I risultati ottenuti sono i seguenti:

1) *Nuovo Cimento*, 27, p. 5-21, 1881.

2) *Ann. de Chimie et de Phys.* 4. serie, T. XXV, e XXVI, 187, 1, 1872; *C. R.* T. CXV, 606, 652.

TABELLA II.

NOMI	M %	t	d	t'
KNO_3	gr. 0,1631	3°,72	1,001845	3°,73
$NaNO_3$	0,1403			
$CoCl_2$	0,2786	3,52	4945	3,55
$NiCl_2$	0,2789			
$Sr(NO_3)_2$	0,1717	3,66	2750	3,65
$Ba(NO_3)_2$	0,2117			

In questa tabella stanno riuniti con una graffa le coppie dei sali che vengono contemporaneamente disciolte in 100 gr. di acqua. I pesi indicati nella seconda colonna si dovono interpretare nel modo seguente: per le prime coppie, ad es., in 100 gr. di acqua sono disciolti 0°, 1631 di KNO^3 e 0gr, 1403 di $NaNO^3$. Le temperature riportate nella quinta colonna si deducono dalla tabella I, se si suppone che a ciascuna soluzione corrisponde un abbassamento uguale alla somma dei due abbassamenti che sarebbero dovuti a ciascuno dei sali disciolti in ogni soluzione.

Come si vede, i valori di t' coincidono con quelli di t; gli A. concludono quindi che realmente il principio della sovrapposizione si può applicare anche al loro caso.

E. C.

RIVISTA

SUNTI di A. BARTORELLI.

Comptes Rendus, — Dicembre 1893.

23, 24. — F. M. RAOULT. *Le densità dei vapori saturi, nei loro rapporti con le leggi di congelazione e di vaporizzazione dei solventi* (pp. 833-837). — L' A. ricorda di avere in precedenti ricerche sull'argomento (*Comptes Rendus* dal 1886 al 1890) trovata la legge generale delle tensioni del vapore dei solventi espressa nel caso delle soluzioni diluite, dalla formola :

$$\frac{d'}{d} = \frac{f - f'}{f} \frac{100}{P} \frac{M_1}{M}$$

dove d' indica la densità attuale di un liquido, rapporto all'aria; d la densità teorica dello stesso vapore nelle stesse condizioni; f la tensione del vapore del solvente puro, in millimetri di mercurio; f' la tensione del vapore della soluzione; P il peso della sostanza disciolta in 100 gr. di solvente; M_1 il peso molecolare della sostanza disciolta (H = 1); M il peso molecolare del solvente. In questa Nota esso mostra come la detta legge sia confermata e da considerazioni teoriche e da resultati sperimentali.

E. CARVALLO. *Spettro calorifico della fluorina* (pp. 845-847). — L'A. fa osservare come la formola da esso proposta per rappresentare i resultati delle sue esperienze, comunicate all'Accademia nella seduta del 23 Maggio 1893, corrisponda anche alle nuove osservazioni del Rubens, il quale ha corretto i valori precedentemente trovati eseguendo le nuove misure col metodo di Langley che gli è sembrato più esatto per le grandi lunghezze d'onda, anzichè col suo delle righe d'interferenza, che aveva dato valori assai discordanti da quelli dell'A. [1]).

25, 26. — A. CORNU. *Verificazioni numeriche relative alle proprietà focali dei reticoli diffrangenti piani* (pp. 1032-1039). — L'A., dopo avere fatto rimarcare che le verificazioni numeriche della teoria esposta in precedenti comunicazioni per le proprietà focali dei reticoli [2]) sono rese molto delicate da due ordini di difficoltà, che egli esamina partitamente con cura, difficoltà generali cioè relative al problema pratico della determinazione esatta dei piani focali di un sistema ottico, e difficoltà particolari ai reticoli e relative alla perfezione dei tratti o della superficie, espone i resultati di tali verificazioni che sono sempre concordanti con una precisione molto grande coi dati del calcolo.

A. LEDUC. *Sul peso del litro d'aria normale e sulla densità dei gas* (pp. 1072-1074). — L'A. ha riscontrato con un gran numero di analisi dell'aria, fatte col metodo precedentemente descritto [3]), che la proporzione dell'ossigeno in essa varia in modo da doversene preoccupare per la determinazione precisa della densità dei gas e del peso del litro d'aria normale. In questa Nota esso descrive le accurate esperienze con cui ha trovato per tale peso il valore di $1^{gr},2932$ a meno di 2 o 3 centesimi di milligrammo; e propone poi, in seguito ai suoi resultati e alle conclusioni che se ne possono trarre in riguardo alla determinazione delle densità relative dei gas, di prendere come termine di confronto l'azoto in luogo dell'aria.

1) *Comptes rendus*, 7 Agosto 1893.
2) *Comptes rendus*, t. 116, pag. 1215 e 1121.
3) *Comptes rendus*, 20 Luglio 1891.

Annales de Chimie et de Physique. Ser. VII, T. I.

Gennaio 1894.

G. Wyrouboff. *Ricerche sulla natura del fenomeno della polarizzazione rotatoria molecolare* (pp. 5-90). — L'A. ricorda la definizione di *molecolare* data dal Biot al potere rotatorio dei corpi fusi, in soluzione o allo stato di vapore, e intende per potere rotatorio molecolare *specifico* $[\alpha]$ la rotazione riferita all' unità di volume e di spessore cioè $[\alpha] = \frac{v\alpha}{l.c}$. Indi, preso in esame il cammino fatto dalla Scienza alla ricerca di una teoria che spiegasse il fenomeno della polarizzazione rotatoria, confuta in modo particolare la *Stereochimica*, sorta appunto per questo scopo, e, fondandosi unicamente sopra i fatti ormai universalmente accettati, dimostra che essa non regge ad una critica rigorosa come spiegazione del fenomeno, e che si potrebbe accettare tutt'al più come sua espressione grafica. Sebbene non sia felice la scelta del tetraedro per rappresentare le atomicità.

Le nozioni di forme limiti, di pseudo-simmetria e di particelle a proprietà indipendenti, introdotte dalla Cristallografia, hanno permesso al Mallard di dare una teoria molto semplice e molto completa della polarizzazione rotatoria. Teoria che consiste, come è noto, nel supporre un aggruppamento regolare di particelle a simmetria inferiore nelle diverse posizioni compatibili con un asse di pseudo-simmetria superiore, e che è conforme non solo alle esperienze sintetiche pubblicate già dal Reusch, ma anche a tutti i fatti d' osservazione antichi e nuovi [1]). L' A. considera dunque come definitivamente risoluta la questione del potere rotatorio dei corpi cristallizzati. Non è così per i corpi molecolarmente attivi, e sembra all' A. che in un cristallo si debbano distinguere tre specie di particelle via via più complesse, cioè la molecola chimica, la particella cristallina e la molecola integrante di Haüy, o il parallelepipedo elementare di Bravais. Di questi tre elementi due sono universalmente ammessi, e cioè il primo dai chimici, l'ultimo dai cristallografi; non così accade per il secondo che rappresenta per l' A. l' ultimo termine della divisibilità fisica, quale si ottiene con la fusione, la volatilizzazione e la soluzione, purchè, s' intende, il calore ed il solvente non producano nessun cambiamento nella composizione chimica. Queste particelle sarebbero degli aggregati di molecole chimiche disposte secondo una certa legge di simmetria e dotate di *proprietà fisiche, se non identiche, almeno dello stesso ordine di quelle che appartenevano al cristallo*

1) *Annales de Chimie et de Physique*, serie VI, T. VIII (1886), p. 340.

distrutto. Dopo aver mostrato come questa ipotesi della indistruttibilità delle particelle cristalline venga confortata da due fenomeni interessantissimi presentati da corpi dimorfi, l'A. osserva che deve esser possibile trovare una relazione precisa e diretta fra il potere rotatorio di un liquido e le proprietà geometriche e fisiche dei cristalli che se ne depositano, dato il legame che esiste fra le dette particelle e il poliedro cristallino che esse generano, e dato che la deviazione del piano di polarizzazione è un prodotto di un aggruppamento pseudo-simmetrico di particelle cristalline.

Quando una tale relazione si potesse trovare il potere rotatorio delle soluzioni sarebbe un fenomeno dello stesso ordine del potere rotatorio cristallino, e si spiegherebbe con la stessa teoria. Ora l' A. fa vedere che tale problema può ridursi a cercare. « *Qual' è il rapporto che esiste fra il potere rotatorio molecolare di due corpi aventi allo stato cristallino due ellissoidi ottici isomorfi* » od anche « *Quale relazione esiste fra i poteri rotatori molecolari di due corpi geometricamente e otticamente isomorfi* ».

L' A. ha fatto tale ricerca studiando quattro gruppi distinti di sostanze e cioè:

1.° Corpi geometricamente e otticamente isomorfi in tutte le condizioni e che danno per conseguenza sempre delle soluzioni paragonabili.

2.° Corpi geometricamente isomorfi, ma che si distinguono fra loro sia per l'orientazione, sia per le dimensioni dei loro ellissoidi ottici. Le loro soluzioni sono, come nel caso precedente, paragonabili.

3.° Corpi isomorfi geometricamente e otticamente, ma che danno combinazioni differentissime col solvente. L'uno per esempio cristallizza anidro a tutte le temperature, l'altro si deposita idrato a certe temperature.

4.° Corpi chimicamente isomorfi, ma che non hanno alcuna analogia nelle loro forme cristalline e, per conseguenza, alcuna somiglianza nelle loro proprietà fisiche ed è pervenuto alle seguenti quattro conclusioni:

1.° Il potere rotatorio di un corpo che resta sempre anidro non varia nè col solvente, nè con la concentrazione, nè con la temperatura.

2.° Il potere rotatorio di un corpo che non è suscettibile di formare con un solvente che una sola combinazione, non varia nè con la concentrazione, nè con la temperatura.

3.° Il potere rotatorio di un corpo che può formare con un solvente più combinazioni varia con la concentrazione e con la temperatura.

4.° Il potere rotatorio di un corpo che in differenti solventi forma delle combinazioni diverse varia col solvente, con la concentrazione e con la temperatura.

Ne segue che la combinazione molecolare che persiste nella soluzione è identica a quella che si trova nel corpo cristallizzato che essa deposita, e che bisogna perciò riferire il potere rotatorio specifico non alla parte detta *attiva* soltanto, come è stato fatto fin qui, ma a tutta la molecola.

Un'altra conseguenza di natura sperimentale è che la molecola può provare in certi casi dei cambiamenti più o meno grandi nella composizione chimica, cioè può un acido esser sostituito ad un altro, un idrato sostituirsi ad un alcoolato, senza che si osservino variazioni notevoli nel valore di $[\alpha]$. Questo valore non dipende dunque direttamente dalla costituzione chimica della sostanza attiva; e non è neppure una conseguenza, almeno immediata, della forma cristallina, perchè fra i corpi studiati dall' A. ne esistono degli isomorfi geometricamente che possiedono dei poteri rotatori differentissimi. Cosicchè per eliminazione si arriva a considerare l' ellissoide ottico caratteristico del corpo cristallizzato come la causa determinante diretta del suo potere rotatorio molecolare specifico. Infatti i fenomeni osservati dall' A. nei quattro gruppi studiati conducono alle relazioni seguenti: « *tutte le sostanze dotate di un potere rotatorio considerevole hanno, cristallizzate, una grande birifrangenza* »; e « *se si indicano con* $[\alpha]$ e $[\alpha]'$ *il potere rotatorio specifico di due sostanze chimicamente vicine, si ha sempre* $[\alpha] \lesseqgtr [\alpha]'$, *eccetto nel caso in cui queste sostanze sono geometricamente e otticamente isomorfe e per le quali si ha* $[\alpha] = [\alpha]'$ ».

Queste sono le relazioni molto generali che legano un fenomeno apparentemente d' ordine affatto molecolare con delle proprietà facilmente misurabili e caratteristiche della simmetria cristallina.

Nè tali relazioni, sebbene interessanti, sono per l'A. sufficienti a formulare una teoria completa e definitiva della polarizzazione rotatoria delle soluzioni, ma possono dare un' indicazione della via che dovrà seguirsi in avvenire in questa sorta di ricerche.

E l' A. termina questo interessante lavoro indicando appunto molte delle questioni che restano a risolvere, molte delle difficoltà che devono ancora superarsi.

A. Ditte. *Contribuzione allo studio dei fenomeni che si svolgono nella pila Leclanché e in alcune pile analoghe* (pp. 115-144). — L' A. non ritiene conformi al vero le reazioni chimiche ammesse fin qui per spiegare il funzionamento della pila Leclanché; e perciò in questa Nota riporta lo studio da lui fatto partendo

da sistemi analoghi più semplici. Esso ha riscontrato sempre che l'azione fondamentale è l'elettrolisi del liquido salato, la quale dà origine ad un alcali e al cloro che col metallo attaccato dà il cloruro corrispondente. Non porta differenza sensibile il fatto che il metallo decomponga o no l'acqua. Nei sistemi studiati che contengono biossido di manganese, esso non sembra avere altra azione che di depolarizzante. L'A. ha osservato poi anche certi fenomeni particolari dovuti alle differenze di densità e quindi di natura delle varie parti del liquido.

SUNTI di G. FAÈ.

The Physical Review. — New-York, Vol. I, n.° 3, Novemb. e Dicemb. 1893.

A. MACFARLANE e G. W. PIERCE. *Intorno alla scarica attraverso a dielettrici solidi, liquidi ed aeriformi* (pp. 161-165). — Gli A. hanno proseguito delle ricerche analoghe a quelle di Macfarlane, Steinmetz, ec. sulla scarica disruttiva. Paragonarono all'aria i dielettrici seguenti: carta paraffinata, carta cerata, cherosene. Tali dielettrici erano posti fra due dischi di ottone del diametro di circa quattro pollici. Le grossezze della carta paraffinata si facevano variare fra 0,174 e 0,620 mm.; quelle della carta cerata fra 0,214 e 0,606 mm.; quelle del cherosene fra 1 e 5 mm.; le grossezze corrispondenti dell'aria stavano fra 2,63 e 11,76; 5,18 e 18,3; 1,0 e 20,8. Per produrre le scariche veniva usata una macchina Töpler-Holtz. Conclusero che le differenze di potenziale necessarie a produrre la scarica attraverso ai dielettrici solidi e al liquido (per strati di piccole grossezze) aumentano proporzionalmente alla grossezza; mentre per l'aria tali differenze aumentano meno rapidamente. Questa conclusione è conforme a quelle che furono già dedotte dalle esperienze anteriori.

Nella Memoria originale si trovano delle tabelle e dei diagrammi coi risultati delle singole esperienze.

E. MERRIT. *Sopra un metodo per fotografare la fiamma manometrica con applicazione allo studio della vocale* **a** (pp. 166-176). — Per ottenere una fotografia della fiamma manometrica che si presti all'analisi dei suoni l'A. ricorse: *a*) ad una lente convergente (dist. foc. 40 cm.) che dia un'imagine della fiamma sopra una lastra sensibile; *b*) ad un congegno che determini un moto uniforme della lastra in direzione perpendicolare a quella delle vibrazioni della fiamma. Per avere una fiamma dotata di grande efficacia attinica, l'A. si valse d'un espediente analogo a quello già usato dal Doumer (*Comptes R.* CIII, p. 340; CV, p. 1247;

cfr. *N. Cim.* XXI, p. 63, 1887; XXIII, p. 268, 1888), cioè produsse la combustione del gas illuminante nell' ossigeno puro, con un beccuccio di forma speciale. Modificò pure un poco la capsula manometrica, ed ottenne una fiamma più sensibile di quelle comunemente usate.

Nello studio dei suoni delle vocali usava ordinariamente due fiamme disposte verticalmente una sopra l' altra; la superiore veniva posta in vibrazione dal suono che si studiava, l'altra da un suono di nota altezza. Si occupò particolarmente della vocale *a* come viene pronunciata nei vocaboli *father*, *low*, *hat*, *know*.

I risultati che ottenne non si possono spiegare con la presenza di un suono parziale unico e ciò in conformità alla teoria generalmente adottata. Per la vocale *a* della parola *father* il suono caratteristico predominante fu da lui trovato di circa 736 vibrazioni al secondo, mentre Helmholtz e Willis assegnarono pel medesimo 990 vibrazioni e König 896. Tali discrepanze si riferiscono al diverso modo di pronunciare la stessa vocale nei vari paesi.

SUNTI di A. STEFANINI.

Wied. Ann. Vol. 50, N.° 12, 1893.

W. HALLWACHS. *Su un metodo differenziale con incidenza radente, per la determinazione delle differenze fra gl'indici di refrazione dei liquidi.* — Una cassetta col fondo di cristallo a faccie piane e parallele è divisa in due scompartimenti mediante una uguale lastra di cristallo normale al fondo. In uno degli scompartimenti si pone la soluzione di un sale, nell'altro il liquido che fa da solvente. I raggi luminosi arrivano nel solvente parallelamente alla lastra che divide i due liquidi, si rifrangono in essa, penetrano nella soluzione facendo un angolo α' colla normale alla lastra divisoria, e dopo una nuova refrazione nella lastra del fondo, sulla quale incidono sotto l'angolo α'', escono nell'aria con un angolo α di deviazione.

Se n_0 è l'indice di refrazione del solvente ed n quello della soluzione, si ha:

$$n_0 = n \operatorname{sen} \alpha' = n \cos \alpha'' = n \sqrt{1 - \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{n^2}} \text{ da cui si deduce}$$

$$n - n_0 = \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{n + n_0}$$

L'A. indica come si può tener conto della mancanza di parallelismo fra le faccie delle lastre adoprate.

Questo metodo consente di valutare $n-n_0$ con una precisione maggiore di quella che si ha con gli ordinari metodi del rifrattometro differenziale, o della deviazione minima col prisma.

Dalle misure fatte con soluzioni di NaCl nell'acqua, l'A. ha trovato che mentre la variazione $v\,(n-n_0)$ della refrazione molecolare (v diluizione della soluzione adoprata) varia dal 0,4 al 9 % circa per valori di v compresi fra 0,399 e 31,942, il poter rifrangente specifico del cloruro di sodio varia soltanto del $^1/_2$ %. L'andamento dei valori di $v\,(n-n_0)$ dipende perciò da quello del così detto volume molecolare; ed è quindi essenzialmente la densità sulla quale si fanno sentire le influenze costitutive (dissociazione), mentre il poter rifrangente ne è quasi indipendente.

P. Glan. *Sulla variazione d'intensità della luce polarizzata parallelamente al piano d'incidenza, nella riflessione sul vetro.* — È la ristampa di una nota pubblicata tempo fa nei *Monatsb. der K. Ak. der Wiss. zu Berlin.* L'A. descrive il metodo impiegato, che consiste nel confrontare, mediante un opportuno fotometro a nicol, l'intensità della luce diretta di una fiamma con quella della luce riflessa, sotto diverse incidenze, da cristalli di flint e di crown. Le misure fatte dànno resultati concordanti con quelli dedotti dalle formule di Fresnel.

J. R. Ridberg. *Contribuzioni allo studio degli spettri lineari.* — L'A. indica una nuova serie di linee nello spettro nel magnesio, riferisce le osservazioni fatte sugli spettri dello Sr del Cd, Hg e Ca, e risponde ad alcune obiezioni fatte da Kayser e Runge ai suoi precedenti lavori sulla costituzione degli spettri di emissione degli elementi chimici.

W. König. *Ricerche idrodinamiche e acustiche.* — È la continuazione di altre ricerche (*N. Cim.* 31 pag. 179). Ora l'A. ha cercato di determinare sperimentalmente il momento di rotazione che esercita su un disco la corrente di un fluido; ma, per la mancanza di continuità del movimento e per l'insufficienza della teoria, non ha potuto ottenere resultati decisivi. Colle correnti di gas nei tubi non è possibile determinare le relazioni fra il momento di rotazione misurato e quello dedotto teoricamente, perchè non si può misurare che il valor *medio* della velocità del fluido, quello vero dipendendo da condizioni sperimentali non controllabili.

Per piccola velocità, la forma della corrente obbedisce quasi alle leggi delle correnti continue; ma quando la velocità raggiunge il valore di $9^{cm}/_{sec}$, il movimento si fa discontinuo.

Nello stato attuale della teoria non è quindi possibile alcuna misura assoluta dell'intensità del suono col disco girevole del Rayleigh.

L. Austin. *Ricerche sperimentali sull'elasticità susseguente di*

trazione e di torsione. — Scopo dell'A. è stato di determinare se l'elasticità susseguente segue per la trazione le stesse leggi di quella per la torsione; e con esperienze fatte su diversi fili metallici ha trovato che ciò ha luogo.

L'azione susseguente cresce con la temperatura; ma questa ha poca influenza sulla rapidità con cui essa si annulla.

L'andamento della elasticità susseguente x, tanto per la trazione che per la torsione, segue la legge del Kohlrausch:

$$x = \frac{c}{t^{\alpha}},$$

ove c ed α son costanti.

Le azioni susseguenti nel Cu, Ag. e ottone stanno fra loro come 7 : 3 : 2 per la torsione, e come 4 : 3 : 2 per la trazione.

Per cariche non troppo grandi, che durino parecchi giorni, le deformazioni per trazione si annullano dopo un tempo uguale a quello che le hanno prodotte, e l'andamento delle curve è lo stesso per l'elasticità susseguente dopo e durante la carica.

H. Lüdtke. *Sulle proprietà di alcune modificazioni dell'argento.* — Determinatovi dalle recenti ricerche di Oberbeck (*Wied. Ann.* 46 e 47) l'A. ha studiato le proprietà dell'argento speculare deposto sul vetro o su altri corpi, ed ha trovato che non si può ammettere col Lehmann che l'argento si deponga sul vetro per un'azione elettrolitica determinata dal silicato di sodio, perchè l'argento si deposita anche su sostanze inerti come la mica, la porcellana, lo spato islandico, il quarzo, il platino etc.

La resistenza elettrica di molte varietà di specchi d'argento decresce col tempo notevolmente; quelli che sono stati ottenuti dalla riduzione col glucosio col metodo Liebig, e quelli ottenuti col metodo Martin non presentano tale diminuzione. Il calore, la luce, agenti chimici etc. possono ricondurre tale argento allotropico in un'altra modificazione conduttrice. Tutto ciò indica che nella sua modificazione originaria l'argento speculare assomiglia all'argento solido colloidale.

A. Gockel. *Sulle pile termoelettriche formate da elettroliti ed elettrodi impolarizzabili.* — Scopo dell'A. nell'intraprendere questi studi era di vedere se anche per le pile formate con elettroliti vale la formola del Thomson per l'effetto Peltier che si ha nei conduttori metallici, perchè le ricerche di Bouty, Gill e Jahn non hanno risoluta tal questione; ma dopo le relazioni indicate dal Nernst per le pile termoelettriche con elettroliti di concentrazioni diverse, ha esteso il campo delle sue ricerche, e ora dà il resultato delle sue misure.

La f. e. m. cresce colla diluizione delle soluzioni; ma non è

probabilmente il grado di dissociazione che determina in modo assoluto il valore della f. e. m., perchè per soluzioni di $Zn\,Cl_2$ e $CdSO_4$, le coppie termoelettriche hanno maggior f. e. m. con le soluzioni più concentrate.

Nelle soluzioni diluite, soluzioni ugualmente concentrate, che contengono sali analoghi dello stesso acido, hanno anche uguale f. e. m. termoelettrica.

O. GROTRIAN. *Il magnetismo di cilindri di ferro pieni e vuoti.* — Determinando il momento magnetico, col metodo di Gauss, di cilindri di ferro dolce ugualmente lunghi, staccati da un medesimo cilindro, ma alcuni dei quali erano pieni, e altri forati in modo da avere una serie decrescente di diversi spessori, l'A. ha ripreso le esperienze del Feilitzsch (*Pogg. Ann.* 80, 1850) per determinare fino a quale profondità penetra l'azione magnetica. Sono esposte con molti interessanti particolari le misure eseguite; dalle quali resulta che i cilindri vuoti, nemmeno per forze magnetizzanti molto piccole, si magnetizzano come quelli pieni; ma non è certo se per forze magnetizzanti piccolissime la magnetizzazione di un cilindro pieno giunga fino all'asse.

Per forze magnetizzanti piccole sono soltanto gli strati esterni che si magnetizzano, ciò che può interessare i costruttori delle dinamo; quando vogliasi una dinamo leggera, con una opportuna scelta del diametro del foro, con nuclei cavi si può avere lo stesso effetto che con nuclei pieni.

La così detta resistenza magnetica non è, pei cilindri cavi, inversamente proporzionale alla sezione del ferro.

Se Δm è una data differenza fra il momento magnetico di un cilindro pieno e quello di un cilindro cavo per una corrente J_a, e se J_a^0 è la corrente che in un cilindro pieno produce il momento Δm, e se D è lo spessore del cilindro cavo, l'A. ha trovato che $\frac{D}{J_a - J_a^0}$ è sensibilmente costante: ossia il momento magnetico è proporzionale allo spessore.

Il rapporto fra il magnetismo massimo e il peso dei cilindri studiati (espresso in grammi) è circa 183,5.

G. UDNY YULE. *Sul passaggio delle onde elettriche negli strati elettrolitici.* — L'A. ha ripetuto coll'elettrometro a una sola coppia di quadranti, del Bjerknes, le ricerche del Thomson (cfr. *N. Cim.* 28 pag. 81) per determinare la resistenza elettrica degli elettroliti per mezzo delle oscillazioni hertziane.

La disposizione del circuito primario e di quello secondario era quella del Bjerknes; e una porzione dei fili del secondario attraversava uno strato variabile di elettrolita.

L'intensità della radiazione elettrica trasmessa non diminuiva

peraltro regolarmente al crescere dello spessore dell'elettrolita, a motivo di fenomeni d'interferenza analoghi a quelli che si hanno quando un'onda luminosa attraversa uno strato d'aria cuneiforme (anelli di Newton); talchè non sono state potute eseguire misure di resistenza.

Determinando le lunghezze delle onde elettriche nell'aria e in diversi liquidi, l'A. ha trovato le costanti dielettriche di quei liquidi, che concordano con quelle di Heerwagen, di Rosa e di Cohn e Arons.

F. HIMSTEDT. *Su alcune modificazioni all'elettrometro a quadranti del Tomson.* — L'A. dice di avere fino dai primi del 1891 costruito un elettrometro simile a quello descritto dal Guglielmo nel *N. Cimento*, vol. 29, e descrive il suo apparecchio, che è provvisto di smorzatore magnetico, che ha l'ago multiplo sospeso a un filo di quarzo, e che coll'ago carico da 80 piccoli accumulatori dà alla distanza di m. 2,50 la deviazione di 800 divisioni della scala per la differenza di potenziali di 1,5 volta.

J. W. GILTAY. *Elettrodinamometro campionato, specialmente per uso terapeutico.* — Per rendere la posizione di riposo dell'ago indipendente dal magnetismo terrestre, l'A. ha munito il suo elettrodinamometro (*N. Cim.* 19, pag. 171) di due aghi, oscillanti in due telai nei quali le correnti circolano in sensi opposti. Così per correnti anche di 8 a 10 milliampère, le indicazioni sono esatte, e l'A. ha potuto graduare l'apparecchio in modo che può servire per uso medico nelle misure delle correnti alternate.

La memoria contiene la descrizione dell'apparecchio.

L. GRAETZ. *Nuovo metodo per la misura dell'autopotenziale e dei coefficienti d'induzione.* — Nei lati 1 e 2 di un ponte Wheatstone sieno autopotenziali qualunque L_1 e L_2 e inoltre coefficienti qualunque d'induzione mutua M_1 e M_2; tutti i rocchetti indotti sieno nel lato del telefono, in modo che le correnti in essi indotte, abbiano in tutti la stessa direzione. I lati 2 e 3 consistono in fili tesi, senza induzione sensibile. Le correnti indotte possono essere fornite da un rocchetto, da un diapason elettromagnetico o in altro modo qualunque.

Pel silenzio nel telefono si deve avere

$$w_1 w_4 - w_2 w_3 = 0$$
$$w_4 L_1 - (w_3 + w_4)(M_1 + M_2) = w_3 L_2$$

e così è possibile eseguire la misura di autopotenziali o di coefficienti d'induzione mutua come quella delle resistenze, e si può costruire una cassetta d'induzione, precisamente come si hanno le cassette di resistenza.

Philos. Magazine Vol. 36, — Decembre 1893.

H. C. Jones. *Dissociazione dei composti nell'acqua, misurata coll' abbassamento del punto di congelazione, ed alcune ricerche sui composti organici.* — L' apparecchio usato fu quello proposto da Beckmann, con un termometro che dava direttamente i millesimi di grado; e le esperienze furon fatte determinando da prima il punto di congelazione dell' acqua pura, poi quello di soluzioni diluite ottenute togliendo dal recipiente un determinato volume dell' acqua che aveva prima servito, e sostituendola con un ugual volume di soluzione normale.

Dall' abbassamento trovato del punto di congelazione l' A. ha dedotto la dissociazione subìta dai sali studiati nelle soluzioni, e i resultati concordano con quelli che si hanno dalle misure della conduttività elettrica.

S. J. Lochner. *Sulla elongazione prodotta nel ferro dolce dal magnetismo.* — Per studiare l' allungamento di una sbarra di ferro posta in un campo magnetico, l' A. si è servito dello spostamento delle frange d' interferenza, adoprando un refrattometro interferenziale di Michelson, col quale si potevano apprezzare aumenti di lunghezza di $^1/_{1000000}$ di pollice.

Le misure fatte confermano la forma generale delle curve indicate dal Bidwell (*Proc. Roy. Soc.* vol. 40), ed indicano che la dilatazione dipende dal rapporto fra il diametro e la lunghezza e approssimativamente varia come il quadrato di quel rapporto, e proporzionalmente alla permeabilità.

Nella dilatazione si hanno due massimi: uno prodotto dall' aumentare la corrente magnetizzante, l' altro dal diminuire la corrente dal valore che produce il primo massimo.

Per una sbarra le curve ottenute si avvicinano alla forma indicata dal Berget (C. R. 7 nov. 1892; cfr. *N. Cim.* 33 p. 279).

W. Sutherland. *La viscosità dei gas e la forza molecolare.* — La teoria cinetica dei gas nella quale si ammetteva che le molecole si muovessero e si urtassero come sfere elastiche, col coefficiente di restituzione uguale all' unità, acquistò rapidamente favore dopo la verificazione sperimentale della scoperta di Maxwell che la viscosità η è indipendente dalla pressione. Maxwell aveva anche trovato che la viscosità doveva esser proporzionale alla radice quadrata della temperatura assoluta T; ma essendo stato riconosciuto sperimentalmente che per i gas ordinari η è proporzionale prossimamente a T, il Maxwell rifece la teoria supponendo che le molecole agissero fra loro come centri di forza, e trovò che se η è proporzionale a T, i centri di forza si

debbono respinger con una forza inversamente proporzionale alla quinta potenza della loro distanza.

Ma ricerche più accurate avendo mostrato che η non varia come T, quest' ultima ipotesi fu abbandonata e le fu sostituita quella di E. O. Meyer, secondo il quale le molecole si dovrebbero contrarre al crescere della temperatura, in modo che l' area della loro sezione variasse in ragione inversa di $\sqrt[5]{T}$; ma non è finora stata data nessuna conferma di questa ipotesi.

Ora l' A. mostra che la divergenza fra la teoria e l'esperienza sparisce, se si tien conto delle forze molecolari, che, quantunque deboli, pure si son potute costatare sperimentalmente.

La teoria matematica completa della viscosità di un mezzo, composto di molecole che si urtano e che si attirano, è molto complicata; ma alcune considerazioni semplicizzano assai il problema nel caso dei gas.

È evidente che l' effetto delle forze attrattive sarà di accrescere il numero degli urti fra le molecole, e l' A. determina il nnmero di quelli che avvengono quando le molecole si attirano, in confronto di quelli che si hanno senza forze molecolari. Dall' equazione dell' orbita molecolare, che è

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} + u - \frac{mF(u)}{h^2 u^2} = 0$$

nella quale $m^2F(u)$ è l' attrazione molecolare fra due molecole di massa m alla distanza u si ha l' equazione dell' energia

$$\frac{1}{2} h^2 \left\{ \left(\frac{du}{d\theta}\right)^2 + u^2 \right\} = \frac{v^2}{2} = mf(u) + \frac{V^2}{2}$$

se v è la velocità, ed $m^2f(u)$ l' energia potenziale.

Se l' orbita è tale che non vi sieno urti, la minima distanza cui posson giungere le due molecole è data dalla condizione $du/d\theta = 0$; e se la reciproca di quella distanza è w si ha, ponendo b^2V^2 in luogo di h^2:

$$mf(w) - \frac{1}{2} b^2 V^2 w^2 + \frac{1}{2} V^2 = 0$$

Ma non vi sàranno urti se $1/w < 2a$, ove $2a$ è il diametro delle molecole; quindi il massimo di b per cui è possibile un urto è dato da

$$b^2 = (2a)^2 \left(1 + \frac{2mf(1/2a)}{V^2} \right) .$$

Se non vi è forza molecolare, $mf(1/2a) = 0$, e si vede che si

avranno urti per valori di b compresi fra 0 e $2a$, come difatti accade.

Dunque le forze molecolari fanno sì che le sfere si comportino, riguardo al numero degli urti, come se fossero sfere più grandi prive di forze attrattive, il quadrato del loro diametro $(2a)^2$ essendo aumentato nel rapporto di $1 + 2mf(1/2a) \mid V^2$ ad 1.

Per tener conto delle forze attrattive anche nella teoria della viscosità, nelle formule stabilite per molecole che non si attirano, basta aumentare soltanto il quadrato del diametro nel rapporto indicato. Poichè quell'espressione diminuisce al crescer di V^2, cioè al crescere della temperatura, si vede di qui che l'aumento di temperatura non produce contrazione molecolare, ma contrazione delle sfere immaginarie più grandi, prive di attrazione, che presentano la stessa viscosità delle molecole reali.

Poichè si può supporre che la coppia di molecole considerate sia presa fra quelle che hanno il quadrato della velocità relativa uguale al valor medio dei quadrati delle velocità relative di tutte le molecole del gas, è inutile calcolare il numero delle coppie che hanno la loro velocità compresa fra V e $V + dV$; e si ha l'importante resultato che tutte le investigazioni dei fondatori e dei cultori della teoria cinetica, relative alle proprietà che dipendono dalla traiettoria libera media o dal numero medio degli urti fra molecole che non si attirano, possono applicarsi a molecole che si attirano colla semplice sostituzione di $a^2(1+2mf(1/2a)/V^2)$ ad a^2.

Le proprietà principali che dipendono dal numero degli urti sono la viscosità, la conduttività termica, la diffusione e l'equazione caratteristica.

Il coefficiente di viscosità è, secondo Tait,

$$\eta = 0{,}064 \frac{m\left(\overline{v^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{(2a)^2};$$

tenendo conto delle forze attrattive, ed osservando che $m\overline{v^2}$ è proporzionale alla temperatura assoluta T e che quindi $mV^2 = 2cT$, e che per una data sostanza $2a$ ed $m^2f(1/2a)/c$ restano costanti si trova che η è proporzionale a

$$\frac{T^{\frac{1}{2}}}{1+\frac{C}{T}}$$

ove C è una costante del gas. Questa è la legge secondo la quale la viscosità deve cambiare colla temperatura. E infatti, dai resultati ottenuti da Holman e da Barus, l'A. deduce che questa legge è verificata per temperature fino a 1216°C.

Stabilito questo, l'A. osserva che il valore di C è proporzionale all'energia potenziale $m^2 f(1/2a)$ di due molecole a contatto, e che è importante conoscere i valori di C pel maggior numero possibile di sostanze. Dai dati pubblicati da Obermayer (*Sitz. Akad. Wien*, vol. 73) per la variazione della viscosità colla temperatura egli trova pei seguenti gas:

	N_2	O_2	CO	C_2H_4	N_2C
i valori di C:	84	127	100	272	260

Conoscendo C ed η_0, si ha:

$$(2a)^2 = \frac{km^{\frac{1}{2}}}{\eta_0(1+C/273)}$$

ove k è la stessa per tutte le sostanze; e se invece della massa m incognita si mette il peso molecolare M, si trovano facilmente i valori relativi dei diametri molecolari per i gas sopra detti, e da essi si può calcolare i valori relativi di $(2a)^3$. Ora in una sua Memoria sulle leggi delle forze molecolari (*Phil. Mag.* Marzo 1893) l'A. ha dato dei valori β per il volume molecolare limite allo stato liquido; moltiplicandoli per il peso molecolare M, i prodotti $M\beta$ devono stare in un rapporto costante con quelli di $(2a)^3$ sopra indicati. Ed infatti per 6 gas trova per quel rapporto valori molto prossimi fra loro.

Queste ricerche offrono anche il modo di verificare la legge dell'azione molecolare proposta già da tempo dall'A. (cfr. *N. Cim.* 23, pag. 93). Infatti, se tal forza è, com'egli suppone, $3Am^2/r^4$ ove A è una costante caratteristica del gas, $m^2 f(1/r)$ diviene Am^2/r^3, e C, ossia $m^2 f(1/2a)/c$, diviene $Am^2/(2a)^3 c$, talchè $(2a)^3 C$ è proporzionale ad Am^2. Nella memoria sopra citata (*Phil. Mag.* marzo 1893) l'A. ha dato per molti gas dei valori proporzionali ad Am^2; ora si è visto che $M\beta$ è proporzionale a $(2a)^3$; così dai valori di $M\beta$ e di C trovati con queste considerazioni, egli dimostra la verità della sua legge molecolare, perchè i rapporti fra $M\beta C$ e Am^2 per tredici gas resultano prossimamente costanti.

Per quanto riguarda i vapori, la differenza fra essi e i gas si ascrive principalmente alla deviazione delle traiettorie molecolari prodotte dall'attrazione, senza che avvengano degli urti fra le molecole. Per riconoscere il grado d'importanza di tale causa, l'A. calcola la parte che nella viscosità dei vapori è rappresentata dagli urti, e la confronta con la viscosità totale trovata sperimentalmente. Il confronto mostra infatti che, eccetto per l'acqua e per l'alcole, la viscosità dei vapori è maggiore di quella dovuta agli urti molecolari.

Lo studio della diffusione dei gas è complicato dalla diversità delle molecole che agiscono fra loro; per la conduttività termica pochi dati si conoscono con sicurezza; perciò queste due proprietà non si prestano a verificazioni della teoria.

Circa l' equazione caratteristica, con calcoli che mal si prestano ad esser riassunti, l'A. mostra da prima che per molecole che si attirano il viriale delle forze dovute agli urti è di

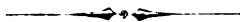
$$(1 + mf(1/2a)\,\overline{v^2})^{\frac{3}{2}}$$

maggiore di quello che si ha quando si trascura l' effetto delle forze attrattive sul numero degli urti; e dimostra che tenendo conto delle forze attrattive l' equazione caratteristica diviene

$$pv = \mathrm{RT}\left\{1 + (1 + \mathrm{C}/\mathrm{T})^{\frac{3}{2}}\,\frac{b}{v-b}\right\} - \frac{a}{v}\;;$$

ma poichè l' equazione di Van der Waals rappresenta bene i resultati delle esperienze di Amagat al di sotto dal volume critico, ne segue che non può esser verificata la precedente, e che per alte pressioni si deve avere una variazione considerevole di $\partial p\,|\,\partial \mathrm{T}$ con T, che non si ha per volumi maggiori del volume critico.

Come spiegare che le equazioni più esatte rappresentano i fatti peggio di quelle meno accurate? Semplicemente perchè non v' ha ragione di dover ottenere il viriale delle forze dovute agli urti delle molecole, considerandole come sfere elastiche. L' equazione di Van der Waals concorda con le esperienze per i gas semplici, perchè accidentalmente si compensano gli effetti di due cause trascurate, cioè l' effetto delle forze molecolari sul numero degli urti e l' effetto di una differenza fra le forze chiamate in gioco negli urti delle molecole e in quelli di sfere elastiche.

J. A. Wanklyn. *Nota sul peso atomico del carbonio.* — Secondo l' A. vi sono delle serie d' idrocarburi, nelle quali i membri successivi aumentano il peso molecolare non già di $CH_2 = 14$, ma di $\frac{1}{2}\,CH_2 = 7$. Se ciò è esatto, il peso atomico del carbonio è 6.

SULLA DISSOCIAZIONE ELETTROLITICA IN RELAZIONE COL POTERE ROTATORIO OTTICO; DI G. CARRARA.

(*Rendiconti della R. Acc. dei Lincei* Vol. 2, Ser. 4, 1893).

Largo sunto dell' A.

L'autore parte dall'enunciato di W. Nernst: sali i quali contengono un'ione otticamente attivo debbono avere potere rotatorio uguale quando si trovano allo stato di completa dissociazione in soluzioni equivalenti; e accenna all'importanza che la conferma sperimentale può avere in appoggio alla teoria della dissociazione elettrolitica. Dà poi una scorsa ai lavori che misero in evidenza il comportamento ottico dei sali di un acido o di una base attiva. Accenna così ai lavori di Landolt, sopra i tartrati di Li — NH_4 Na — K, dai quali risulta che i due tipi di sali acidi e neutri hanno in soluzione acquosa diluita un potere rotatorio molecolare eguale; ai lavori di Oudemans sopra i sali degli alcaloidi delle chine per i quali risulta che il potere rotatorio specifico in soluzione acquosa è uguale per ogni sale e indipendente dai caratteri chimici dell' acido; ai lavori di Tikoeiner sui sali di brucina, stricnina, morfina e codeina; riassume quindi gli altri lavori di Oudemans sugli acidi chinico e podocarpinico; quelli di Schneider sull' acido malico e sui malati; di Hortmann sull'acido canforico ed i suoi sali; tutti lavori fatti nello stesso indirizzo e che conducono agli stessi risultati. Dopo di ciò l' Autore porta un contributo all' argomento determinando il potere rotatorio di alcuni sali di una base di comportamento assai strano. Questa base è la nicotina; come è noto essa è fortemente levogira $[\alpha]_D = - 161.55$; in soluzione acquosa il suo potere rotatorio specifico va diminuendo rapidamente con la concentrazione cosicchè per $c = 9.0152$ si ha $[\alpha]_D = - 75.53$. I sali suoi in soluzione acquosa hanno un piccolo potere rotatorio a destra mentre in soluzione alcoolica deviano a sinistra. Il potere

rotatorio del solfato fu studiato da P. Schwebel [1]) il quale trovò le seguenti equazioni generali dove q esprime il $^{0}/_{0}$ di acqua: l'autore poi ha calcolato il valore per $q = 100$, cioè per soluzioni infinitamente diluite.

Solfato di nicotina $(C_{10}H_{14}N_2)_2 . H_2SO_4)$

$$[\alpha]_D = +19.77 - 0.05911\, q; \quad [\alpha]_{D\,(q=100)} = +13.86.$$

Cloridrato di nicotina $(C_{10}H_{14}N_2 . HCl)$

$$[\alpha]_D = +51.50 - 0.7931\, q + 0.004238\, q^2; \quad [\alpha]_{D\,(q=100)} = +14.37.$$

Acetato di nicotina $(C_{10}H_{14}N_2\ C_2H_4O_2)$

$$[\alpha]_D = +49.680 - 0.6189\, q + 0.002542\, q^2; \quad [\alpha]_{D\,(q=100)} = +13{,}21.$$

L'A. ha determinato il potere rotatorio di tre sali di nicotina, due formati da acidi minerali forti, bromidrico e nitrico, ed uno da un acido organico, il propionico, il quale è dei più deboli fra i primi termini della serie grassa, come appare dal lavoro di Ostwald sulla conducibilità elettrica delle sue soluzioni: $K = 0.00134$ [2]). E ciò appunto per vedere se esisteva una differenza tra i sali formati da acidi di energia diversa, cioè diversamente dissociati in soluzione. Il metodo seguito in queste determinazioni e per preparare i sali è analogo a quello di Schwebel, cioè neutralizzazione esatta di un certo volume di soluzione di nicotina di concentrazione nota col volume corrispondente di acido titolato, portando poi la mescolanza a volume determinato. Si poterono così esaminare al polarimetro soluzioni equimolecolari dei sali.

Le osservazioni ottiche vennero fatte con un eccellente polarimetro a penombre Landolt-Lippich della fabbrica Schmidt e Haensch di Berlino. Questo istrumento permette l'approssimazione di un centesimo di grado.

Ecco i risultati ottenuti:

Bromidrato di nicotina $(C_{10}H_{14}N_2 . HBr)$

$$[\alpha]_{D\,(c=3.00)} = +12.17.$$

1) Berl. Ber. XV, pag. 2850, anno 1882.

2) W. Ostwald. *Uber di Affinitätsgrössen organischer Säuren und ihre Beziehungen zur Zusammensetzung und Constitution derselben.* Leipzig 1889.

Nitrato di nicotina ($C_{10} H_{14} N_2 . NHO_3$)
$[\alpha]_{D (c=8,34)} = + 12.58.$

Propionato di nicotina ($C_{10} H_{14} N_2 . C_3 H_6 O_2$)
$[\alpha]_{D (c=8.74)} = + 12.18.$

Schwebel per concentrazioni piccole aveva trovato:

Cloridrato $[\alpha]_{D (p=9,988)} = 14.44.$ Solfato $[\alpha]_{D (p=9.946)} = 14.52.$

Acetato $[\alpha]_{D (p=4.856)} = 13.81$,

Tenuto conto delle difficoltà esperimentali che vi sono nell'esame di soluzioni diluite di sali di nicotina, per il colore e l'opalescenza della soluzione, si possono ritenere questi nnmeri come molto concordanti fra loro.

Ai fatti sopra accennati aggiunge alcuni altri, la cui illustrazione si trova in un lavoro del dott. Zecchini, eseguito nello stesso laboratorio ed ora in corso di pubblicazione. Il dott. Zecchini ha esaminato il potere rotatorio di alcuni sali di coniina tanto in soluzione alcoolica che in soluzione acquosa ed ha trovato:

In soluzione acquosa il cloridrato di coniina dà $[\alpha]_D = + 0.27$; il bromidrato di coniina sempre in soluzione acquosa dà $[\alpha]_D = + 0.27$.

In soluzione alcoolica invece il cloridrato avrebbe un potere rotatorio $[\alpha]_D = + 4.56$; il bromidrato in soluzione alcoolica avrebbe $[\alpha]_D = + 4.28$.

Riassumendo la questione, sembra all'autore che ci sieno delle ragioni pro e delle ragioni contro alla ipotesi che il potere rotatorio dei sali degli acidi e delle basi attive in soluzione dipenda dalla dissociazione elettrolitica.

Prima di tutto c'è il fatto, che sembra bene accertato, che i sali attivi in soluzione acquosa, si riferiscano essi ad un acido o ad una base attiva, hanno lo stesso potere rotatorio, ove in modo opportuno si facciano i confronti. Considerando le grandi variazioni che subisce il potere rotatorio col mutare del solvente e colla concentrazione l'importanza di questo fatto è innegabile, e non vi ha dubbio che la teoria della dissociazione elettrolitica sia qui d'accordo col fatto e ne dia una razionale spiegazione.

Secondo l'autore le obiezioni che si possono fare sono diverse. In primo luogo il potere rotatorio dell'acido o della base in soluzione diluita dovrebbe essere uguale a quello dei sali; invece non è, per l' acido tartarico, per l' acido canforico, per l' acido malico e per le basi; però questa obiezione è più apparente che reale, visto che si tratta di acidi e di basi deboli e perciò poco dissociati in soluzione.

L' autore sta ora lavorando sul potere rotatorio dell' acido amilsolforico e de' suoi sali. Questo è un acido energico e, se la teoria è vera, esso in soluzione diluita deve avere lo stesso potere rotatorio dei suoi sali. Anche lo studio che ha intrapreso sopra i sali della diisoamilammina e della trisoamilammina, la prima delle quali è base assai energica, spera che gli darà buoni resultati.

Ma d'altra parte per l'acido chinico, che è un acido più debole del malico e del tartrico come risulta dalle determinazioni di Ostwald sulla conducibilità elettrica delle loro soluzioni acquose [1]), si è trovato che l'acido ha lo stesso potere rotatorio dei suoi sali. L'autore si chiede se questa può essere un' obbiezione e vi risponde negativamente perchè può darsi che l'acido abbia lo stesso potere rotatorio del suo ione e ciò gli sembra che non abbia nulla di strano. Un'altra obiezione si potrebbe trovare nei sali di coniina sopra citati, dove si vede che il bromidrato ed il cloridrato di coniina in soluzione alcoolica avrebbero lo stesso potere rotatorio: non sappiamo se qui si possa ammettere la dissociazione elettrolitica, e naturalmente si potrebbe pensare che è inutile ricorrere ad essa se non si può poi spiegare tutti i fatti analoghi; però è da notarsi che l' alcool essendo un solvente ossidrilico del tipo acqua può avere, ed ha realmente, con essa qualche analogia di comportamento.

L' obbiezione più seria però sarebbe la seguente. Per molti sali di alcaloidi formati da acidi deboli e basi deboli, sembrerebbe spesso trattarsi prevalentemente di dissociazione idrolitica, cioè in base ed acido: in tal caso il fatto dell' egual potere rotatorio dei sali non si potrebbe spiegare se non ammettendo che essi vengano ad avere il potere rotatorio della base libera in

1) Journal für praktische Chemie XXXII, pag. 340-368.

soluzione. Però questo non è: e ciò specialmente risulta dal comportamento della nicotina, perchè mentre la base ha un fortissimo potere rotatorio a sinistra i sali lo hanno piccolissimo a destra.

La conclusione dunque secondo l'autore sarebbe: che mentre colla teoria della dissociazione elettrolitica si va in contro a qualche difficoltà, che la poca estensione delle nostre conoscenze sull'argomento non riesce ancora a spiegare, si ha però ragione del massimo numero di fatti ora conosciuti: invece ogni altra ipotesi è del tutto insufficiente.

INFLUENZA DEL MAGNETISMO E DELLE AZIONI MECCANICHE SUI FENOMENI TERMOELETTRICI; NOTA DI ANGELO BATTELLI.

PARTE PRIMA

AZIONE DEL MAGNETISMO E DELLO STIRAMENTO SULL'EFFETTO THOMSON

I.

Magnetismo trasversale sull'effetto Thomson nel ferro.

1. Dalla irregolarità che avevo trovato nel comportamento del fenomeno Thomson nel ferro [1]) irregolarità confermata poi dal Prof. Tait [2]), sono stato condotto ad esaminare se per caso talune delle modificazioni, a cui può andar soggetto il ferro col cambiare delle condizioni in cui si trova, o alcuni mutamenti per i quali esso fosse passato, non potessero dare un'interpretazione del fenomeno osservato. — Mi sono rivolto finora ad investigare quali variazioni può produrre sull'effetto Thomson la magnetizzazione sia longitudinale che trasversale, e lo stiramento.

Prevedendo già che col metodo usato nelle ricerche sopra citate non avrei potuto raggiungere con sicurezza lo scopo, ho

1) *Atti dell'Accad. delle scienze di Torino*, Vol. XXII, pag. 48 e pag. 530.
2) *Proceed. of the Roy. Soc. of. Edin.* Mar. 1888, p. 127.

costruito un altro apparecchio, il quale non servisse per misure assolute, ma offrisse invece molto maggiore sensibilità.

Ho scelto per questo due lastrine di ferro per quanto fu possibile eguali, della lunghezza di 20 centim. della larghezza di 7 millimetri e dello spessore di poco più di un millimetro; ed ho saldato alle due estremità di ciascuna rispettivamente due grossi dadi di ottone, muniti di serrafili.

Indi ho collocato le due lastrine fra le armature piatte (di circa 16 centimetri di diametro) di un' elettrocalamita Faraday, di grandissimo modello. Vennero disposte ambedue cogli orli più lunghi orizzontali, l' una sotto dell' altra ad uguale distanza dal centro delle armature, e colle faccie situate in un medesimo piano verticale. — Per mantenerle in questa posizione, i dadi di ottone dall' una e dall' altra parte erano parzialmente infissi in robuste sbarre di legno, le quali alla loro volta erano fermate ai sostegni dell' elettrocalamita.

Le medesime sbarre attraversavano le pareti di due scatole di ottone, le quali racchiudevano i dadi e le porzioni delle lastrine (circa due centimetri per ogni parte) che uscivano fuori delle armature.

Ambedue le scatole erano a doppie pareti; la prima era destinata a mantenere da una parte intorno ai dadi ghiaccio pesto, e la seconda a circondare i dadi dall' altra coi vapori di un liquido bollente. Coll'aiuto di questi dadi, mantenuti così a temperature costanti, il passaggio del calore nelle lastrine, dopo raggiunto il periodo di trasmissione permanente, non subiva alcuna oscillazione.

I serrafili dei dadi che si trovavano da una stessa banda vennero messi in comunicazione metallica fra loro; quelli degli altri due dadi servivano a congiungere le lastrine ai poli di una pila elettrica.

Oltre a ciò, le lastrine erano difese dal calore che poteva loro esser mandato dalle armature della elettrocalamita, mediante due scatole piatte di ottone, dello spessore totale di poco più di mezzo centimetro, e distanti circa un millimetro dalle armature e circa un centimetro dalle lastrine; nelle scatole scorreva acqua alla temperatura dell' ambiente.

Le scatole erano attraversate, a tenuta d'acqua, ciascuna da

sei piuoli di legno, disposti in due file eguali, all'altezza rispettivamente delle due lastrine. Detti piuoli poggiavano colla base sulla corrispondente armatura dell'elettrocalamita, e colle punte sulle lastrine di ferro; per modo che queste erano mantenute ferme nella loro posizione, anche quando, per l'eccitamento dell'elettrocalamita, fossero state attratte in un senso o nell'altro. Nel mezzo di una faccia di ciascuna lastrina venne fissata una delle estremità di una pila termoelettrica di 5 coppie zinco-pakfong.

I metalli costituenti la pila erano in fili di circa un millimetro di diametro, e le saldature delle punte avevano la lunghezza soltanto di mezzo millimetro circa. Le punte corrispondenti, sia da una parte che dall'altra, erano state riunite insieme nel senso delle faccie più larghe, impedendone il contatto per mezzo di sottili strisce di mica; per modo da formare due righe della lunghezza di circa 7 millimetri e dello spessore di circa due millimetri. Le righe costituenti le estremità della pila termoelettrica vennero fissate verticalmente ciascuna sulla rispettiva lastrina per mezzo di un apposito morsetto di legno che le teneva ambedue; evitando i contatti con l'interposizione di sottili strisce di mica. I fili liberi della pila termoelettrica erano in comunicazione, per mezzo di fili di rame di 10 millimetri di diametro, con un galvanometro sensibilissimo di Thomson collocato alla distanza di circa 12 metri. Le due congiunzioni tra i fili estremi della pila e i grossi fili di rame, erano avvolte con strisce di gomma lacca e strettamente legate insieme. L'elettrocalamita non esercitava alcuna influenza sul galvanometro.

2. *Procedimento delle esperienze.* M'assicurai anzitutto con replicate prove che la pila termometrica non subisse alterazione nel campo magnetico (essendo il pakfong uno dei suoi metalli); e che il calore radiato dalle armature durante il passaggio della corrente magnetizzante, non arrivasse alla pila stessa.

Quando poi, messa in azione la stufa, l'immagine luminosa sulla scala del galvanometro si mostrava sufficientemente ferma, notava per 5 minuti, di 30 in 30 secondi, la posizione dell'immagine stessa. Dopodichè facevo passare per le lastrine la corrente di una pila di varii elementi Daniell; così, continuando a fare le letture sulla scala del galvanometro si lasciava circolare

la corrente per dieci minuti; indi la si interrompeva, senza sospendere però le letture sulla scala.

Passati altri dieci minuti, ristabilivo la comunicazione delle lastrine colla pila Daniell, e nello stesso tempo facevo passare la corrente magnetizzante per i rocchetti dell'elettrocalamita, continuando sempre le letture del galvanometro. Dopo dieci minuti le correnti venivano di nuovo sospese; senza tralasciare però le letture del galvanometro.

Lo stesso ciclo di osservazioni si rifaceva di poi, lasciando passare nelle lastrine la corrente della Daniell, in senso contrario a quello di prima.

Infine si ripeteva l'intera serie delle osservazioni scambiando la stufa col recipiente di ghiaccio, ossia invertendo nelle lastrine il senso della caduta della temperatura.

Le letture fatte prima e dopo il passaggio della corrente attraverso le lastrine, servivano ad arrecare la dovuta correzione allo spostamento che subiva l'immagine sulla scala durante il passaggio stesso. Oltre a ciò, le osservazioni quando circolava la corrente magnetizzante erano seguite — per rispetto a tutte le altre circostanze — nelle stesse condizioni di quando la corrente medesima era sospesa; e appunto, per ottenere con più sicurezza questa parità di condizioni, ogni fase dell' esperienza compita senza la presenza del campo magnetico, fu fatta immediatamente seguire dalla corrispettiva fase nel campo magnetico.

La deviazione finale del galvanometro in ogni singola esperienza è proporzionale a $2bi$, dove b è l'effetto Thomson, e i l'intensità della corrente. Facendo la differenza fra la deviazione ottenuta con la corrente in senso opposto, si ottiene $\delta = 4bi$. E finalmente sommando le differenze δ e δ' corrispondenti alla caduta della temperatura in un senso e nel senso contrario, si ha un effetto totale $\Delta = 8bi$.

Io facevo precisamente il confronto fra il valore Δ_1 che si otteneva nel campo magnetico e il valore Δ_2 che risultava quando il campo magnetico era tolto. È evidente che in questo modo si venivano ad eliminare le alterazioni che potevano essere prodotte sul fenomeno Thomson da eterogeneità che si fossero a caso trovate nella regione esplorata delle lastrine di ferro. Come pure si veniva a togliere totalmente l'influenza che poteva portare

sulla misura del fenomeno la variazione prodotta dal campo magnetico nella resistenza elettrica delle lastrine di ferro.

3. Eseguii le prime esperienze ponendo dell'acqua a bollire nella stufa, e facendo passare per le lastrine la corrente di due coppie Daniell riunite per serie. Fu usata anzitutto per eccitare l'elettrocalamita una pila di 16 Bunsen, poi una pila di 26 Bunsen; e infine una di 38 Bunsen; ma senza un visibile risultato; come indica la seguente tabella. In essa Δ_1 rappresenta il valore di Δ ottenuto nel campo magnetico, e Δ_2 quello ottenuto quando il campo magnetico era tolto. L'intensità della corrente che attraversava le lastrine, registrata nell'ultima colonna, è espressa in unità del sistema (C. G. S.).

Pila della corrente magnetizzante	Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala	Intensità della corrente delle lastrine
26 Bunsen	23,0	22,1	0,21 (C. G. S.)
» »	22,2	22,6	
MEDIA	22,6	22,3	
38 Bunsen	22,5	23,4	0,21
» »	22,9	24,6	
» »	24,1	23,1	
MEDIA	23,2	23,7	

Rifeci le esperienze aumentando l'intensità della corrente che attraversava le lastrine; ma sempre con risultato negativo. Con una pila Daniell, costituita di una serie di quattro gruppi formati ciascuno di quattro elementi riuniti per superficie, le deviazioni dell'ago del galvanometro si mostravano talora alquanto capricciose; la massima corrente con cui si poterono fare buone osservazioni fu quella data da una pila di tre gruppi in serie, costituiti ciascuno di tre elementi riuniti in quantità. Adoperai poi come corrente magnetizzante, in principio quella data da una pila di 24 Bunsen; e in seguito quella di una pila di 52 Bunsen, disposte in 26 gruppi riuniti per serie. In quest' ultimo caso

l'intensità del campo magnetico, misurata col metodo dell'induzione, era incirca di 14.600 unità (C. G. S.).

Riferisco le osservazioni fatte soltanto nel caso, in cui la corrente delle lastrine era data dalla pila di 9 coppie Daniell, e quella dell'elettrocalamita dalla pila di 52 Bunsen; l'intensità della corrente che attraversava le lastrine era di 0,85 (C. G. S.).

Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala	Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala
I) 86,3	87,1	III) 88,8	89,1
II) 85,2	85,0	IV) 86,3	86,4

Come vedesi adunque dentro i limiti di queste esperienze il magnetismo trasversale non esercita alcuna influenza sull'effetto Thomson nel ferro.

II.

Influenza del magnetismo longitudinale e dello stiramento sull'effetto Thomson nel ferro.

1. Le esperienze sull'influenza del magnetismo longitudinale e dello stiramento sull'effetto Thomson nel ferro mi hanno dato, — come quelle sull'influenza del magnetismo trasversale, — risultati negativi. Descrivo brevemente gli apparecchi adoperati, e riferisco alcune delle misure eseguite.

Feci uso delle medesime lastrine di ferro adoperate nello studio precedente.

Per la prima delle due ricerche, ogni lastrina venne introdotta in tubo di ottone a sezione elittica, e vi fu fissata mediante due bastoncini di ebanite, i quali si adattavano col dorso rispettivamente nelle due gole del tubo e portavano dalla parte opposta una scanalatura in cui era infissa la lastrina. — Ciascun tubo d'ottone era circondato da un secondo tubo della stessa forma, in modo da lasciare uno spazio intermedio lungo quanto i tubi stessi e alto circa otto millimetri; in questo spazio, durante le esperienze, si faceva circolare dell'acqua alla temperatura dell'ambiente.

Sopra ogni tubo esterno era adattato un manicotto di cartone, sul quale era avvolto del filo di rame isolato, di diametro di circa 1 millimetro, in modo da formare un rocchetto di 10 strati di filo con 120 giri per ogni strato.

I dadi, che sporgevano fuori dei tubi da una parte e dall'altra, erano collocati dentro due scatole simili a quelle adoperate nelle precedenti esperienze, per portare una estremità delle lastrine a temperatura elevata, e mantenere la seconda alla temperatura di 0°.

Pure come nelle esperienze precedenti, erano fissate sul mezzo delle due lastrine di ferro le estremità della stessa pila termoelettrica allora adoperata.

Le misure vennero eseguite, dopo essermi assicurato che la corrente circolante nei rocchetti non produceva sulle pile termoelettriche alcun effetto.

2. Ecco i risultati principali:

Pila della corrente magnetizzante	Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala	Intensità della corrente delle lastrine
20 Bunsen	22,8	22,1	0,20 (C. G. S.)
» »	23,4	23,5	
MEDIA	23,1	22,8	
36 Bunsen in serie di 18 gruppi	88,8	88,7	0,83
	86,9	86,1	
MEDIA	87,8	87,4	

L'intensità del campo magnetico, quando la corrente era fornita da 36 Bunsen, aveva il valore di 16,200 (C. G. S.).

3. Per studiare l'influenza dello stiramento, disposi le due lastrine verticalmente l'una di fronte all'altra, dentro un robusto telaio di legno. Esse vennero fissate alla base del telaio, mediante grossi fili di ferro avvitati ai dadi inferiori; mentre che gli altri due dadi erano similmente collegati ciascuno ad una leva sostenuta dal lato superiore del telaio, sulla quale si poteva far scorrere un forte peso.

Nella scatola che racchiudeva i dadi superiori si metteva l'acqua a bollire; in quella che racchiudeva i dadi inferiori si poneva il ghiaccio.

Sul mezzo delle due lastrine erano rispettivamente fissate le estremità della pila termoelettrica, in modo che le righe costituenti le estremità medesime fossero disposte orizzontalmente.

Riferisco i risultati per il carico di 300 Kgr:

Forza stirante	Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala	Intensità della corrente delle lastrine
300 kgr.	84,0	82,8	0,82 (C. G. S.)
	83,1	83,6	
MEDIA	83,5	83,2	

III.

Influenza del magnetismo longitudinale e trasversale e dello stiramento sull'effetto Thomson nel nickel.

Feci le medesime esperienze anche sul nickel, ma non con migliore fortuna.

Adoperai due lastrine press'a poco uguali a quelle di ferro, e del resto trassi profitto dei medesimi apparecchi, usando le stesse precauzioni.

Riferisco i risultati per la massima intensità di corrente.

Magnetizzazione trasversale

Pila della corrente magnetizzante	Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala	Intensità della corrente delle lastrine
54 Bunsen in serie di 27 gruppi	111,8	112,4	0,84 (C. G. S.)
	113,0	113,1	
MEDIA	112,4	112,7	

L'intensità del campo magnetico, aveva il valore di 14,900 (C. G. S.).

Magnetizzazione longitudinale

Pila della corrente magnetizzante	Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala	Intensità della corrente delle lastrine
20 Bunsen	32,6	33,0	0,22 (C. G. S.)
» »	30,9	30,0	
MEDIA	31,7	31,5	

Pila della corrente magnetizzante	Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala	Intensità della corrente delle lastrine
40 Bunsen in serie di 20 gruppi	109,4	111,4	0,82
	108,1	119,0	
MEDIA	108,7	110,2	

L' intensità del campo magnetico, quando la corrente era fornita da 40 Bunsen, era uguale a 18,000 (C. G. S.).

Apparisce chiaramente che il valore del fenomeno Thomson in queste esperienze non rimane alterato, nè per la magnetizzazione trasversale, nè per quella longitudinale.

Stiramento

Forza stirante	Δ_1 in divisioni della scala	Δ_2 in divisioni della scala	Intensità della corrente delle lastrine
230 kgr.	33,5	33,8	0,23 (C. G. S.)
	34,0	32,9	
MEDIA	33,7	33,3	
350 kgr.	100,4	111,5	0,83
	101,2	111,0	
MEDIA	100,8	111,2	

Conclusioni.

Da tutto ciò che precede si possono dedurre le seguenti conclusioni:

Fino al limite di sensibilità (la quale era molto grande) delle mie esperienze,

a) la magnetizzazione trasversale non esercita alcuna influenza sul fenomeno Thomson nel ferro e nel nikel, almeno finchè l'intensità del campo magnetico non supera 15.000 unità (C. G. S.) circa;

b) la magnetizzazione longitudinale — per un campo magnetico non superiore a 18.000 unità — non esercita neppur essa alcuna influenza sul fenomeno Thomson;

c) nemmeno lo stiramento altera sensibilmente il valore del fenomeno stesso nel ferro e nel nickel.

Istituto Fisico dell'Università di Padova,
Giugno, 1893.

SUI FENOMENI TERMICI NELLA ELETTROLISI; RICERCHE SPERIMENTALI DEL DOTT. ADOLFO CAMPETTI.

(Largo sunto della Nota inserita negli *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* Vol. XXVIII, 1893).

1. L'A. ricorda dapprima che, se si fa attraversare un voltametro da una corrente e si considera, non la quantità totale di calore svolto, ma la variazione di temperatura nelle singole parti del voltametro, si nota che attorno ad uno degli elettrodi l'innalzamento di temperatura è maggiore che attorno all'altro e cita a questo proposito le esperienze di Bosscha [1]) e di Bouty [2]): si

1) Bosscha. *Pogg. Ann.* 105. 1858.
2) Bouty. *C. R.* 1879.

propone quindi di occuparsi appunto di questo fenomeno nella elettrolisi e prende a considerare alcuni tra gli elettroliti che danno, almeno ad uno degli elettrodi, un prodotto gazzoso, perchè questi casi sono stati poco studiati e più svariate sono le ipotesi fatte per spiegare i fenomeni calorifici che si presentano.

Per rendere lo studio del fenomeno quanto più semplice è possibile, l'A. fa sempre uso di elettrodi di platino che (nei casi studiati) non sono attaccati sensibilmente nè dal liquido, nè dai prodotti dell' elettrolisi.

2. Il voltametro dapprima adoperato era della forma seguente. Ad un palloncino di vetro della capacità di circa 80 cent. cubi sono saldati (all' estremità di un diametro che poi sta orizzontale) due tubi pure di vetro della lunghezza di 4 centimetri e del diametro di un centimetro circa, ripiegati ad angolo retto verso l' alto; inoltre il palloncino ha nella parte superiore un foro che può servire per versarvi un liquido.

Nei tubetti ripiegati verso l' alto stanno immersi i bulbi di due termometri pressochè uguali divisi in decimi di grado e confrontati con un termometro campione; i termometri poi sono tenuti a posto mediante un piccolo tappo di sughero. Attraverso ad ognuno di questi tappi passano un sottile tubo di vetro, che serve a porre in comunicazione coll'esterno, e due fili di rame. All'estremità inferiore di ciascuno di questi fili di rame è saldato uno dei capi di un pezzo di filo di platino avvolto ad elica attorno al bulbo del termometro: il filo di rame è ricoperto di vernice isolante; il filo di platino, di cui l'A. ha determinato la resistenza, è scoperto e serve da elettrodo.

3. Ciò posto, per eseguire esperienze l'A. determina:

a) la quantità di calore svolta ai due elettrodi. — L'osserservazione diretta dà la variazione di temperatura. Per dedurre da questa la quantità di calore svolta sull'elettrodo e nel liquido circostante l' A. procede in questo modo: fa passare attraverso al filo, che attornia uno dei termometri, una corrente di data intensità e per un certo tempo (dopo avere riempito il voltametro coll' elettrolito che si vuole studiare fino ad un punto determinato); essendo nota la resistenza del filo si può calcolare la quantità di calore svolta e vedere quindi la relazione che passa tra questa quantità di calore e l' innalzamento di temperatura.

b) l' intensità della corrente che attraversa il voltametro, la differenza di potenziale ai serrafili di esso e la forza elettromotrice di polarizzazione. La prima viene determinata ponendo in serie col voltametro una bussola di Siemens, la seconda si determina mediante un elettrometro di Lippmann, adoperando per campione una Clark, col metodo di compensazione. Per determinare poi la forza elettromotrice di polarizzazione l'A. fa uso di un vibratore assai rapido posto in movimento, a guisa di un campanello elettrico, da una pila Leclanché. L'asticella vibrante è posta in comunicazione mediante un contatto a mercurio con uno dei serrafili del voltametro, mentre dall'altro serrafilo un reoforo conduce direttamente a un galvanometro Deprez-D'Arsonval a riflessione; essa asticella porta due punte di platino, che, venendo a contatto alternativamente con l'una o l'altra di due laminette, pure di platino, pongono il primo serrafilo del voltametro in comunicazione successivamente con uno dei poli di una batteria di due o più elementi Bunsen o coll' altro serrafilo del galvanometro; si intende che il secondo elettrodo del voltametro è in comunicazione fissa col secondo polo della batteria. Nel circuito del galvanometro è inserita una resistenza costituita da una soluzione di solfato di zinco tra elettrodi di zinco amalgamato (resistenza superiore a 150000 Ohm).

Ciò posto per determinare la forza elettomotrice di polarizzazione in un dato istante (dopo cioè che la corrente ha già attraversato per un dato tempo il voltametro) si pone in azione il vibratore, si toglie la comunicazione stabile del polo delle Bunsen corrispondente al vibratore col voltametro e si chiude il circuito del galvanometro mediante un contatto a mercurio; si ottiene in tal modo la deviazione d_1. Allora (esclusa la comunicazione colla batteria Bunsen) al posto del voltametro si pone un elemento Daniell a solfato di zinco di forza elettromotrice nota D in Volt, e si fa agire di nuovo il vibratore, ottenendo la deviazione d_2. Siccome le deviazioni sono piccole, essendo la lettura fatta col metodo di riflessione, si ha per il valore p della forza elettromotrice di polarizzazione

$$p = \frac{d_1}{d_2} \mathrm{D}$$

4. Una volta determinato il rapporto fra le quantità di calore che si svolgono, in ogni singolo caso, ai due elettrodi, l'A. esamina, se per il medesimo elettrolito e in condizioni analoghe si abbia durante l'elettrolisi svolgimento di calore dovuto ad azioni secondarie. Se Q è il calore totale svolto nel tempo t nel voltametro, I la intensità della corrente che lo attraversa, e la differenza di potenziale ai suoi serrafili, p la forza elettromotrice di polarizzazione espresse in Volt, si sa che la quantità di calore secondario Q_s

$$Q_s = Q - \alpha It(e - p)$$

(essendo $\alpha = \frac{1}{4,18}$ e t espresso in secondi), dove le quantità del secondo membro possono tutte essere date dall'esperienza. Se Q_s non è nullo, vorrà dire che a una diversa distribuzione di esso rispetto ai due elettrodi potrà attribuirsi, almeno in parte, il loro ineguale riscaldamento: quando invece Q_s sia nullo, questo diverso riscaldamento dovrà attribuirsi piuttosto a un fenomeno localizzato sugli elettrodi analogo al fenomeno Peltier.

Per avere Q_s bisogna conoscere anche Q; l'A. invece di porre il voltametro in un calorimetro, adopera come calorimetro il voltametro stesso, facendo uso di un bicchiere di vetro a pareti sottili chiuso da un sughero, attraverso al quale passano due fili di platino e un termometro in quinti con agitatore: e, I, p vengono determinati nel modo stesso tenuto prima per l'altro voltametro.

5. Nelle esperienze eseguite l'A. adopera dapprima come elettroliti acido solforico, acetico e bromidrico diluiti, commercialmente puri, e soluzione di idrato potassico. Per determinare la quantità di calore corrispondente ad un dato innalzamento di temperatura nei due termometri del voltametro fa esperienze soltanto riempiendo il voltametro con acido solforico diluito: adopera poi gli altri elettroliti così diluiti che il loro calore specifico sia uguale a quello di una delle soluzioni di acido solforico usate, ammettendo che in tali condizioni la trasmissione del calore nel liquido sia sempre la medesima.

Le soluzioni di acido solforico usate sono di densità 1,054 1,115, 1,240 a 18°. Per brevità l'A. riporta solo le esperienze relative alla soluzione di densità 1,240. Nella tabella seguente le

due grandi colonne contengono i dati relativi all'innalzamento di temperatura e al calore svolto attorno al termometro A, quella di destra, al termometro B quella di sinistra: C_1 e C_2 indicano le quantità di calore svolte, Δ_1 e Δ_2 gli innalzamenti di temperatura dopo 2', 30'', dopo 5' o dopo 10' rispettivamente.

	C_1 dopo 5'	C_2 dopo 10'	Δ_1 dopo 5'	Δ_2 dopo 10'	C_1 dopo 5'	C_2 dopo 10'	Δ_1 dopo 5'	Δ_2 dopo 10'
1ª	0,71	1,42	0,13	0,21	0,75	1,50	0,19	0,31
2ª	2,46	4,92	0,52	0,73	2,59	5,18	0,51	0,74
	dopo 2', 30''	dopo 5'	dopo 2', 30''	dopo 5'	dopo 2', 30''	dopo 5'	dopo 2', 30''	dopo 5'
3ª	3,96	7,92	1,10	1,68	4,16	8,32	1,05	1,61
4ª	7,93	15,86	2,06	3,06	8,39	16,78	1,93	2,92

6. *Esperienze con acqua acidulata con acido solforico.* — In queste esperienze per mezzo della tabella precedente e delle altre dall'A. non riportate che dànno la quantità di calore svolta a ciascun elettrodo, conoscendo l'innalzamento di temperatura, si può calcolare la differenza del calore svolto ai due elettrodi ammettendo che la resistenza del liquido che circonda il filo di platino sia uguale da ambedue le parti. Questo si può ritenere giusto con molta approssimazione e risulta facilmente invertendo nel voltametro la direzione della corrente.

Nella tabella seguente la prima colonna contiene la densità del liquido adoperato, la seconda la durata dell'esperienza in minuti primi, e, I, p, hanno il significato già loro attribuito prima, A e B indicano gli innalzamenti di temperatura dei termometri A e B; c_a e c_b le rispettive quantità di calore svolte, C il calore Joule svolto in tutto il voltametro, Δ la differenza tra le quantità di calore svolte ai due elettrodi.

		T	e	p	I	A	B	c_a	c_b	C	Δ
1ª	1,054	5'	3,72	1,91	0,112	1,36	0,33	6,16	1,69	20,27	4,47
2ª	1,054	5'	4,60	1,97	0,179	2,33	0,60	10,78	3,03	34,16	7,75
3ª	1,054	5'	4,49	1,90	0,176	2,07	0,53	9,56	2,68	32,10	6,88
1ª	1,115	5'	3,50	2,07	0,174	2,29	0,52	11,71	3,44	21,73	8,27
2ª	1,115	5'	3,00	2,08	0,101	1,20	0,30	5,76	1,77	7,41	3,99
3ª	1,115	5'	5,35	1,98	0,397	4,13	1,09	21,28	5,56	94,12	15,72
1ª	1,240	5'	3,55	2,05	0,183	1,87	0,23	9,01	0,56	20,88	8,45
2ª	1,240	5'	5,08	2,09	0,413	4,12	0,40	21,95	1,96	87,56	19,99
3ª	1,240	5'	3,20	2,18	0,106	1,06	0,08	5,00	0,19	7,47	4,81

La corrente entra dall' elettrodo attorno al termometro A ed esce dall'altro. Nelle tavole i valori di e, I, sono dati come medie di varie osservazioni: la loro variazione però è sempre molto piccola; a ogni modo per il calcolo di C l'A. tiene conto dei valori di queste quantità di minuto in minuto.

Pe vedere ora, qual' è il calore secondario che si svolge in un voltametro ad acido solforico diluito in condizioni analoghe alle precedenti, l'A. segue il metodo di determinazione già stato

accennato prima: l'equivalente in acqua del vaso calorimetrico, del termometro ecc., viene determinato al solito modo; quanto all'equivalente in acqua del liquido viene dedotto dal suo peso e dal suo calore specifico ottenuto dalle tabelle di Thomsen [1]) che dànno per interpolazione:

Densità	1,054	1,115	1,240
Calore specifico	0,935	0,869	0,745

Nella tavola seguente sono riportate sette esperienze; la prima colonna contiene la durata dell'esperienza in primi, la seconda la densità del liquido adoperato (δ); e, I, p, C hanno lo stesso significato che nella tavola precedente, C_1 è il calore svolto effettivamente nel voltametro, C_s il calore secondario e C'_s il calore secondario riferito a 100 di calore Joule.

	T	δ	e	p	I	C	C_1	C_s	C'_s
1ª	10'	1,054	3,43	2,14	0,316	57,7	75,1	17,4	30,1
2ª	»	»	3,34	2,00	0,340	64,3	78,2	13,9	21,6
1ª	»	1,115	3,38	2,25	0,326	53,4	84,7	31,3	58
2ª	»	»	2,99	2,19	0,191	21,6	33,1	11,5	50,1
1ª	»	1,420	3,23	2,10	0,479	76,3	110,0	33,7	44,2
2ª	»	»	3,00	2,18	0,119	13,8	21,2	7,4	53,5
3ª	»	»	3,15	2,19	0,203	26,4	42,8	16,4	62,1

Come risulta dalla tavola i valori di C'_s sono un po' discosti gli uni dagli altri anche per una stessa soluzione. La causa del poco accordo non deve, secondo l'A., ricercarsi in errori di esperienza, ma piuttosto in cause secondarie variabili, come l'aria disciolta nel liquido; infatti per altri elettroliti i risultati sono molto più concordanti.

Dai dati precedenti sarebbe possibile calcolare con una certa approssimazione la quantità di calore che si svolge attorno a ciascun elettrodo (cioè sull'elettrodo e nel liquido circostante)

1) J. Thomson, *Thermochemische Untersuchungen.* " Pogg. Ann.„ 1871.

quando si ammettesse che (nel voltametro usato per le prime determinazioni) tutto il calore secondario che si ottiene si svolga in quella porzione che sta attorno agli elettrodi. Allora, se si indica con J la quantità di calore Joule che si svolge attorno a ciascun elettrodo (la stessa quantità per ambe due come si è ammesso) e se le quantità che si vuole calcolare sono rispettivamente k_a e k_b dovrebbe essere $k_a + J = c_a$, $k_b + J = c_b$ essendo c_a e c_b riferiti a 100 di calore Joule. D'altra parte deve essere $k_a + k_b = C'_s$ e perciò, se si calcolassero di qui k_a e k_b si vedrebbe che l'ipotesi fatta non è completamente ammissibile e si deve ritenere piuttosto che il calore secondario si svolga in questo caso, sia pure in diversa proporzione, in tutto il liquido. Il calcolo del calore che si svolge sopra ogni elettrodo riesce quindi più difficile; il fenomeno risulta molto più semplice quando si tratti di elettroliti pei quali il calore secondario possa ritenersi nullo, come si vede in alcuni dei casi che seguono.

7. *Acqua acidulata con acido acetico.* — La soluzione adoperata aveva il calore specifico 0,935 e il peso specifico 1,024 a 20°. La resistenza di questa soluzione è considerevole: era quindi necessario, per ottenere effetti facilmente apprezzabili, di avere ai serrafili del voltametro una differenza di potenziale assai grande: perciò in questo caso la corrente era fornita da una batteria composta di 6 Bunsen e 25 Daniell.

Poichè in questo caso la resistenza del voltametro è molto grande e quindi, a parità delle altre condizioni, il calore Joule molto grande di fronte a quello che può svolgersi sugli elettrodi, l'A. osserva che non può ritenersi più, nemmeno approssimativamente, che le quantità di calore Joule svolte nel liquido attorno ai due termometri siano fra loro uguali: per conseguenza, dopo aver fatto un'esperienza prendendo uno dei fili come anodo, l'altro come catodo, fa una seconda esperienza invertendo la direzione della corrente e prende quindi le medie del calore svolto all'anodo e al catodo nei due casi riferendosi sempre a 100 di calore Joule. Nella tabella seguente sono riportati i risultati di due coppie di esperienze, Δ' è la differenza media del calore svolto all'anodo e al catodo riferito a 100 di calore Joule.

	T	e	p	I	A	B	c_a	c_b	C	Δ'
1ª	10'	36,19	2,30	0,020	1,50	1,26	6,83	6,73	95,6	0,66
2ª	10'	33,77	2,31	0,019	1,19	1,18	5,36	6,29	84,3	
3ª	10'	35,86	2,21	0,018	1,45	1,20	6,59	6,40	84,3	0,66
4ª	10'	35,96	2,32	0,018	1,25	1,23	5,64	6,57	84,4	

Nella prima e terza esperienza l'ossigeno si svolge al termometro A, nella seconda e quarta al termometro B. I valori di Δ' sono abbastanza concordanti e perciò, siccome si verifica poi che il calore secondario può ritenersi approssimativamente nullo, potrebbe calcolarsi con sufficiente approssimazione il calore svolto sull'elettrodo.

Resta all'A. a verificare quello che ha detto prima, essere cioè nullo il calore secondario nell'elettrolisi dell'acido acetico; eseguisce perciò quattro esperienze (quì sotto riportate) nel modo stesso seguìto per l'acido solforico.

	T	e	p	I	C	C_1	C_2	C'_2	Media
1ª	5'	27,98	2,22	0,093	168,9	167,0	1,9	1,1	— 0,3
2ª	5'	28,64	2,38	0,094	174,1	173,2	0,9	0,5	
3ª	10'	11,17	2·56	0,032	40,0	41,6	— 1,6	— 3 8	
4ª	10'	11,40	2,58	0,034	43,7	43,3	0,4	0,4	

8. Seguono nella nota i risultati delle esperienze condotte in modo analogo sull'acqua acidulata con acido bromidrico di densità 1,035 a 15° e di calore specifico 0,935, in cui si verifica essere nullo il lavoro secondario e perciò tanto sarà il calore svolto sopra un elettrodo quanto il calore consumato sull'altro. L'esperienze invece con soluzione di idrato potassico di densità 1,042 a 18° e calore specifico 0,935 mostrano un andamento analogo a quelle eseguite colle soluzioni di acido solforico, sebbene esse non abbiano il grado di sicurezza delle precedenti, giacchè, a causa

della maggiore viscosità della soluzione, lo sviluppo gassoso tende ad allontanare il liquido dagli elettrodi e rende quindi il fenomeno più irregolare. Anche in questo caso il calore totale svolto nel voltametro supera notevolmente (come per l' acido solforico) il calore calcolato secondo la legge di Joule.

9. Osservando i risultati delle esperienze eseguite, l'A. nota che tanto il calore secondario, quanto la differenza di riscaldamento dell' anodo e del catodo non sono proporzionali al calore Joule: però in generale il rapporto fra il calore secondario e l'intensità della corrente varia per ogni elettrolito entro limiti assai ristretti.

L' A. distingue poi gli elettroliti in due classi: quelli, nei quali si ha durante l' elettrolisi sviluppo di calore secondario e quelli, nei quali questo calore può ritenersi, almeno approssimativamente, come nullo. Tanto negli uni quanto negli altri si ha un riscaldamento differente ai due elettrodi; ma in questi ultimi si deve ritenere che il calore svolto attorno all'uno sia compensato dal calore consumato all'altro: si tratta quindi semplicemente di un fenomeno Peltier alla superficie di separazione tra l' elettrodo e il liquido. Negli altri casi invece, il calore secondario potendo svolgersi in diversa misura nelle varie parti del liquido, non è più necessario che il riscaldamento attorno ad un elettrodo sia equivalente al raffredamento che subisce l'altro, e il fenomeno risulta quindi più complicato.

10. Risultando da ciò che precede come la quantità di calore secondario che si svolge durante il processo elettrolitico sia molto differente da un liquido all'altro, è sembrato opportuno all'A. di ricercare a quale causa debba attribuirsi questa differenza e in quali elettroliti esso appaia in maggiore grado; perciò, seguendo sostanzialmente il metodo prima adoperato, esamina il calore secondario svolto [1]) durante l'elettrolisi di una serie di composti e cioè:

Acido cloridrico, cloruro ramico, cloruro potassico;
Acido bromidrico, bromuro ramico, bromuro potassico;
Acido iodidrico, ioduro potassico.

1) Già Raoult (*Ann. de Chim. et. de Ph.* 1864 e 65 — *C. R.* 59, 1868) Favre (*C. R.* 66, 68 e 73) Jahn. (*W. A.* 1886, 28 etc) si erano occupati di questo genere di ricerche.

In luogo di un bicchiere di vetro l'A. adopera come voltametro un vasetto cilindrico di ottone a pareti sottili della capacità di circa 70 cent. cubi argentato all'esterno e difeso internamente da uno strato sottile di vernice isolante. Preferisce questo al vetro per avere una più rapida trasmissione di calore alle pareti durante l'elettrolisi; gli elettrodi sono costituiti da due fili di platino di circa un millimetro saldati a grossi fili di rame e portati da un tappo di sughero indipendente dal voltametro; il tutto è poi disposto come si usa nelle esperienze calorimetriche.

11. Riassumendo i risultati ottenuti e riportati dall'A. in tabelle analoghe alle precedenti si ha che per i composti del bromo esaminati il calore secondario può ritenersi come nullo, mentre è sempre positivo per i composti del cloro e dell'iodio.

Per spiegarsi questo risultato poco conforme all'ordine in cui si succedono il cloro, bromo e iodio nell'ordine di affinità, l'A. osserva che le cagioni probabili del calore secondario sono varie e, nel caso dei composti esaminati, più specialmente due. In primo luogo i prodotti dell'elettrolisi possono ricombinarsi nel liquido e dar luogo così a uno sviluppo di calore; in secondo luogo può all'anodo svolgersi insieme al cloro, bromo od iodio una certa quantità di ossigeno, e questa apparire poi direttamente o dar luogo allo svolgimento di cloro, bromo od iodio come prodotto secondario.

Quanto alla prima delle due cause essa può valere specialmente per i cloruri; ma non per gli ioduri nei quali l'iodio reso libero rimane disciolto nel liquido.

12. Per esaminare se lo svolgimento di ossigeno all'anodo, svolgimento che è sempre accompagnato da produzione di calore secondario, sia in quantità sufficiente per spiegare i fenomeni osservati, l'A. ha fatto uso di un voltametro comune costituito da un tubo di vetro nel quale servivano come elettrodi i fili di platino già adoperati prima; i gas che potevano svolgersi all'anodo erano raccolti al solito modo in una campanella graduata.

Esaminando le soluzioni di acido cloridrico, bromidrico, iodidrico, cloruro ioduro e bromuro potassico, l'A. trova che in ogni caso la quantità di ossigeno svolta effettivamente è molto piccola; e perciò per i cloruri (acido cloridrico, cloruro ramico e potassico) il calore secondario dovrà attribuirsi piuttosto alla

formazione di composti tra i prodotti dell'elettrolisi, prodotti che, quando l' intensità della corrente è maggiore, non possono più sussistere.

Per i bromuri (bromuro potassico e ramico) ha pure luogo quest' azione, poichè si sa che versando bromo in una soluzione di potassa si ottiene bromato e bromuro potassico; ma il calore svolto è probabilmente in quantità troppo piccola.

Per gli ioduri non si può ammettere più questa ipotesi; la più probabile è che all'anodo si svolga ossigeno in quantità ragguardevole, il quale ossigeno ridurrebbe poi l'acido iodidrico o l' ioduro lasciando iodio libero. Questo verrebbe confermato anche dal valore elevato che ha la forza elettromotrice di polarizzazione per l' ioduro potassico.

E. Crescini.

SULLA RELAZIONE FRA LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA E L' ATTRITO INTERNO DEGLI ELETTROLITI; DOTT. VIRGILIO MONTI.

(Largo sunto della Nota inserita negli *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* Vol. XXVIII. 1893).

Nella prima parte della sua nota l' A. fa dapprima un brevissimo riassunto dei principali lavori che trattano della relazione fra la conducibilità elettrica e l'attrito interno degli elettroliti [1]. A questo proposito, avendo già pubblicato nel 1892 (*Atti del R.*

1) Hankel (*Pogg. Ann.* 46. 1846).
G. Wiedemann (*Pogg. Ann.* 99).
O. Gotrian (*Pogg. Ann.* 157-160).
F. Kohlrausch (*Wied. Ann.* 6).
R. Lenz *Mém. de l'Ac. de St. Petersb.* (5) 26. *Beibl.* 2).
C. Stephan (*Wied. Ann.* 17-18).
E. Wiedemann (*Wied. Ann.* 20).
E. Bouty (*Journ. de Phys.* 1884).
G. Vicentini (*Atti del R. Ist. Veneto* 1884).
H. De Vriess (*Beibl.* 1885).
S. Arrhenius (*Dep. of. Brit. Ass.* 1886).

Istituto Veneto) uno studio sulla conducibilità a 18° di alcuni sali alcalini in mescolanze d'acqua e glicerina, egli crede opportuno determinare appunto a 18°, col metodo del Poiseuille, la viscosità delle mescolanze d'acqua e glicerina.

La pressione determinante l'efflusso è assegnata da un manometro a mercurio ad aria libera, le cui indicazioni, lette con un catetometro Perreaux, vengono ridotte a 0°.

La durata di efflusso è misurata da un cronometro Parkinson, il cui andamento è stato studiato al pendolo normale.

Il tubo a efflusso è contenuto in un bagno come quello che figura nell'apparecchio del Prof. S. Pagliani, per la determinazione della viscosità degli olii minerali. La temperatura di questo bagno è data da un termometro in quinti, studiato e paragonato con un campione Baudin. La temperatura del bagno è mantenuta costante al possibile per ogni determinazione, essendo inevitabili piccole variazioni stante la lunghezza delle esperienze, l'A. assume come temperatura dell' esperienza la media di tutte le temperature osservate di minuto in minuto. Fa diverse esperienze fra le temperature di 0° e di 30°, e da queste ricava la viscosità a 18° con una costruzione grafica. Non adopera per questo alcuna delle formole proposte per rappresentare l'andamento della viscosità in funzione della temperatura, perchè, in generale, quelle formole non si adattano molto bene al caso dei liquidi più vischiosi.

La tabellina seguente contiene nella prima colonna le ricchezze in glicerina delle mescolanze, nella seconda le loro viscosità a 18°, essendo assunta uguale ad 1 la viscosità dell'acqua a 18°:

0	1
18.1	1.66
39.7	3.64
46.0	5.67
60.0	12.55
70.5	32.31
83.1	143.63

Da questi dati l'A. ha, per interpolazione, calcolate le viscosità a 18° delle mescolanze che hanno servito da solvente nelle

citate esperienze sulla conducibilità. Nelle tavole che seguono, la prima colonna contiene i nomi dei sali, la seconda le concentrazioni p; la terza le conducibilità molecolari k moltiplicate per 10^8 corrispondenti a quelle concentrazioni, secondo F. Kohlrausch (*Wied. Ann.*, 26), la quarta le conducibilità molecolari k' moltiplicate per 10^8, trovate dall'A. nei solventi glicerici, la quinta le viscosità v dei solventi stessi.

Nome del sale	p	$k\,10^8$	$k'\,10^8$	v
K Cl	0,193	1112	651	2.02
	0.419	1075	642.6	
	0.670	1049	626.3	
	0.987	1030	642.6(?)	
	0.104	1133	171.7	11.66
	0.520	1059	160.7	
	0.768	1039	158.3	
	0,205	1101	10.9	195.06
	1,030	1023	9.7	
KNO_3	0.943	984	435.0	2.12
	1.462	959	378.2	
	2.660	909	360.5	
	0.590	1017	272.3	7.17
	0.963	979	204.8	
	2.746	899	140.6	
	3.249	883	130.3	
KNO^3	0.671	1003	38.2	21.34
	1.172	964	37.0	
	1.642	940	35.7	
	0.673	1001	5.5	191.52
	1.325	955	5.1	
Na Cl	0.305	891	480.5	2.51
	0.620	858	459.7	
	0.825	840	433.2	
	1.083	820	426 4	
	0.175	914	129.1	10.00
	0.404	876	128.9	
	0.500	866	126.5	

Nome del sale	p	$k\,10^8$	$k'\,10^8$	v
	0.156	916	10.1	179.92
	1.246	813	9.0	
Na NO³	0.404	853	288.9	3.64
	0.666	825	280.1	
	0.830	813	271.4	
	1.024	798	273.1 (?)	
	0.148	890	71.5	24.21
	0.3 6	862	66.1	
	0.425	846	63.6	
	0.902	802	42.5	
	0.409	846	11.2	163.24
	0.586	827	11.2	
	0.827	806	10.1	
NH_4Cl	0.121	1109	326.2	5.41
	0.218	1082	280.6	
	0.587	1023	295.3 (?)	
	0.154	1095	49.6	63.44
	0.221	1079	49.3	
	0.432	1037	45.1	
	0.130	1101	9.4	227.43
	0.646	1018	9.4	

Dall' esame di queste Tavole l' A. conclude che, benchè nel caso dei solventi glicerici l' influenza dell' attrito sulla conducibilità sia maggiore di quella osservata dall' Arrhenius nei solventi gelatinosi, pure non si può stabilire alcuna relazione fra la viscosità, e la conducibilità.

Ottenuti questi risultati, l'A. osserva nella seconda parte del suo lavoro che veramente per avere una idea completa dei processi meccanici che accompagnano l'elettrolisi, bisogna por mente agli attriti che subiscono le molecole dell'elettrolito, decomposte e indecomposte.

Nessuna esperienza dà direttamente l'attrito che si può sviluppare in una soluzione salina fra il sale e il solvente, e fra le

parti del sale. Si sono però fatti dei tentativi per dedurlo, in modo indiretto, dall'attrito interno della soluzione.

L'A. ricorda la formola di O. E. Meyer recentemente sviluppata da K. Mützel (*Wied. Ann.* 43). Se p è il procento d'una soluzione di densità ρ; e p_1, ρ_1 sono il procento e la densità di una soluzione campione di quel sale, si può scrivere

$$\eta = \left(\frac{100-p}{100}\,\rho\right)^2 \eta_w + \left(\frac{p}{p_1}\left[\frac{\rho}{\rho_1}\right]^2 \frac{100-p}{100-p_1}\right) \eta_{a,s} + \left(\frac{p\rho}{100s}\right)^2 \eta_s$$

essendo η_w l'attrito interno dell'acqua pura, $\eta_{a,s}$ l'attrito fra particelle acquose e saline nella soluzione campione, η_s l'attrito fra le particelle del sale puro, s la densità di questo, ed η l'attrito interno della soluzione salina.

È facile ricavare da questa formola l'attrito che sopporta il sale in una soluzione salina, quando si disponga di un numero conveniente di osservazioni.

Limitandosi al caso di soluzioni molto diluite, l'A. trascura il terzo termine e osserva che il secondo può alla sua volta essere decomposto, avuto riguardo alla dissociazione elettrolitica, giacchè è probabile che una molecola salina dissociata incontri da parte del solvente un attrito diverso da quello che proverebbe la stessa molecola ove non fosse dissociata.

L'A. prende in considerazione due sali, il cloruro di sodio e quello di potassio, come sali, di cui è ben noto il comportamento elettrolitico e sui quali si possiede un numero sufficiente di dati relativo all'attrito interno.

Sceglie per ciascuno di questi due sali due soluzioni che contengono, p. e. molecole elettrochimiche 0,01 e 0,03 per litro. Il grado di dissociazione del NaCl è nelle due soluzioni rispettivamente $\frac{962}{1024}$ e $\frac{920}{1024}$; quello del KCl rispettivamente $\frac{1147}{1216}$ e $\frac{1107}{1216}$.

Dalla formula di Mützel sopra ricordata si ricava:

Nel NaCl

$\eta_{a,s} = 0{,}000012518$ per $m = 0{,}01$
$\eta_{a,s} = 0{,}000037510$ » $m = 0{,}03$

Nel KCl

$\eta_{a,s} = 0{,}000005382$ » $m = 0{,}01$
$\eta_{a,s} = 0{,}000016121$ » $m = 0{,}03$

Chiamati α e β gli attriti rispettivamente dovuti alle molecole dissociate e alle non dissociate nella prima soluzione di NaCl, γ e δ le quantità corrispondenti per la prima di KCl: sarà

$$\alpha + \beta = 0{,}000012518 \tag{1}$$
$$\gamma + \delta = 0{,}000005382.$$

Come varii l'attrito provato da una delle due classi di molecole, per es. dalle dissociate, col cambiare della diluizione, si deduce dall'A. nel modo seguente analogo a quello tenuto dal Mützel.

Siano x e x_1 i gradi di dissociazione nelle due soluzioni di NaCl; y e y_1 i gradi di dissociazione nelle due di KCl.

Passando da una soluzione che contenga $x\,m$ molecole dissociate per cm^3, a un'altra che ne contenga $x_1\,m_1$, l'attrito provato dalle molecole dissociate varia intanto nella ragione $\frac{x_1 m_1}{x m}$; ma, poichè il numero delle molecole d'acqua per cm^3 varia dall'una all'altra soluzione nella ragione $\frac{100-p_1}{100-p}\,\frac{\rho_1}{\rho}$, dove p e ρ rappresentano rispettivamente procento salino e densità, ne segue che, in tutto, l'attrito varierà nella ragione

$$\frac{x_1 m_1}{x\,m} \quad \frac{100-p_1}{100-p} \quad \frac{\rho_1}{\rho}$$

o più semplicemente

$$\frac{x_1 m_1}{x m} \quad \frac{100-p_1}{100-p},$$

trascurando le differenze fra ρ, ρ_1, e l'unità.

Similmente l'attrito provato dalle molecole non dissociate varierà nella ragione

$$\frac{1-x_1}{1-x} \quad \frac{m_1}{m} \quad \frac{100-p_1}{100-p}.$$

Cosicchè alle (1) si possono aggiungere le seguenti equazioni, calcolate nel modo detto, per le altre due soluzioni

$$0{,}000037510 = 2{,}8656\,\alpha + 5{,}0263\,\beta \tag{2}$$
$$0{,}000016121 = 2{,}8910\,\gamma + 4{,}7321\,\delta.$$

Dalle (1) e (2) si ricava

$$\alpha = 0,00001176$$
$$\gamma = 0,00000508.$$

Le molecole dissociate di KCl, in una soluzione contenente per litro 0,01 molecole elettrochimiche, provano dunque un attrito che è meno della metà di quello incontrato, in una soluzione corrispondente, dalle molecole dissociate di NaCl.

L'A. conclude che è impossibile collegare questo fatto col comportamento elettrolitico. Infatti nelle due soluzioni considerate le conducibilità molecolari sono nel rapporto $\frac{962}{1147}$.

E. Crescini.

SOPRA UN CASO OSSERVATO A RIGUARDO DELL'INFLUENZA DI CONSIDEREVOLI MASSE DI FERRO NELLE MISURE MAGNETO-TELLURICHE; DOTT. L. PALAZZO.

(Largo sunto della Nota inserita nelle Memorie della società degli spettroscopisti italiani, vol. XXII, 1893).

L'A. dopo aver notato le varie cautele per evitare gli errori provenienti dalle masse di ferro in vicinanza del luogo dove si fanno osservazioni sul magnetismo terrestre, accenna all'utilità di sapere fin dove si fa sentire l'azione di tal causa perturbatrice che egli stesso rilevò in alcune esperienze fatte nel 1892 all'isola della Maddalena quando doveva ripetere le misure già fatte dal Prof. Chistoni nel 1884 [1]). Da primo non potè fare stazione presso la villa Odastrolo, poichè lì vicino era ancorata la nave Palestro; ma dopo aver fatto le osserva-

2) Misure assolute degli elementi del magnetismo terrestre fatte in Sardegna nell'anno 1884 (*Ann. dell' Uff. di Meteorologia Italiana,* Sez. 2. vol. 5 part. I. 1883).

zioni in un punto posto presso il paese della Maddalena (coordinate geografiche $\varphi = 41^\circ.13'.0$ N; $\lambda = 9^\circ.14'.5$ E da Greenwich) e in un punto dell' isola Caprera, ($\varphi = 41^\circ.11'.9$; $\lambda = 9^\circ.27'.7$) assicuratosi che nessuna influenza aveva la nave confrontando le sue con le osservazioni del Prof. Chistoni, volle provare quali fossero le perturbazioni nelle misure del magnetismo terrestre prodotte dalla Palestro nella località di Odastrolo ($\varphi = 41^\circ.12'.9$; $\lambda = 9^\circ.25'.1$). Lo scafo della corazzata era in legno; la lunghezza 78,82 metri; il peso del ferro a bordo 5500 tonnellate; lo spessore della corazza 22 centimetri; l'orientazione della prora 74°; della poppa 254° cioè nel senso della lunghezza la nave si trovava quasi nel piano normale al meridiano magnetico; vicina poi e quasi parallelamente stava ormeggiata una torpediniera costiera con un peso di 11-12 tonnellate di ferro a bordo. Il punto d'osservazione distava di 135 metri dalla Palestro che si vedeva sotto un angolo di 32°.5 ed il cui albero maestro si vedeva sotto un azimut di 338°. Il Dott. Palazzo il 30 maggio 1892 fece le misure della declinazione con un piccolo magnetometro costruito appositamente, dell'inclinazione per mezzo dell'inclinometro adoperato nelle misure assolute, e della componente orizzontale col metodo delle oscillazioni resultandone i seguenti valori:

Declinazione — 11°.31'.6 W
Inclinazione — 57°.49'.5
Intensità orizzontale — 0,23406 (C. G. S.).

Pochi giorni avanti aveva trovato per valore della declinazione alla Maddalena 11°.49'.0 W e a Caprera 11°.55'.8 W; di modo che, dopo aver tenuto conto dell'ora, dello strumento adoperato e di altre circostanze, conclude che la nave alterava di circa 10' la declinazione magnetica della stazione scelta. Confrontando poi i resultati ottenuti della inclinazione ed intensità orizzontale con quelli avuti qualche giorno innanzi, l'A. mostra che la ingente massa di ferro non aveva influenza su questi due elementi del magnetismo terrestre. Finisce la sua memoria dicendo che, riscontrandosi sensibile irregolarità soltanto nella declinazione, non dovevano venire alterate neppure la componente verticale, nè la forza totale; e che, avuto riguardo al rapido de-

crescimento delle azioni magnetiche coll'aumentare della distanza, a soli 200 metri dalla corazzata non si sarebbe più palesata alcuna sensibile differenza nella misura di tutti e tre gli elementi del magnetismo terrestre.

A. PETROZZANI.

MAGNETOMETRO UNIFILARE DEI SENI; C. CHISTONI.

Nel volume IX (serie II) delle memorie della R. Accademia di Modena il Prof. Ciro Chistoni pubblicò la descrizione del magnetometro unifilare dei seni, da esso fatto costruire fino da quando faceva parte del personale dell' Ufficio centrale di Meteorologia, e che servì per quasi tutte le misure magneto-telluriche eseguite in Italia.

Questo magnetometro permette la misura completa della declinazione e della componente orizzontale della forza magnetica terrestre, e permette anche la determinazione di quei coefficienti, che sono necessarii per quest' ultima operazione.

Lo strumento del Chistoni, in confronto di quelli che furono antecedentemente usati, ha il vantaggio che un unico cannocchiale serve per la puntata al magnete della declinazione, al magnete delle deviazioni ed al magnete delle oscillazioni, e serve anche per la determinazione del meridiano astronomico perchè, togliendo dall'apparecchio la parte magnetica propriamente detta, lo strumento si riduce ad un piccolo universale.

Inoltre nello strumento del Chistoni sono rese più facili certe operazioni delicate, che in altri magnetometri non si possono compiere che con grande difficoltà e con rilevante perdita di tempo. Rimandiamo chi vuole prendere completa conoscenza dell' apparecchio alla memoria originale del Chistoni, la quale venne anche pubblicata nel vol. XIV degli annali dell' Ufficio Centrale di Meteorologia.

Ci piace poi aggiungere che il Prof. Chistoni non si è accontentato di dare all' apparecchio una forma meccanica diversa

dagli altri, ma che in diversi lavori pubblicati nelle memorie degli Spettroscopisti italiani, nelle Memorie dell'Accademia di Modena e negli Annali dell'Ufficio Centrale di Meteorologia ha saputo dare la teoria completa del suo magnetometro, non solo, ma iniziare una teoria generale degli strumenti magnetometrici, che col tempo speriamo vorrà condurre a termine.

Dott. G. De Vecchi.

RIVISTA

Comptes Rendus, — Gennaio 1894.

1, 2. — P. Joubin. *Legge di calamitazione del ferro dolce* (pp. 67-69) — Fino a qui i fenomeni di calamitazione del ferro si sono potuti rappresentare soltanto con espressioni empiriche e approssimative; fra le altre notissima è la formula tanto spesso impiegata del Frölich, la quale per esempio non indica che la suscettibilità magnetica passa per un massimo. L'A. fa risaltare in questa nota che, se si indica con I l'intensità di magnetizzazione, con H il campo e con K la suscettibilità definita dalla relazione $I = KH$, e si forma poi una curva prendendo per ascisse i valori di K, o di $4\pi K$, e per ordinate i valori di I, questa curva rassomiglia a quelle che rappresentano la relazione fra la densità dei fluidi saturi e la temperatura. Esso mostra quindi come questa analogia possa servire di guida nello stabilire le formole rappresentative dei fenomeni di magnetizzazione.

3. — H. Gilbault. *Emissione dei suoni.* (pp. 135-137) — L'A. stabilisce teoricamente la legge di decrescenza della vibrazione sonora, quando cessa di vibrare la sorgente; indi dà della legge trovata una conferma sperimentale. E poichè le esperienze mostrano che la natura delle superficie parallele alla direzione degli spostamenti ha un'influenza sulla durata dello smorzamento, così egli stabilisce che si deve attribuire alle sorgenti sonore un *potere emissivo.*

P. Joubin. *Sulla calamitazione del ferro dolce.* (pp. 138-140) — L'A. prosegue lo studio iniziato in una nota precedente [1]) e

1) *Comptes rendus*, 1894, n. 2.

mostra come le esperienze del Rowland [1]) risolvano la questione da esso propostasi; esse provano cioè, almeno per le diverse varietà di ferro, d'acciaio e di nichel dal Rowland studiate, che *esiste una equazione caratteristica a coefficienti indipendenti dalla natura del corpo* fra l'intensità di magnetizzazione dei corpi fortemente magnetici e la suscettibilità.

4. — G. CLAUDE. *Contribuzione allo studio delle proprietà dell'arco alternativo.* (pp. 187-189). — Fra i vari fenomeni a cui dà origine l'arco elettrico l'A. segnala il seguente. Se fra due punti mantenuti ad una differenza di potenziale alternativa di 2400 volts, con una frequenza di circa 80 periodi al secondo, si dispongono in serie un condensatore della capacità di $0^{mcf},1$, un tasto, e 12 lampade ad incandescenza da 100 volts e da 16 candele, si osserva che fino a tanto che il tasto, o interruttore, è chiuso i filamenti delle lampade divengono appena rossi: ma se si apre di poco l'interruttore in modo che un arco permanente si formi fra le sue punte allora l'intensità luminosa delle lampade aumenta notevolmente. Questo fatto, che sembra paradossale se si considera l'arco come una resistenza, riceve dall'A. una spiegazione molto elegante, fondata sul fatto che l'esistenza della scintilla riduce la durata della carica del condensatore ad una piccola frazione del periodo e quindi aumenta la media dei quadrati dell'intensità.

5. — BARILLÉ. *Termometro elettrico avvisatore, per stufe di laboratorio.* (pp. 246-248). — L'A. descrive in questa nota un nuovo modello di termometro con avvisatore elettrico assai semplice; con una scala assai estesa comprendente cioè le temperature fra 0^0 e 200^0; e di costruzione tale da potersi facilmente impiegare nelle stufe dei laboratori.

A. BARTORELLI.

Journal de Physique. — Gennaio 1894.

A.-A. MICHELSON. *I metodi interferenziali in metrologia e la scelta di una lunghezza d'onda come unità assoluta di lunghezza.* (pp. 5-22). — L'A. dimostra in questa interessante nota che con metodi interferenziali si può confrontare la base fondamentale del sistema metrico con una lunghezza d'onda, presso a poco con una approssimazione dello stesso ordine di quella che comporta ora il confronto di due metri campione. Questa unità naturale dipendendo soltanto dalle proprietà degli atomi vibranti e dell'etere universale, è, molto probabilmente, una delle grandezze più costanti in natura.

1) *Phil. Magazine*, 4a serie, t. XLVI, p. 140.

B. BRUNHES. *Sulla verificazione dei quarzi paralleli.* (pp. 22-28) — L'A. descrive un metodo per verificare l'esattezza con la quale una lamina cristallina uniasse a facce parallele è tagliata parallelamente all'asse; e ne dimostra tutta l'esattezza e la sensibilità.

R. BOULOUCH. *Frange secondarie dell'apparecchio ad anelli di Newton.* (pp. 28-31). — L'A. osserva che quando si producono gli anelli di Newton fra due lamine di spessore assai piccolo, se si colloca l'occhio in modo da ricevere certi fasci più volte riflessi sulla lamina sottile e sulle facce esterne, si osservano delle frange per l'aspetto simili a quelle di Brewster, ma che hanno origine differente. Qualunque sia la distanza (sempre piccolissima) delle faccie della lamina sottile, queste frange sono a centro bianco rettilinee, equidistanti, perpendicolari al piano d'incidenza; si serrano quando l'incidenza aumenta, si allargano quando diminuisce, e scompaiono totalmente sotto l'incidenza normale. L'A. indica due dispositivi coi quali queste frange si vedono nettamente e fa uno studio particolareggiato inteso a dare la spiegazione del fenomeno, limitandosi ad uno dei dispositivi indicati.

A. BARTORELLI.

Arch. des Sc. phys. et nat. t. XXXI Gennaio 1891.

W. MARCET. *Sullo scambio dei gaz nella respirazione umana durante l'esercizio muscolare.* — Nella prima parte del lavoro l'A. riferisce alcune esperienze, dalle quali si può dedurre che, salvo condizioni eccezionali, l'ossigeno *assorbito* nella respirazione umana diminuisce, quando aumenta la produzione di acido carbonico e viceversa.

Nella seconda parte l'A. studia il fenomeno della respirazione umana, mentre egli ed uno de' suoi assistenti camminano, e trova come del resto sapevasi, che l'espirazione del CO_2 aumenta in modo considerevole durante questo esercizio e che durante i primi 6 o 7 minuti di riposo subito dopo l'esercizio muscolare l'espirazione di CO_2 è ancora notevolmente in eccesso rispetto al CO_2 espirata nello stato normale di riposo. Quest'ultimo eccesso è dovuto, secondo l'A., all'acido carbonico accumulato nel sangue durante l'esercizio e sostiene con esperienze e ragionamenti questa sua opinione contro le conclusioni dello Speck.

Ph. A. GUYE. *Sulla polimerizzazione molecolare dei liquidi* — (continua).

GEORG. W. A. KAHLBAUM. *Studi sulla misura della tensione dei vapori.* — (continua).

E. CRESCINI.

The Physical Review. — New-York, Vol. I, n.° 4, Gennaio e Febbraio 1894.

J. Daniel. *Studio della polarizzazione sopra un sottile tramezzo metallico in un voltametro* (pp. 241-259). — L'A. prosegue e approfondisce lo studio di alcuni fenomeni osservati da Arons (Wied. Ann. XLVI, p. 169, 1892). Questo fisico aveva notato che disponendo un sottile tramezzo metallico (di platino, d'oro, d'argento) fra gli elettrodi di un voltametro ad acido solforico avveniva in generale una diminuzione nell'intensità della corrente, mentre si depositava H sulla faccia rivolta verso l'anodo e O sull'altra. Però per lamine molto sottili la resistenza del voltametro rimaneva quasi invariata.

Il Daniel, col lavoro di cui rendiamo conto, si è proposto di risolvere le seguenti quistioni, dallo stesso Arons già accennate: (1) Cercare se una *grossezza critica* della lamina metallica esiste, al disotto della quale la polarizzazione sulla lamina stessa sia nulla; (2) determinare la grossezza critica al disopra della quale la polarizzazione abbia sempre lo stesso valore; (3) misurare la polarizzazione per lamine di varie grossezze comprese fra i limiti sopraindicati, mantenendo costante o no l'intensità della corrente; (4) cercare come varia la polarizzazione in funzione del tempo durante il quale una data corrente percorre il voltametro.

Le varie lamine metalliche venivano fissate tra due lastrine di vetro con un foro di 1, 5 cm. di diametro. In tal modo il voltametro (che era una cassetta di vetro lunga 20 cm., larga 12 cm., profonda 11 cm.), veniva separato in due regioni tra le quali la comunicazione elettrica poteva aver luogo soltanto attraverso la lamina metallica. Gli elettrodi erano fili di platino plátinato lunghi da 4 a 6 cm. e aventi il diametro di 0,1 mm.) oppure di rame (pel voltametro a $CuSO_4$). I principali risultati a cui giunse l'A. furono i seguenti :

a) La *grossezza critica* in soluzioni molto conduttrici di H_2SO_4, $CuSO_4$, ed NaCl è *maggiore* di 0, 00009 mm. per l'oro; 0, 00015 mm. pel platino; 0, 0005 per l'alluminio. Essa è *minore* di 0, 0001 mm. per l'oro; 0, 002 mm. pel platino e per l'argento.

b) Per grossezze comprese fra i valori critici la polarizzazione per una data corrente aumenta proporzionalmente alla grossezza.

c) La polarizzazione sopra lamine grosse aumenta per un certo tempo, ma poi finisce coll'assumere press'a poco lo stesso valore per correnti comprese fra 0, 2 e 0, 01 ampère. Invece sopra

lamine sottili la polarizzazione varia poco col tempo, ed il valore definitivo dipende sia dall'intensità della corrente, sia dalla grossezza delle lamine.

d) Usando come elettrolito il $CuSO_4$ tutte le lamine venivano distrutte, ossidandosi; eccetto quelle la cui grossezza era inferiore alla grossezza critica.

e) Usando l'H_2SO_4 come elettrolito e l'oro come tramezzo, l'ossidazione era notevole per lamine grosse e per correnti intense; invece per lamine sottili tale ossidazione era appena sensibile anche per correnti intense e di lunga durata.

Nella Memoria originale si trovano molte tabelle, diagrammi ed altri particolari che mal si prestano ad esser riassunti.

A. E. Kennelly e R. A. Fessenden. — *Alcune misure intorno alla variazione della resistenza elettrica d'un filo di rame in funzione della temperatura* (pp. 260-273). — Le discrepanze esistenti in proposito fra i risultati ottenuti dai migliori sperimentatori determinarono gli A. a ripetere simili ricerche disponendo il filo di rame nel bulbo d'un termometro ad aria. I risultati esposti si riferiscono ad un sol filo di buon rame commerciale (contenente poche traccie di antimonio, arsenico, ferro, zinco), del diametro di 0, 0051 cm., lungo circa 240 cm. ed avente a 0° C. una resistenza specifica di 1637 unità (C. G. S) ed una densità 8, 90. Per la misura della resistenza alle varie temperature comprese fra 28° e 208° C. gli A. usarono il metodo del galvanometro differenziale. Da un gran numero d'esperienze risulta che la resistenza di quel filo di rame aumenta (fra le temperature sopraindicate) proporzionalmente alla temperatura. Il coefficiente di variazione da loro trovato è 0, 00406.

Gli A. terminano con un cenno su qualche misura della resistenza d'un filo di rame riscaldato fino al rosso. Trovarono che nel passaggio da 0° C. a questa temperatura la resistenza diventava circa il triplo. Nell'ipotesi che il coefficiente di variazione abbia sempre conservato il valore 0, 00406, la temperatura raggiunta dal filo sarebbe di 493° C.

E. H. Loomis. *Intorno ai punti di solidificazione di soluzioni diluite* (pp. 199-213; 274-290). — L'A. dopo una lunga discussione sulle cause d'errore che si presentano in simili determinazioni, descrive il metodo da lui adottato (del quale non possiamo in poche parole dare un'idea esatta) e lo applica allo studio delle soluzioni acquose di $NaCl$, $MgSO_4$, H_2SO_4, H_3PO_4, $C_{12}H_{22}O_{11}$, C_2H_6O, $CO\ (NH_2)_2$.

Dalla rappresentazione grafica dei risultati (contando sull'asse delle ascisse la quantità di sostanza disciolta e su quello

delle ordinate la depressione molecolare, dedotta sia secondo Raoult, sia secondo Arrhenius) si scorge che le sostanze studiate si distinguono nettamente in due classi; cioè le curve corrispondenti agli elettroliti H_2SO_4, $NaCl$, $MgSO_4$, H_3PO_4 sono convesse verso l'asse delle ascisse, mentre quelle corrispondenti ai non elettroliti $C_{12}H_{22}O_{11}$, C_2H_6O, $CO(NH_2)_2$ sono concave. Inoltre, mentre le prime, ad eccezione di quella corrispondente al NaCl, si conservano sempre curve, le seconde finiscono col diventare rette quando la quantità di sostanza disciolta supera un certo valore. Si nota altresì, che per soluzioni estremamente diluite i non elettroliti, a parità di concentrazione molecolare, hanno punti di congelazione quasi identici; anzi, per l'alcool e l'urea, questi punti coincidono, qualunque sia la concentrazione (s' intende entro i limiti studiati dall' A.).

J. S. Shearer. *Influenza della temperatura e del funzionamento elettromagnetico sulla durata d'oscillazione di un diapason* (pp. 291-296). — L' A. si propose di determinare: (1) La correzione da farsi quando, nella misura dei piccoli intervalli di tempo, venga usato un diapason elettromagnetico, del quale sia noto il numero di vibrazioni a funzionamento libero; (2) L'influenza della temperatura sulla durata d'oscillazione.

Col metodo delle figure di Lissajous fece il confronto di due diapason, uno vibrante liberamente sotto condizioni costanti, e l'altro sotto le condizioni da studiare. Le variazioni riscontrate furono in ogni caso molto piccole. Ad esempio, mentre il diapason normale compieva 256 vibrazioni, quello da studiare ne faceva 255,8145 oscillando liberamente e 255,5935 oscillando sotto l'azione dell' eletttrocalamita.

Per determinare l'influenza della temperatura sul periodo circondò lo stesso diapason elettromagnetico con un rocchetto riscaldato da una corrente. Concluse che il periodo aumenta proporzionalmente alla temperatura e che tale aumento è sempre piccolo. Così, ad esempio, nel passaggio da 20° a 80° C. il periodo variò da 0,0039086 a 0,0039217.

B. W. Snow. *Sullo spettro continuo del sodio* (pp. 296-298). — L' A. fece dei tentativi per iscoprire la presenza di linee infrarosse nello spettro dei metalli alcalini. Il reticolo del cannocchiale d' uno spettrometro venne sostituito da un bolometro sensibilissimo.

Mettendo nella solita fiamma Bunsen un filo di platino destinato a sostenere del carbonato di sodio, i risultati furono negativi; vale a dire facendo cadere sul bolometro le varie regioni dello spettro, non venne indicato un aumento di radiazione per

la presenza del sodio nella fiamma. Ma, sostituendo al carbonato dei pezzi di sodio (tenuti in una capsulina di rame) e producendo così uno svolgimento abbondante di vapore nella fiamma, la D divenne brillantissima e il bolometro postovi in corrispondenza indicò una radiazione molto intensa. Nelle rimanenti regioni dello spettro visibile situate verso il rosso, la quantità d'energia era quasi inapprezzabile; però subiva un notevole aumento in prossimità dell'estremo rosso e proseguendo oltre finiva coll'assumere un valore identico a quello corrispondente alla linea D; indi, movendosi nello stesso senso, diminuiva fino a diventar zero. Dunque lo spettro infrarosso ottenuto in tal modo è analogo a quello di un solido incandescente.

Infine l'A. sostituì la fiamma ossidrica a quella di Bunsen e v'introdusse il solito filo di platino recante il carbonato di sodio. In queste condizioni il bolometro indicò che l'energia emessa dalla linea D era più del doppio di quella osservata nelle precedenti condizioni; ma nelle regioni verso e oltre il rosso tale energia era quasi scomparsa.

Come una spiegazione possibile l'A. propone la seguente: quando il sodio, o un sale di questo metallo, si trova nella fiamma Bunsen il metallo, a spese dell'ossigeno dell'aria produce un ossido che rimane sospeso nella fiamma come un *solido incandescente* ad una temperatura troppo bassa perchè si determini la dissociazione. Però, a temperatura più elevata (fiamma ossidrica) l'ossido, se pur si forma, viene a mano a mano dissociato, la fiamma è invasa dal vapore metallico incandescente e questo produce il vero spettro a righe.

G. Faè.

Wied. Ann. Vol. 51, N.° 1, 1894.

F. Paschen. *Sull'emissione dei gas.* (pp. 1-39). — In un lavoro precedente (*Wied. Ann.* 50 pag. 409) l'A. ha mostrato che l'anidride carbonica e il vapor acqueo possono produrre uno spettro d'emissione col semplice riscaldamento fra 100 e 1500° c.

Per studiare quei gas a temperature anche minori non si prestava più lo spettro d'emissione, troppo debole, e quindi l'A. ha studiato il loro assorbimento dal quale poi si può dedurre, mediante la legge di Kirchhoff, la legge della loro emissione. In questa nota l'A. espone le ricerche fatte in proposito. Fra i molti resultati ottenuti v'ha quello che la supposizione di Zöllner e Wüllner che l'emissione dei gas al crescere dello spessore dello

strato finisca per dare uno spettro continuo, non si può ritenere esatto.

F. PASCHEN. *Nota sulla validità della legge di* Kirchhoff *sull'emissione.* (pp. 40-46). — Dalla legge di Kirchhoff, secondo la quale il potere emissivo di una sostanza è uguale al prodotto del suo potere assorbente e del potere emissivo di un corpo assolutamente nero alla medesima temperatura, l'A. ha dedotto che l'intensità delle linee dello spettro d'emissione di uno strato infinito di gas deve essere uguale a quello della regione corrispondente di uno spettro continuo di un corpo nero alla medesima temperatura. Ciò non vale che per l'emissione determinata solamente dalla temperatura.

L'A. si serve di questa deduzione per distinguere l'emissione regolare dovuta alla temperatura, dalle altre nelle quali si presentano fenomeni di luminescenza.

O. LEHMANN. *Sulla colorazione artificiale dei cristalli e dei corpi amorfi* (pp. 47-76). L'A. dà numerose indicazioni per render colorati i cristalli che si depositano da certe soluzioni. Le più adattate son le soluzioni dell'acido meconico, che coll'aggiunta di colori d'anilina dànno cristalli più intensamente colorati della soluzione, e spesso dicroici. L'A. indica questo mezzo come utile nella distinzione delle specie cristalline, e per dimostrare il modo d'accrescimento dei cristalli.

P. DRUDE. *Sulla variazione di fase della luce nella riflessione sui metalli*, (pp. 77-104). — È la parte teorica di un lungo lavoro su questo soggetto, la cui parte sperimentale fu pubblicata nel volume 49.

Il metodo usato dall'A. è simile a quello solito degli anelli di Newton, ma permette un'esattezza maggiore, e le esperienze sono state fatte per decidere fra le resultanze contradditorie del Wernicke e del Wiener; ma per la discussione teorica e per i resultati ottenuti, dobbiamo rimandare alla memoria originale.

U. BEHN. *Sulla distribuzione striata dei depositi galvanici* (pp. 105-125). — Numerose ricerche hanno portato l'A. a concludere che la causa che fa disporre verticalmente i filamenti d'argento nel voltametro è la differenza di concentrazione, prodotta nei diversi strati dell'elettrolito dal passaggio della corrente, che determina delle correnti di liquido.

A. C. Mac. GREGORY. *Conduttività elettrica di alcune soluzioni di sali, specialmente di calcio, stronzio, e bario.* (pp. 126 139). — L'A. comunica i risultati delle misure eseguite sulla conduttività di 3 sali di calcio, 3 di stronzio, 1 di bario, 1 di potassio, uno d'argento e dell'acqua; e riferisce il confronto fra

il telefono ordinario e quello ottico di Wien di cui si è servito nelle sue misure.

P. SPRINGMANN. *Sulla polarizzazione ai depositi solidi fra elettroliti.* (pp. 140-155). — Quando fra due liquidi separati da un setto poroso si forma un deposito solido, si ha una f. e. m. di polarizzazione, che fu già studiata, fra gli altri, da Oberbeck (cfr. *N. Cim.* 31 pag. 91). Ora l' A. riferisce i resultati di esperienze più numerose su questo soggetto, dalle quali resulta che quando una corrente elettrica passa fra due elettroliti al cui contatto si ha uno di tali depositi, si manifesta una f. e. m. di polarizzazione che determina talvolta una diminuzione e tal altra un aumento della intensità della corrente. Al di sotto di un certo valore della densità della corrente, che dipende dalla natura dell' elettrolisi, non si ha peraltro nessuna polarizzazione, o si ha piccolissima.

E. RIECKE. *Sulla teoria dello smorzamento aperiodico, con applicazione alla galvanometria e all' attrito interno dei liquidi* (pp. 156-173). — Esposta la teoria dello smorzamento, e date due tabelle per i calcoli relativi, l' A. fa osservare che applicando quella teoria al moto di un sistema astatico di aghi, per la sensibilità C di un galvanometro si ha

$$C^2 = 2\,W\,K\,(q - q_0)$$

dove W è la resistenza del circuito galvanometrico, K il momento d' inerzia del sistema oscillante, e q e q_0 sono gli smorzamenti a circuito chiuso e aperto, cioè $q_0 = \frac{\lambda}{\tau}$ se λ è il decremento logaritmico a circuito aperto e τ la durata di oscillazione dell' ago.

La sensibilità così determinata è abbastanza concordante con quella ottenuta con altri metodi.

Il metodo dello smorzamento si presta anche per determinare l'attrito interno dei liquidi: per la glicerina è stato così trovato $\eta = 2,918\ c^{-1}\ g\ sec^{-1}$, mentre Brodmann trovò $\eta = 2,339$.

K. KAHLE. *Ricerche comparative sulla forza elettromotrice delle pile campione Clark* (pp. 174-203). — È un esteso studio delle diverse forme proposte per la pila Clark dal Rayleigh, dal Feussner e dal *Booarde of trade*; e trova che la forma migliore è quella a H proposta dal Rayleigh, per la quale la f. e. m. non varia più di 0,0001 V, e che è facilmente riproducibile.

K. KAHLE. *Precauzioni per montare una pila campione Clark* (pp. 204-211). — Servendosi delle osservazioni fatte nello studio precedente, l' A. indica quali sono le precauzioni da prendersi perchè le pile Clark corrispondano al loro scopo, specialmente per

la depurazione delle sostanze necessarie. La forma che l' A. suggerisce è simile a quella ad H del Rayleigh, cioè di due tubi verticali chiusi in basso, che si riuniscono in un altro munito di tappo. L' anodo è formato da mercurio puro, il catodo da amalgama di zinco (9 Hg per 1 Zn). Sull' anodo si mette una pasta fatta con solfato mercuroso, mercurio, cristalli di solfato di zinco e una soluzione concentrata di solfato di zinco. Sopra questa pasta si mettono poi dei cristalli di solfato di zinco, e si finisce di riempire il recipiente con una soluzione satura di solfato di zinco. È indispensabile che le sostanze adoprate non sieno acide. Il tappo porta un termometro, col quale si determina la temperatura della pila.

K. R. Koch. *Sui ghiacciai artificiali* (pp. 212-218). — Una sostanza che ha proprietà simili al ghiaccio è la pece, nella varietà che più si avvicina alla colofonia. Essa è plastica per le forze di pressione e fragile per la trazione. Perciò con essa si possono imitare i fenomeni presentati dal movimento dei ghiacciai; facendola infatti fluire, per effetto del proprio peso, su un piano inclinato a sponde laterali da un bacino più grande, presenta delle fenditure incurvate come quelle dei ghiacciai, che si posson render visibili da lontano imbiancando la pece con una tinta collosa.

R. Lohnstein. *Sul contegno anormale delle resistenze liquide rispetto alle correnti alternate* (pp. 219-222). — L' A. fa notare che nel circuito secondario di un apparecchio d' induzione, quando vi si include un voltametro a solfato di zinco con elettrodi di zinco, si ha un movimento di elettricità in una determinata direzione, mentre il voltametro di per sè non è sede di alcuna f. e. m.

U. Dühring. *Reclamazione relativa ad una pubblicazione del sig. Colot.* — L' A. dice che la legge $t = A\vartheta + B$ fra le temperature t e ϑ di due vapori saturi alla medesima pressione, ove A e B sono costanti caratteristiche dei due liquidi, pubblicata dal Colot nel vol. 114 dei Compt. Rend., fu enunciata nel 1878 dal proprio padre in un libro stampato a Lipsia, e dall' A. stesso nei C. R. del 1880.

A. Stefanini.

Philos. Magazine Vol. 37. — Gennaio 1894.

S. Joung. *Nota sulla generalizzazione di Van der Waals relativa alle temperature, pressioni e volumi corrispondenti* (pp. 1-8). — Riferendosi a una sua nota precedente (cfr. N. Cim. 34 p. 95) l'A. dà per 22 composti i rapporti fra le temperature assolute d'ebollizione e la temperatura critica, fra i volumi del liquido e

quelli critici e fra i volumi del vapor saturo e quelli critici, sempre a pressioni corrispondenti. Egli trova che quei composti si possono disporre in 4 gruppi; e a ciascun gruppo appartiene anche un particolar valore della costante C nella relazione $PV/T = C$ che, se la generalizzazione del Van der Waals è vera, deve esistere fra la pressione critica P, il volume molecolare critico V e la temperatura assoluta T di una sostanza qualunque.

F. R. BORRELL, G. L. THOMAS e S. YOUNG. *Sulla separazione di tre liquidi colla distillazione frazionata.* (pp. 8-31). — Gli A. mostrano come si possa, con delle curve rappresentare il cambiamento di composizione che avviene nel corso della distillazione, e come si possono avere delle facili indicazioni sulla purezza dei vari distillati.

C. LEA. *Sulle decomposizioni endotermiche ottenute con la pressione* (pp. 31-38). Dopo aver rammentato che si riteneva fino ad ora impossibile trasformare l'energia meccanica in energia chimica, e dopo aver fatto osservare che ciò è stato costatato da lui stesso per pressioni anche assai grandi, l'A. riferisce molti esempi nei quali tale trasformazione si presenta, purchè la pressione sia accompagnata da una specie di trazione o stiramento.

Così per es. un poco di cloruro mercuroso se è triturato in un mortaio facendo ruotare rapidamente e con molta forza il pestello, diventa dapprima giallo e poi annerisce. L'A. indica molti altri sali che presentano decomposizioni analoghe. Parimente un disegno fatto con una bacchetta di vetro appuntata su un foglio di carta imbevuta di una soluzione di ferro cianuro di potassio, posta su una lastra di vetro, divien visibile in bleu cupo immergendo la carta in una soluzione di cloruro ferrico.

K. D. KRAEVITCH. *Su una legge approssimata per la variazione della pressione dei vapori saturi.* (pp. 38-90). — L'A. mostra come la formula del Bertrand (Thermodynamique, p. 92)

$$\log p = \alpha - \frac{\beta}{T} - \gamma \log T$$

ove α, β e γ son costanti da determinarsi, può esser dedotta teoricamente, con alcune approssimazioni, sotto la forma

$$\log \frac{p}{p_0} = -\frac{c - c_1}{AD}\left(\log \frac{T}{T_0} - m\frac{T - T_0}{T}\right) + \frac{m r_0}{AD}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right),$$

che contiene solamente costanti conosciute. In essa infatti c e c_1 sono i valori specifici del liquido e del suo vapore, T la temperatura assoluta, r_0 le calorie di vaporizzazione alla temperatura T

e alla pressione p_0 alla quale il vapore seguirebbe esattamente le leggi di Boyle e Gay-Lussac; A è l'equivalente termico del lavoro, e D è la costante della relazione $pv = DT$; m è il modulo dei logaritmi di Brigg. Per il prodotto AD si può, con approssimazione prendere il valore $\frac{2}{P}$, ove P è il peso molecolare del vapore.

L' A. indica poi come si può trovare il valore di T_0, se esiste, per una sostanza qualunque; e con dei casi pratici mostra che la relazione indicata corrisponde alle risultanze sperimentali.

A questa memoria segue una nota di W. Ramsay, il quale pur facendo osservare che i dati coi quali il Kracvitch ha verificato la relazione trovata non sono i più attendibili, accenna all'importanza della formula stessa, che rende possibile il calcolo delle tensioni dei vapori, per mezzo di altre costanti fisiche.

G. M. MINCHIN. *Azioni delle radiazioni elettromagnetiche su pellicole contenenti polveri metalliche* (pp. 90-94). — Analogamente a quanto fu trovato dal Branly, che la polvere di rame contenuta in un tubo di vetro può diventare conduttrice sotto l'azione di una scintilla elettrica, l' A. ha osservato che anche un sottile strato di polvere metallica deposto su una lastra di vetro diviene conduttore se i reofori che uniscono i due punti dello strato si toccano con un corpo elettrizzato. Aumentando successivamente la distanza fra i reofori, e ripetendone volta a volta la elettrizzazione, tutto lo strato può esser reso conduttore.

O. LODGE. *Sull'acquisto subitaneo della conduttività in una serie discreta di particelle metalliche.* (pp. 94-95). — Il fenomeno sopra descritto dal Minchin è paragonato dall' A. a quelli osservati dal Rayleigh, da R. von Helmholtz ed altri quando ad un getto d'acqua si avvicina un corpo elettrizzato. La conduttività che una serie di particelle metalliche acquista sotto un' influenza elettrica polarizzante può esser dovuta ad una causa analoga a quella che fa divenir continuo il getto d'acqua che prima era suddiviso in goccie minute.

A. W. RÜCKER. *Sull'azione protettrice magnetica di una serie di strati sferici concentrici.* (pp. 95-130). — Partendo dalla teoria del Maxwel sull'azione degli schermagli magnetici, che è esposta in generale, l' A. tratta delle migliori condizioni in cui quell'azione si manifesta nel caso che gli strati metallici sieno sferici e concentrici. Più specialmente è trattato il vantaggio che può ricavarsi dalla laminazione, cioè dall' usare diversi strati separati da aria, anzichè un solo involucro massiccio di ferro.

È impossibile riassumere brevemente i calcoli dell' A., che si riferiscono a molti casi particolari; alcuni dei resultati trovati sono

i seguenti. Se il raggio interno a_0 dello strato è fisso, e lo spessore dello strato stesso cresce da 0 a t, è più conveniente un solo strato massiccio finchè è $t/a_0 = 3/2\mu$, ove μ è la permeabilità magnetica. Al di là, è più utile dividere il metallo in più strati.

Nel caso di due strati concentrici, se è dato il rapporto $a_3/a_0 = \sqrt{L}$ la migliore disposizione degli strati si ha quando i 4 raggi sodisfano alla condizione $a_3/a_0 = a_1/a_0 = \lambda^{1/3}$ essendo λ dato da

$$\lambda^3 (\lambda - 1) - L \left(\lambda - 1 + \frac{2\mu}{(2\mu + 1)\ (\mu + 2)} \right) = 0$$

H. Nagaoka. *Isteresi nel cambiamento di lunghezza dovuto alla magnetizzazione del ferro e del nichel.* (pp. 131-140). — Superando notevoli difficoltà sperimentali, e specialmente eliminando, mediante un metodo analogo a quello del pendolo a compensazione, l'effetto dovuto al riscaldamento, l' A. ha potuto costatare che le variazioni di lunghezza che il ferro e il nichel subiscono nella magnetizzazione, presentano evidentissimo il fenomeno dell'isteresi. Le curve relative al nichel sono molto più semplici di quelle del ferro.

C. G. Knott. *Cicli della elongazione e della torsione magnetica* (pp. 141-143). — Riferendosi al precedente lavoro del Nagaoka, l' A. pubblica i resultati ottenuti sulle oscillazioni di torsione prodotte dalla magnetizzazione di fili di ferro. Anche in questo caso, il cui studio è della massima facilità, si presenta l'istoresi.

S. H. Burbury. *Sulla legge della distribuzione dell'energia* (pp. 143-158). — In questo lavoro, puramente analitico, l' A., osserva che le dimostrazioni finora conosciute della legge di distribuzione del Boltzmann suppongono che dall'istante in cui l'azione mutua fra due molecole comincia a quello in cui cessa, non si abbiano azioni reciproche fra quelle molecole e una terza molecola. Egli invece prende a considerare il caso più generale, in cui nessun gruppo di molecole cessa mai di esser sotto l'azione di altre parti del sistema.

S. U. Pickering. *Sui punti di congelazione delle soluzioni di cloruro sodico* (pp. 162-164). — Sono repliche alle critiche che il Jones fece ai lavori dell'A.; il quale fa poi osservare che il metodo usato dal Jones (cfr. *N. Cim.* 35. pag. 46) non è scevro di inconvenienti.

A. Stefanini.

Rassegna bibliografica.

Ing. GIULIO MARTINEZ. *La trazione elettrica.* U. Hoepli 1894 (con 156 incisioni). — In questo lavoro di circa 400 pagine l'A. si propone di trattare la questione della trazione elettrica in modo tale che un lettore, ignaro del progresso raggiunto dal nuovo sistema negli ultimi anni, possa mettersi a giorno dell'argomento, senza perdersi nello studio di tanti apparecchi proposti o solamente provati, trovando raccolta ed ordinata la materia sparsa pei giornali di elettrotecnica. Mirando a questo scopo, l' A. esclude dal suo libro tutto ciò che non abbia pratica attuazione, e svolge il suo tema in modo piano, parco e chiaro nelle descrizioni, adoperando di matematica (e quasi sempre in modo elementare) solo quel tanto che è strettamente necessario. Numerose e belle incisioni illustrano l' opera.

Il lavoro si divide in otto capitoli.

Nei primi due, riassunta brevemente la teoria *della trasmissione elettrica dell'energia*, quale fu esposta dal Kapp, l'A. esamina dal lato teorico la possibilità del sistema di trazione elettrica e riassume poi brevemente le cose più importanti sulle caratteristiche delle dinamo, sulla loro autoeccitazione nei varî sistemi, soffermandosi sulle condizioni di funzionamento delle dinamo come motori, sul lavoro necessario per la trazione, sulla potenza e numero dei motori, sulla regolazione della velocità, sull' accoppiamento dei motori e sul loro uso come freno.

Degli altri sei capitoli, quattro sono dedicati allo studio dei tre elementi fondamentali di ogni istallazione: le vetture coi motori, la rete di distribuzione, la stazione: occupandosi l'A. esclusivamente in questa parte della trazione per linea e a corrente continua, come la più usata in questo genere di applicazioni elettriche.

Nel settimo capitolo l' A. tratta a fondo e si sofferma con minuzioso interessamento sulla questione dell' economia nella trazione elettrica, occupandosi poi nell'ultimo capitolo della trazione con accumulatori, di cui l'A. discute il pro e il contro, tentando di considerare al suo giusto valore questa applicazione, che alcuni si ostinano a ritenere ideale.

Seguono nelle appendici a completamento dell'opera le istruzioni per il personale addetto alle vetture elettriche, le norme regolamentari per gli impianti di trasporto di energia elettrica,

notizie sugli impianti di ferrovie elettriche esistenti in Europa e cenni sui progetti delle ferrovie elettriche a velocità elevatissime.

Questo è il piano dell'opera, opera di attualità vera e pratica, raccomandabile sopratutto a chi, senza troppo studio e noia, desidera farsi un'idea chiara di questo ramo così importante ed attraente delle applicazioni elettriche.

E. Crescini.

Ing. Giuseppe Sartori. *Trasmissione elettrica del lavoro meccanico con una descrizione dei principali impianti esistenti ed una appendice sulla scelta del sistema di trasmissione* (con 163 incisioni). U. Hoepli 1894. — L'opera di circa 400 pagine si divide in tre parti.

Nella prima parte l'A. riassume, piuttosto largamente, le nozioni generali del magnetismo e dell'elettromagnetismo, la teoria delle dinamo a corrente continua e alternata.

Nella seconda parte tratta dapprima della trasmissione elettrica del lavoro meccanico, senza preoccuparsi però del come questo lavoro può essere utilizzato o suddiviso; poi della teoria e descrizione dei varî motori elettrici. Classificati i motori a corrente continua a seconda dei varî sistemi di eccitazione e occupatosi con qualche dettaglio di quelli che presentano un maggiore interesse pratico, passa ai motori a corrente alternata (*monofasi*) trattando delle loro condizioni di funzionamento, del loro rendimento, etc.

Da ultimo s'occupa dei motori a campo magnetico Ferraris e, riassunta la teoria delle rotazioni elettrodinamiche, si trattiene sui motori *asincroni bifasi* (Tesla, Hutin e Lebranc, Brown) sui *sincroni bifasi* (Tesla, Schuckert) sugli *asincroni trifasi* (Dobrowolski, Siemens).

Nella terza parte troviamo una descrizione dei principali impianti, già eseguiti o in corso di costruzione, a corrente continua e a correnti alternate e polifasi.

Il lavoro dell'ing. Sartori colma una lacuna della letteratura elettrotecnica, giacchè mancava finora una pubblicazione recente e completa su questo importantissimo ramo della Tecnologia elettrica; e lo studioso doveva purtroppo ricorrere, quanto ai motori a correnti alternate e polifasi, alle moltissime memorie sparse quà e là nei giornali europei ed americani.

E. Crescini.

UN METODO PER LA TRATTAZIONE DEI VETTORI ROTANTI OD ALTERNATIVI ED UNA APPLICAZIONE DI ESSO AI MOTORI ELETTRICI A CORRENTI ALTERNATE

Memoria del Prof. G. FERRARIS.

I.

VETTORI ROTANTI E VETTORI ALTERNATIVI.

1. Definizione. — Denominiamo *vettore rotante* una grandezza vettoriale della quale il valore scalare è costante, mentre la direzione ruota attorno ad un asse con velocità uniforme.

Qui ci limitiamo a considerare vettori rotanti in un dato piano. In questo caso a definire un vettore rotante ci bastano i seguenti elementi: la *grandezza*, il *verso*, la *frequenza*, ossia il numero di giri fatti in una unità di tempo, e la *fase*, ossia la frazione di giro compiuta all'origine del tempo.

Data la frequenza, possiamo rappresentare il vettore rotante per mezzo di un segmento di retta od, od os (fig. 1) facendo semplicemente queste convenzioni: che la lunghezza del segmento rappresenti la grandezza del vettore, che la direzione di esso sia quella che ha il vettore nell'origine del tempo, e che la lettera d od s indichi il verso, *destro* o *sinistro*, della rotazione. Se oX è la retta a partire dalla quale si vogliono misurare gli angoli descritti dal vettore l'angolo Xod od Xos è quello percorso dal vettore all'origine del tempo e si dice valore angolare della fase.

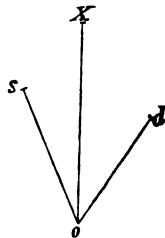



Fig. 1.

Il rapporto $\frac{\mathrm{X}od}{2\pi}$, oppure $\frac{\mathrm{X}os}{2\pi}$ è la fase.

Per nominare i vettori così rappresentati potremo servirci semplicemente delle lettere d ed s.

2. Composizione di due vettori di eguale frequenza rotanti nel medesimo piano.

Primo caso: Vettori rotanti nel medesimo verso. — Siano d e d' (fig. 2). In ogni istante la loro somma vettoriale, ossia la loro risultante, è il vettore rappresentato dalla diagonale oD del parallelogrammo fatto su d e d'; essa ruota nel medesimo verso e colla stessa frequenza dei vettori componen ti.

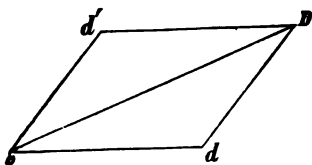



Fig. 2.

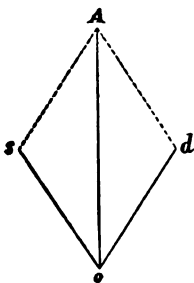
Se le fasi di d e di d' differiscono di 180°, noi diciamo che d e d' hanno fasi opposte. Se i due vettori componenti hanno grandezze uguali e fasi opposte, la loro risultante è nulla.

È inutile dire come dal caso di due soli vettori si passi al caso di un numero qualunque di vettori rotanti nel medesimo piano e nel medesimo verso, e come si dimostri che il vettore risultante è anch'esso un vettore rotante nel medesimo piano e nel medesimo verso, ed è rappresentato dalla retta che chiude il poligono fatto coi vettori componenti.

Fig. 3.

Secondo caso: Vettori rotanti in versi opposti. — Si hanno a considerare due casi:

3. *a*) Caso in cui i due vettori componenti hanno grandezze uguali. — In questo caso la risultante ha una direzione fissa.

Varia invece il *valore* della risultante, il quale è legato all'angolo variabile Aod (fig. 3) dalla relazione.

$$o\mathrm{A} = 2od \cos \overline{\mathrm{A}od}.$$

Ponendo $o\mathrm{A} = a$ e $2od = \mathrm{A}$, rappresentando con n la frequenza, con t il tempo e con α il valore dell'angolo Aod per $t = o$, questa relazione si scrive:

$$a = \mathrm{A} \cos (2\pi nt + \alpha).$$

Una grandezza variante secondo questa legge è ciò che comunemente dicesi una grandezza *alternativa* od *alternante armonica*

o *sinusoidale*. La costante A è *l'ampiezza*, *n* la *frequenza*, l'angolo α il *valore angolare della fase*, quando si prende come origine del tempo l' istante in cui *a* è massima.

Noi dunque diciamo *o*A: un *vettore alternativo*, e concludiamo: due vettori uguali, rotanti in un medesimo piano, colla stessa frequenza ed in versi opposti dànno per risultante un vettore di direzione fissa, alternativo, della stessa frequenza. La direzione di questo vettore alternativo è quella della bisettrice dell'angolo che in un istante qualunque è compreso fra i due vettori componenti, e perciò anche quella della bisettrice dell' angolo che i due vettori componenti comprendono nell'istante in cui $t = 0$ ossia quella dei due segmenti di rette coi quali si rappresentano, secondo la nostra convenzione, i due vettori componenti.

L' ampiezza del vettore alternativo risultante è uguale al doppio della grandezza di uno dei vettori componenti.

Viceversa un vettore alternativo sinusoidale si può sempre scomporre in due vettori rotanti di ugual valore e di versi opposti. Qualunque vettore alternativo sinusoidale si può considerare come risultante di due vettori rotanti nel modo detto.

Ora questo modo di considerare un vettore alternativo conduce a rappresentazioni grafiche semplicissime, atte ad indicare di un vettore alternativo la direzione fissa, l'ampiezza e la fase. L'artifizio consiste nel rappresentare con un segmento di retta la direzione e l'ampiezza del vettore alternativo e con altri segmenti di rette i vettori rotanti di cui quello si compone. Disegnando tutti tre questi segmenti, si ha la rappresentazione indicata nella fig. 4. In questa figura il segmento *o a* indica la direzione e dà l' ampiezza del vettore alternativo, mentre i segmenti *o d* ed *o s* rappresentano i vettori rotanti, destro e sinistro, in cui *o a* si può scomporre. L' angolo *aod*, od il suo uguale *aos*, rappresenta il valore angolare della fase. Ma siccome $oa = 2os = 2od$ ed è sulla bisettrice dell'angolo *sod*, così uno qualunque dei segmenti *o a*, *o s*, *o d* si può trovare quando sono dati gli altri due. Quindi si ha una rappre-

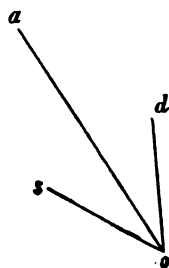



Fig. 4.

sentazione completa anche disegnando solamente questi due. Per tal modo possiamo rappresentare il vettore alternativo semplicemente con *oad*, o con *oas*, o con *osd*.

4. *b*) Caso in cui i due vettori componenti hanno grandezze diverse. — Allora (fig. 5) è variabile non solo l'ampiezza, ma anche la direzione del vettore risultante, e precisamente i due vettori rotanti *od* ed *os* di versi opposti e di valori diversi equivalgono ad un vettore alternativo *oa* di direzione fissa e ad un vettore rotatorio *d' d*.

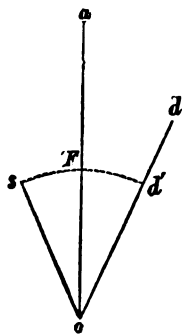



Fig. 5.

5. Composizione di due o più vettori alternativi di direzioni fisse. — Valendoci delle considerazioni precedenti possiamo ridurre la composizione di vettori alternativi a quella di vettori rotanti. Per esempio le fig. 6 mostrano che i due vettori alternativi di direzione fissa *oasd* ed *o'a's'd'* equivalgono al vettore alternativo OA ed al vettore rotante S'' S'.

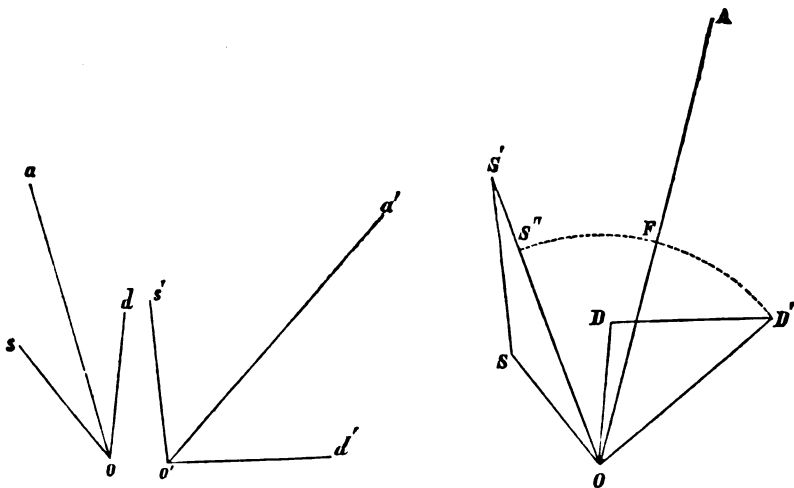



Fig. 6.

La proposizione si può estendere senz'altro al caso di un numero qualunque di vettori alternativi: qualsivoglia sistema di vettori alternativi di uguale frequenza, situati in un medesimo

piano, si può evidentemente ridurre ad un sistema semplice di un vettore alternativo fisso combinato con un vettore rotante.

6. Casi particolari:

***a*) Vettori alternativi aventi la medesima direzione.** La risultante O A dei due vettori alternativi paralleli a ed a' è anch' essa un vettore alternativo fisso ed è parallela ai componenti (fig. 7).

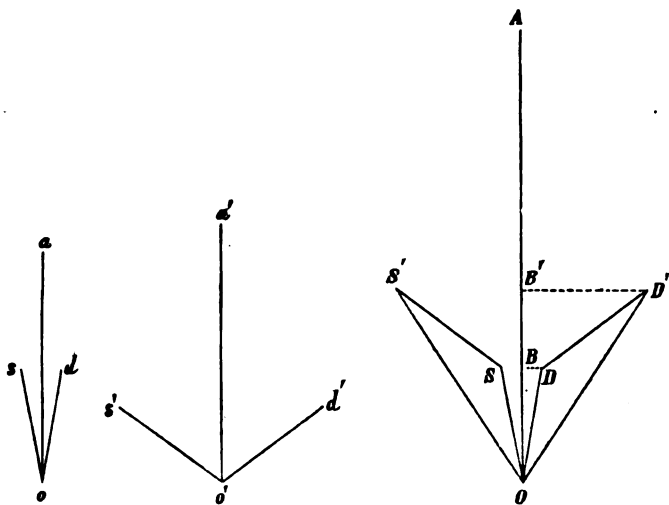



Fig. 7.

Per trovare questa risultante non è necessario eseguire tutta la costruzione indicata nella fig. 7: basta evidentemente fare una metà di essa, per esempio la parte O D D'. Secondo l' interpretazione finora data alla figura, i segmenti O D e D D' rappresentano la metà delle ampiezze dei vettori alternativi componenti, ed il segmento O D' rappresenta la metà dell' ampiezza del vettore alternativo risultante. Se si abbassano le perpendicolari DB, D' B' su O A, le *proiezioni* O B, B B' ed O B' rappresentano similmente le metà dei valori istantanei che i due vettori componenti ed il risultante hanno per $t = 0$; e se si suppone che la figura O D D' giri attorno ad O colla frequenza n, le proiezioni di O D, D D' O D' sulla retta fissa O A rappresentano in ogni istante le metà dei valori istantanei dei vettori medesimi. Ma noi possiamo ora rappresentare con O D e con D D' non le metà,

ma le intiere ampiezze dei vettori componenti; e con ciò abbiamo subito in O D′ la rappresentazione dell'ampiezza della risultante e nelle proiezioni su O A le rappresentazioni dei valori istantanei delle grandezze dei tre vettori considerati. Così noi ritroviamo la nota e solita costruzione di cui si fa uso nello studio delle grandezze alternative. Essa è un caso particolare della costruzione più generale da noi indicata.

7. *b*) **Vettori alternativi di direzioni diverse.** — Se i due vettori alternativi dati *a* ed *a′* non sono paralleli, la costruzione generale dell' art. 5 conduce a trovare che i detti vettori equivalgono (fig. 6) a due vettori, uno alternativo di direzione fissa rappresentato da O A e l'altro rotante di valore costante rappresentato da S″ S′.

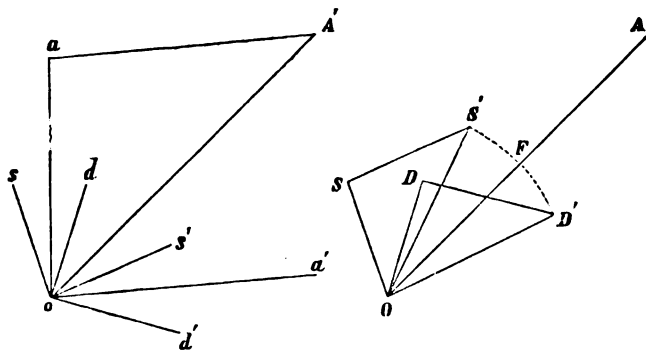



Fig. 8.

Anche qui peraltro sono da notare dei casi particolari interessanti.

Così si trova senza difficoltà che due vettori alternativi di uguale fase si compongono in un unico vettore alternativo di ugual fase, del quale l'ampiezza e la direzione sono rappresentate dalla diagonale del parallelogrammo fatto sulle rette che rappresentano per ampiezza e per direzione i due vettori componenti. (fig. 8).

8. Invece due vettori alternativi di direzioni fisse dànno per risultante un semplice vettore rotante quando hanno ampiezze uguali e presentano una differenza di fase, il valore angolare della quale è uguale al supplemento dell'angolo compreso fra le loro direzioni (fig. 9).

9. Si possono portare alcuni esempi in applicazione di questa proposizione.

Così è interessante il caso di due vettori alternativi, uguali mutuamente perpendicolari $o\,a$, $o'\,a'$ (fig. 10) i quali hanno per

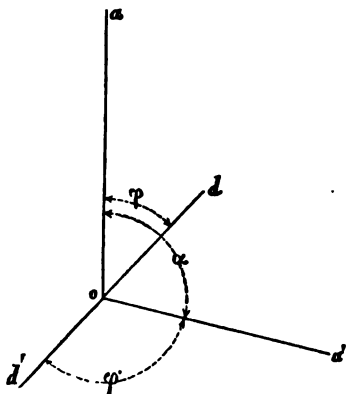
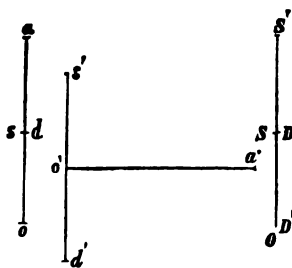



Fig. 9. Fig. 10.

resultante un semplice vettore rotante della medesima frequenza e di grandezza uguale alle loro ampiezze, quando presentino una differenza di fase eguale a $\frac{\pi}{2}$.

E così pure il caso di due vettori alternativi uguali $o\,a$ ed $o'\,a'$ (fig. 11), le cui direzioni formino un angolo $\alpha = \frac{3}{4}\pi$, i quali hanno per resultante un semplice vettore rotante di grandezza uguale ad $\frac{a}{\sqrt{2}}$ quando presentino una differenza di fase uguale a $\frac{\pi}{4}$.

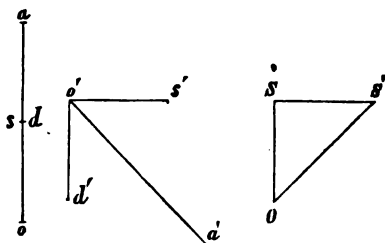



Fig. 11.

10. Ed anche un sistema di un numero qualunque di vettori alternativi può equivalere ad un semplice vettore rotante; basta perciò che il poligono delle componenti d, oppure quello delle componenti S, sia chiuso.

Fra tutti i casi possibili va considerato pertanto quello importante in cui si abbiano in un piano N vettori alternativi uguali, ciascuno dei quali faccia col precedente un angolo α che

non sia nè π nè un multiplo di π, ed abbia rispetto al medesimo una precedenza di fase di valore angolare uguale anch'essa ad α. Allora ciascuno dei vettori rotanti s fa col precedente un angolo $\alpha - \alpha$, ossia zero: il poligono delle s ha tutti i suoi lati su di una medesima retta, la risultante S di tutte le s è uguale alla loro somma, ossia $S = N s$. Il poligono delle d è invece un poligono regolare del quale gli angoli esterni hanno il valore 2α; acciocchè esso sia chiuso, è necessario e sufficiente che N di tali angoli facciano un multiplo di quattro angoli retti, ossia che si abbia

$$2 \alpha N = 2 k \pi,$$

od

$$\alpha = \frac{k\pi}{N},$$

ove k è un numoro intiero qualunque non divisibile per N. Se è soddisfatta questa condizione, gli N vettori rotanti d hanno una risultante nulla; e ciò vuol dire che gli N vettori alternativi dati hanno per risultante il semplice vettore rotante S. Se diciamo a l'ampiezza comune dei vettori alternativi dati, il valore del vettore rotante risulta

$$S = N s = \frac{N}{2} a.$$

Se invece di supporre, come si è fatto, che ciascuno dei vettori dati abbia una anticipazione di fase α rispetto a quello che lo precede, si fosse ammesso che esso avesse un ritardo di fase, si sarebbe trovato che il poligono delle d giace su di una retta e dà $D = nd$, e che il poligono delle s è chiuso e dà $S = 0$; in questo caso la risultante degli N vettori alternativi dati sarebbe un semplice vettore D rotante verso la destra.

Il caso escluso di α uguale a π o ad un suo multiplo, e perciò di k divisibile per N, equivale a supporre paralleli i vettori dati e quindi è già trattato.

I casi che più comunemente si hanno a considerare nello studio dei motori elettrici sono quelli ove $k = 2$, quelli cioè ove i vettori alternativi considerati sono regolarmente distribuiti, a

distanze angolari uguali, tutt'attorno ad un asse. Fra questi casi poi merita una menzione speciale quello ove $N = 3$. Allora le distanze angolari tra i vettori dati ed i valori angolari delle loro differenze di fase sono uguali a $\frac{2}{3}\pi$, ossia sono di 120°. Il vettore rotante, che risulta dalla composizione dei tre vettori alternativi, ha il valore $\frac{3}{2}a$, ossia è uguale ad una volta e mezzo l'ampiezza di ciascuno dei vettori componenti.

11. Prima di passare alle applicazioni, conviene esaminare alcune proprietà dei prodotti $ab \cos \varphi$ ed $ab \operatorname{sen} \varphi$ delle ampiezze a e b di due vettori pel coseno e pel seno dell' angolo φ delle loro direzioni. Il primo di questi prodotti è lo scalare col segno cambiato, ed il secondo è il tensore del vettore del prodotto dei due vettori.

In primo luogo conviene ricordare questa proposizione: se sono dati due gruppi di vettori, e se in un dato istante sono: a la grandezza di uno qualunque dei vettori del primo gruppo, b quella di uno qualunque dei vettori del secondo grnppo, A il valore istantaneo del vettore risultante di tutti i vettori a, B quello del risultante dei vettori b, φ l' angolo compreso tra un vettore a ed un vettore b, e Φ l' angolo di A con B, si ha

$$\Sigma\, ab \cos \varphi = AB \cos \Phi,$$

e

$$\Sigma\, ab \operatorname{sen} \varphi = AB \operatorname{sen} \Phi.$$

12. In secondo luogo conviene vedere quali sieno i valori medii dei prodotti $ab \cos \varphi$ ed $ab \operatorname{sen} \varphi$ quando i vettori ab sono delle specie di cui noi qui ci occupiamo, quando cioè essi sono vettori rotanti o vettori alternativi. E qui si hanno più casi.

1.° *Caso.* — Se i due vettori a e b sono vettori rotanti nel medesimo piano, colla medesima frequenza e nel medesimo verso, l'angolo φ compreso fra i medesimi rimane costante: esso è uguale al valore angolare della differenza di fase de' due vettori. Siccome, per la definizione di vettore rotante da noi adottata, anche a e b sono costanti, così i prodotti $ab \cos \varphi$, $ab \operatorname{sen} \varphi$ sono indipendenti dal tempo.

2.° *Caso.* — Se a e b sono ancora vettori rotanti in un medesimo piano, ma con frequenze diverse n ed m, l'angolo φ com-

preso fra di essi passa in ogni unità di tempo $n-m$ volte da 0 a 2π, ossia varia tra 0 e 2π nel tempo $\frac{1}{n-m}$. Il valore medio di $\cos\varphi$ e di $\operatorname{sen}\varphi$ durante tale tempo è uguale a zero, ed è perciò uguale a zero anche il valore medio dei prodotti considerati.

3° *Caso.* — Un caso particolare compreso in quello or ora considerato è quello di due vettori rotanti in versi opposti: se sono n ed m le frequenze dei due vettori rotanti, l'angolo φ varia tra 0 e 2π nel tempo $\frac{1}{n+m}$, e durante questo tempo i valori medii di $ab\cos\varphi$, e di $ab\operatorname{sen}\varphi$ sono uguali a zero.

4° *Caso.* — Un altro caso particolare è quello in cui a è un vettore rotante e b un vettore fisso di grandezza costante. Questo caso si riduce ai precedenti facendo semplicemente $m=0$. Anche in questo caso i medii prodotti sono uguali a zero.

5° *Caso.* — Se a è un vettore alternativo di direzione fissa e b è un vettore rotatorio, possiamo immaginare a scomposto in due vettori uguali rotanti in versi opposti, d ed s, e valendoci del teorema ricordato all'articolo precedente (11), porre:

$$ab\cos\varphi = d.\,b\cos\delta + s.\,b\cos\sigma,$$

$$ab\operatorname{sen}\varphi = d.\,b\operatorname{sen}\delta + s.\,b\operatorname{sen}\sigma,$$

ove δ e σ rappresentano gli angoli che nell'istante considerato b fa con d e con s. Così siamo ricondotti ai casi precedenti.

Se a e b hanno frequenze diverse, tanto i prodotti $db\cos\delta$ $db\operatorname{sen}\delta$ quanto i prodotti $sb\cos\sigma$, $sb\operatorname{sen}\sigma$ hanno valori medii uguali a zero; quindi sono uguali a zero anche i medii di $ab\cos\varphi$, e di $ab\operatorname{sen}\varphi$.

Se a e b hanno una medesima frequenza, solamente i prodotti $d\,b\cos\delta$, $d\,b\operatorname{sen}\delta$, oppure solamente $s\,b\cos\sigma$, $s\,b\operatorname{sen}\sigma$ sono nulli; gli altri due sono diversi da zero e sono costanti. Se, per esempio, b è un vettore rotante verso destra i prodotti $s\,b\cos\sigma$, $s\,b\operatorname{sen}\sigma$ hanno un valore medio uguale a zero, ed i prodotti $d\,b\cos\delta$, $d\,b\operatorname{sen}\delta$ sono costanti. Si ha perciò semplicemente:

$$\text{medio di } a\,b\cos\varphi = d\,b\cos\delta,$$

$$\text{medio di } a\,b\operatorname{sen}\varphi = d\,b\operatorname{sen}\delta.$$

Se si rappresenta con A l'ampiezza del vettore alternativo, si ha $d = \frac{A}{2}$, e quindi

$$\text{medio di } a\,b \cos \phi = \frac{1}{2} A b \cos \delta,$$

$$\text{medio di } a\,b \,\text{sen}\, \phi = \frac{1}{2} A b \,\text{sen}\, \delta.$$

Se si prende come origine del tempo l'istante in cui a ha il valore massimo A, l'angolo δ, che figura in queste espressioni, è il valore angolare della differenza di fase tra a e b.

6° *Caso.* — Se finalmente a e b sono due vettori alternativi di uguale frequenza, noi consideriamo il primo come risultante di due vettori rotanti d ed s ed il secondo come risultante di due altri vettori rotanti d' ed s'. In grazia della proposizione dimostrata all' art. 11, i prodotti $a\,b \cos \phi$, $a\,b \,\text{sen}\, \phi$ sono in ogni istante uguali alla somma di quelli che si hanno colle combinazioni $d\,d'$, $d\,s'$, $s\,d'$, $s\,s'$. Ma, in grazia di ciò che si è detto dianzi trattando il caso 3°, i valori medii dei prodotti corrispondenti alla seconda ed alla terza combinazione sono uguali a zero; dunque se diciamo δ l'angolo costante tra d e d' e σ l'angolo costante tra s ed s', abbiamo:

$$\text{medio di } a\,b \cos \phi = d\,d' \cos \delta + s\,s' \cos \sigma,$$

$$\text{medio di } a\,b \,\text{sen}\, \phi = d\,d' \,\text{sen}\, \delta + s\,s' \,\text{sen}\, \sigma.$$

Se diciamo A e B le ampiezze dei due vettori alternativi dati, e se notiamo che

$$d = s = \frac{A}{2}, \text{ e } d' = s' = \frac{B}{2},$$

possiamo scrivere anche:

$$\text{medio } a\,b \cos \phi = \frac{AB}{4} (\cos \delta + \cos \sigma),$$

e

$$\text{medio } a\,b \,\text{sen}\, \phi = \frac{AB}{\;} (\text{sen}\, \delta + \text{sen}\, \sigma).$$

Se poi, dicendo α e β le fasi di a e b, notiamo che

$$\delta = \varphi + \beta - \alpha, \text{ e } \sigma = \varphi - \beta + \alpha,$$

possiamo scrivere ancora:

$$\text{medio } ab \cos\varphi = \frac{AB}{2} \cos\varphi . \cos(\beta - \alpha) .$$

$$\text{medio } ab \operatorname{sen}\varphi = \frac{AB}{2} \operatorname{sen}\varphi . \cos(\beta - \alpha) .$$

II.

APPLICAZIONE AI CAMPI MAGNETICI ED AI MOTORI ELETTRICI A CORRENTI ALTERNATE.

13. Possiamo applicare le considerazioni generali sovraesposte al caso speciale in cui i vettori considerati sono forze magnetiche.

In questo caso le proposizioni degli articoli 8, 9 e 10 mostrano subito come per mezzo di due, o di più campi magnetici alternativi di direzioni fisse si possa produrre un campo magnetico rotante; esse mostrano perciò come un campo magnetico rotante si possa produrre per mezzo di due o più correnti alternative di fasi diverse; esse comprendono, in altre parole, il principio fondamentale dei motori elettrici a correnti alternative polifasi.

Viceversa la proposizione dell'art. 3 mostra come un campo magnetico alternativo, od un flusso d'induzione alternativo si possa sempre considerare come risultante di due, o di più campi, o di due o più flussi di valore costante, rotanti gli uni verso destra e gli altri verso sinistra. Ora questo modo di considerare un campo magnetico od un flusso d'induzione alternativo può tornare molto utile nello studio delle correnti indotte in conduttori posti nel campo magnetico e delle forze che questo esercita sulle medesime; può per conseguenza tornare utile nello studio de' fenomeni fondamentali in molti apparecchi elettrici, e special-

mente nei motori elettrici per correnti alternative. Per dare un esempio di applicazione noi prenderemo qui a trattare di questi ultimi.

14. Motori sincroni. — Consideriamo dapprima un' armatura costituita da un' unica spirale, della quale le spire sieno in piani perpendicolari ad un asse comune oa (fig. 12), e supponiamo che essa possa rotare nel piano della figura, attorno ad un asse o, in un campo magnetico, ove l' induzione magnetica abbia il valore uniforme B e la direzione costante oB. Se tale spirale è percorsa da una corrente elettrica, essa equivale ad un magnete di asse oa, il momento magnetico del quale si ottiene moltiplicando la somma delle superfici delle spire per la intensità della corrente in misura elettromagnetica assoluta. Noi possiamo rappresentare questo magnete, e quindi anche la spirale percorsa dalla corrente, per mezzo di un vettore avente la direzione oa ed una grandezza uguale al momento magnetico sopraddetto. Se la corrente è alternativa colla frequenza n, anche il vettore è alternativo colla medesima frequenza, e noi lo possiamo rappresentare, secondo il nostro metodo, in $oasd$. Il fare uso di questa rappresentazione equivale a sostituire al magnete alternativo oa due magneti rotanti, i momenti magnetici dei quali sono rappresentati da od e da os. Dicendo a l' ampiezza oa e d ed s le grandezze dei due vettori rotanti od, os, si ha $d = s = \frac{A}{2}$.

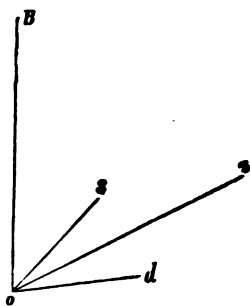



Fig. 12.

Ciò posto, consideriamo le forze esercitate sulla spirale dal campo magnetico in cui essa è collocata. Queste forze si riducono ad una coppia, il cui momento è B.a sen $\overline{Boa}$, e, pel teorema ricordato all' art. 11. è uguale alla somma

$$Bd \operatorname{sen} \delta + Bs \operatorname{sen} \sigma ,$$

ove con δ e con σ si rappresentano, come più sopra, gli angoli che nell' istante considerato fanno con oB i due vettori rotanti destro e sinistro d ed s.

Se la spirale è in riposo, i vettori d ed s rotano con la me-

desima frequenza n l'uno verso destra e l'altro verso sinistra, e, per ciò che si è detto all'articolo 12 (4° caso), i valori medii dei prodotti Bd sen δ e Bs sen σ sono uguali a zero. È quindi uguale a zero il medio valore del momento della coppia considerata.

Se si fa rotare la spirale attorno all'asse o con una frequenza m, gira con essa il vettore oa, ed i due vettori od ed os prendono a girare con velocità angolari uguali alle somme algebriche di quelle ch'essi hanno relativamente all'armatura e di quella che hanno comune con questa. Se per esempio l'armatura ruota verso la destra, il vettore rotante d gira nello spazio con la frequenza $n + m$, ed il vettore s gira colla frequenza $n - m$. Però finchè m è diverso da n i valori medii dei momenti delle coppie sono ancora uguali a zero.

Ma se $m = n$, la frequenza di d diventa uguale a $2n$ e quella di s si riduce a zero. La corrente dell'armatura equivale allora a due magneti di momento magnetico costante, uno dei quali, d, ruota nel verso dell'armatura con una frequenza doppia, e l'altro, s, sta fisso nello spazio. La direzione fissa di quest'ultimo è quella per cui passa l'asse $o\,a$ della spirale rotante nel momento in cui in essa la corrente alternativa ha l'intensità massima. Tale direzione fa con oB un angolo determinato che rappresenteremo con ς. In questo caso il momento della coppia agente sull'armatura non ha più un valore medio uguale a zero: allora infatti è uguale a zero soltanto il momento medio della coppia agente su $o\,d$, ossia il valore medio del prodotto Bd sen δ; mentre il momento della coppia agente su $o\,s$ ha il valore costante

$$\mathrm{B}\,s \text{ sen } \varsigma,$$

ossia

$$\frac{1}{2} \mathrm{AB} \text{ sen } \varsigma.$$

Questa coppia tende a chiudere l'angolo soB. Se tale angolo è, come in figura, a destra di oB, ossia dalla parte verso cui l'armatura ruota, la coppia si oppone al movimento, obbliga a spendere un lavoro; l'apparecchio funziona come una dinamo. Se invece l'angolo Bos giace a sinistra di oB, ossia dalla parte

opposta al movimento, la coppia agisce nel verso della rotazione, essa fa un lavoro; l'apparecchio funziona come motore elettrico; esso è, nella forma più semplice, un motore sincrono.

La coppia motrice di questo motore varia tra 0 ed $\frac{1}{2}$ AB quando ς varia tra 0 e $\frac{\pi}{2}$. Per valori di ς minori di $\frac{\pi}{2}$ il funzionamento del motore è stabile. Se infatti si aumenta la coppia resistente l'armatura si attarda alquanto, cresce l'angolo ς e cresce con esso il momento della coppia motrice. Se invece si diminuisce la coppia resistente, l'armatura accenna per un momento ad accelerarsi, diminuisce così l'angolo ς e con esso diminuisce la coppia motrice.

15. Motori asincroni. — *Armatura chiusa posta in un campo magnetico rotante.* — Consideriamo in secondo luogo una armatura formata di N spire, o di N spirali elementari, chiuse su se stesse in corto circuito e disposte regolarmente ad uguali distanze angolari, in altrettanti piani diametrali, tutt'attorno all'asse di rotazione. Diciamo S la superficie, r la resistenza ed L il coefficiente di autoinduzione di una delle spirali. Immaginiamo poi che l'armatura si trovi in un campo magnetico rotante, nel quale l'induzione magnetica, costante ed uniforme, abbia il valore B e ruoti *relativamente alla armatura* con una frequenza u.

Nella spirale elementare colla normale della quale l'induzione B fa, alla fine del tempo t, un angolo α, passa in tale istante un flusso d'induzione BS cos α; quindi, per la variazione di α dovuta alla rotazione di B rispetto all'armatura, si ha nella spirale una forza elettromotrice

$$2\pi u \, \mathrm{BS} \operatorname{sen} \alpha.$$

Questa forza elettromotrice produce nella spirale elementare una corrente di intensità i data dalla formola

$$i = \frac{2\pi u}{\rho} \mathrm{BS} \operatorname{sen} (\alpha - \phi),$$

ove ϕ è il valore angolare del ritardo di fase della corrente rispetto alla forza elettromotrice, dato dalla relazione

$$\operatorname{tang} \phi = \frac{2\pi u L}{r},$$

e ρ è la resistenza apparente della spirale, ossia

$$\rho = \sqrt{r^2 + 4\pi^2 u^2 L^2}.$$

Tale corrente equivale ad una lamina magnetica, il cui momento magnetico è uguale ad iS, ossia a

$$\frac{2\pi u}{\rho} BS^2 \operatorname{sen}(\alpha - \phi),$$

e si può rappresentare con un vettore avente la direzione della normale al piano della spirale, o, come possiamo dire concisamente, la direzione α.

Ora se si proietta questo vettore prima sulla retta che fa con B l'angolo ϕ, e poi sulla perpendicolare ad essa, si ha rispettivamente

$$\frac{2\pi u}{\rho} BS^2 \operatorname{sen}(\alpha - \phi) \cos(\alpha - \phi), \quad \text{e} \quad \frac{2\pi u}{\rho} BS^2 \operatorname{sen}^2(\alpha - \phi);$$

e se si calcolano i valori medii di queste proiezioni per α compreso tra 0 e 2π, si trova che questi valori medii sono rispettivamente zero e $\frac{1}{2}\frac{2\pi u BS^2}{\rho}$. Dunque le N spirali equivalgono in complesso ad un magnete di momento magnetico

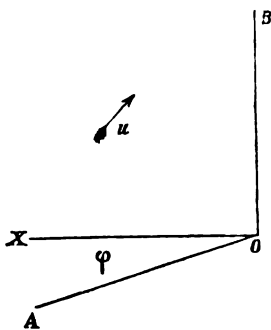
$$A = \frac{N}{2}\frac{2\pi u}{\rho} BS^2,$$

l'asse del quale fa con la direzione di B l'angolo costante $\phi + \frac{\pi}{2}$. Tale magnete segue B nella rotazione, stando costantemente indietro, alla distanza angolare $\phi + \frac{\pi}{2}$. Se nella fig. 13 si suppone che il campo magnetico ruoti *relativamente all' armatura* nella direzione della freccia u, e se OX è perpendicolare alla direzione OB della induzione magnetica, la direzione del magnete

Fig. 13.

equivalente alle armature è la OA, la quale fa con OX l'angolo $XOA = \phi$.

16. Motori a campo rotante. — Un' armatura come quella che abbiamo ora considerato, collocata in un campo magnetico rotante prodotto per mezzo di un sistema di correnti polifasi, costituisce un motore a campo rotante.

La coppia motrice è quella che il campo magnetico eserciterebbe se al posto dell' armatura vi fosse il magnete equivalente dianzi considerato. Il momento di essa è adunque (fig. 13) AB sen AOB; dicendolo K e ponendo per A il valore trovato nell'articolo precedente, si ha:

$$K = \frac{N}{2} B^2 S^2 \frac{2\pi u . \cos \phi}{\rho}$$

Ricordando che $\cos \phi = \frac{r}{\rho}$, si può scrivere anche

$$K = \frac{N}{2} B^2 S^2 r \frac{2\pi u}{\rho^2} ,$$

ossia

$$K = \pi N B^2 S^2 \frac{r u}{r^2 + 4\pi^2 u^2 L^2} . \tag{1}$$

In questa espressione la lettera u rappresenta la frequenza del *moto relativo* di rotazione del campo magnetico rispetto all' armatura. La formola dà la relazione tra la coppia di rotazione K e la frequenza u; ed è facile vedere quale sia l' andamento della linea, nella quale la formola si traduce quando si prende u come ascissa e K come ordinata.

La (1) si può scrivere

$$K = \frac{\pi N B^2 S^2 r}{\frac{r^2}{u} + 4\pi^2 u L^2} ,$$

onde appare che K cambia di segno senza cambiare di valore quando si cambia u in $-u$, ha il valore zero per $u = 0$ e per $u = \pm \infty$, ed ha un valore numerico massimo quando i due termini del denominatore, il prodotto dei quali è costante, sono uguali tra di loro, ossia quando

$$u = \pm \frac{1}{2\pi} \frac{r}{L} .$$

Perciò la linea C_1 C_2 (fig. 14) i punti della quale hanno per ascisse i valori di u e per ordinate i corrispondenti valori di K, si compone di due rami omotetici rispetto all' origine O, passa per l' origine, è assintotica da entrambe le parti all' asse delle ascisse e presenta due punti M, M' d' ordinata numericamente massima, i quali corrispondono alle ascisse $+\frac{1}{2\pi}\frac{r}{L}$ e $-\frac{1}{2\pi}\frac{r}{L}$. Il valore del massimo è $\frac{\pi N B^2 S^2}{2}\frac{u}{r}$.

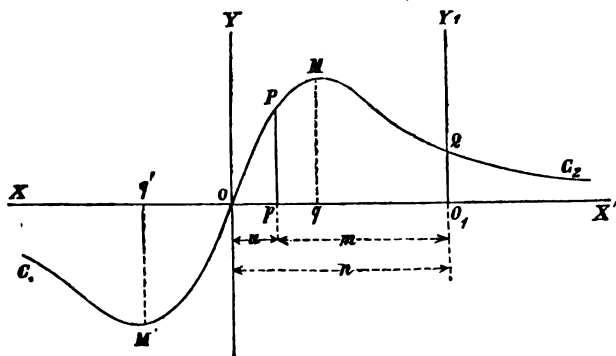



Fig. 14.

L' origine O è un punto d' inflessione, e nelle sue vicinanze la linea si confonde con una linea retta, la pendenza della quale è $\frac{\pi N B^2 S^2}{r}$. Le ascisse dei punti massimo e minimo M ed M' e la lunghezza del tratto, che praticamente si confonde con una retta, crescono col diminuire di $\frac{L}{r}$; al limite, per $\frac{L}{r} = 0$, i punti M ed M' andrebbero all' infinito e la linea si trasformerebbe in una retta passante per O colla pendenza $\frac{\pi N B^2 S^2}{r}$.

Dato il valore di u, e ritenuto costante L, la coppia K varia colla resistenza r. La legge della variazione apparisce chiara se si mette l' espressione di K sotto la forma

$$K = \frac{\pi N B^2 S^2 u}{r + \frac{4\pi^2 u^2 L^2}{r}}.$$

Per $r = 0$ e per $r = \infty$, K si annulla; per $r = \frac{4\pi^2 u^2 L^2}{r}$, ossia per

$$r = 2\pi\, u\, L$$

esso è massimo; il valore del massimo è $\frac{\pi N B^2 S^2 u}{2r}$, come sopra. È da notare che il valore di r, a cui corrisponde il massimo di K, è proporzionale alla frequenza u del moto relativo tra il campo e l' armatura.

17. In ciò che precede si è considerata la relazione tra la coppia di rotazione e la frequenza u del *moto relativo* del campo rotante rispetto alla armatura. Per trovare ora la relazione tra la coppia e la velocità della rotazione dell'armatura basta osservare, che se si rappresenta, come al solito, con n la frequenza del campo magnetico rotante, e se con m si rappresenta la frequenza della rotazione dell'armatura, ossia il numero di giri che l' armatura fa in 1'', si ha

$$u = n - m\,.$$

Portando questo valore nella (1) si ha

$$K = \pi N B^2 S^2 \frac{r(n-m)}{r^2 + 4\pi^2 L^2 (n-m)^2} \tag{2}$$

la quale dà la relazione cercata.

La curva in cui si traduce questa formola, quando si prende come ordinata la coppia K e come ascissa la frequenza m della rotazione dell' armatura, si può dedurre subito dalla curva C_1OC_2 della fig. 14; anzi è la stessa curva riferita soltanto ad altri assi di coordinate. Si porti infatti su OX' una lunghezza $OO_1 = n$, e sia p il piede dell'ordinata di un punto qualunque P della curva C_1C_2; si ha $O_1p = OO_1 - Op = n - u = m$. Dunque se si prende il punto O_1 come origine delle coordinate, la retta O_1Y_1 parallela ad OY come asse delle ordinate e la O_1OX, diretta da destra verso sinistra, come parte positiva dell' asse delle ascisse, la linea $C_1M'OPMQC_2$ è senz'altro quella i punti della quale hanno per coordinate i valori di m e di K.

La curva mette in evidenza le principali proprietà del mo-

tore. Bisogna distinguere due casi: il ca so di $n \leqq \frac{1}{2\pi} \frac{r}{L}$ e quello di $n > \frac{1}{2\pi} \frac{r}{L}$.

Nel primo caso, quando $n \leqq \frac{1}{2\pi} \frac{r}{L}$, quando cioè $2\pi n L \leqq r$, si ha $OO_1 \leqq Oq$, l'origine O_1 cade a sinistra di q, od in q. Allora K ha il valor massimo per $m = 0$: la coppia motrice è massima quando l'armatura non ruota ancora, è massima nel momento della messa in moto. Se a partire dal riposo, ossia da $m = 0$, si fa crescere m, K diminuisce fino ad annullarsi per $m = n$ e a diventare negativo per $m > n$. Il funzionamento del motore è stabile. Infatti se cresce la coppia resistente e se perciò diminuisce m, cresce pP, cresce cioè anche la coppia motrice K fino a diventare uguale al nuovo valore della coppia resistente. Se viceversa diminuisce la coppia resistente e se perciò la velocità aumenta, diminuisce pP, ossia diminuisce anche la coppia motrice K fino a ristabilire l'equilibrio.

Nel secondo caso, quando $n > \frac{1}{2\pi} \frac{r}{L}$, ossia quando $2\pi n L > r$, si ha $OO_1 > Oq$, l'origine O_1, cade a destra di q. Allora per $m = 0$ la coppia motrice K ha un valore O_1Q minore del massimo qM. Se si fa crescere m a partire dal valor zero, K comincia a crescere e raggiunge il valore massimo qM quando $m = O_1q = O_1O - Oq = n - \frac{r}{2\pi L}$. Dopo di ciò, se m cresce ancora, K diminuisce fino ad annullarsi per $m = n$ ed a diventare negativo per $m > n$. Il funzionamento del motore è stabile per $m > O_1q$, ossia per $m > n - \frac{r}{2\pi L}$, perchè allora, come nel caso precedente, un aumento della coppia resistente, provocando una diminuzione di m, dà luogo ad una diminuzione di K, per cui si ristabilisce l'equilibrio. Ma per $m \overline{\gtrless} n - \frac{r}{2\pi L}$ il funzionamento del motore è instabile. Se infatti per un aumento della coppia resistente si verifica una diminuzione di m, questa diminuzione dà luogo ad una diminuzione della coppia motrice K e

quindi ad una ulteriore diminuzione di m; e questo effetto si riproduce e si moltiplica fino a tanto che il motore si riduce al riposo.

In tutti i casi K si riduce a zero per $m = n$ e diventa negativo per $m > n$. Ciò vuol dire che in ogni caso non si può far girare l'armatura con una frequenza superiore a quella delle correnti, se non per mezzo di una coppia motrice applicata dall'esterno all'albero, se non colla spesa di un lavoro. La coppia a ciò necessaria ha il momento massimo $q'M'$ quando

$$m = 0_1 0 + 0q' = 0_1 0 + 0q = n + \frac{r}{2\pi L} .$$

Nel secondo caso or ora considerato, quando cioè $2\pi n L > r$, può accadere (e accade comunemente quando n è grande) che il valore $0_1 Q$ di K corrispondente ad $m = 0$ sia insufficiente per l'avviamento del motore. Allora si può aiutare l'avviamento inserendo nel circuito dell'armatura una resistenza non induttiva, facendo cioè crescere r senza aumentare L. Infatti il valore K_0 di K che la formola (2) dà per $m = 0$, valore che si può scrivere:

$$K_0 = \pi N B^2 S^2 \frac{n}{r + \frac{4\pi^2 n^2 L^2}{r}} ,$$

è massimo per $r = 2\pi n L$; e perciò, finchè r è minore di $2\pi n L$, esso cresce col crescere di r. L'efficacia di questo artifizio per accrescere K_0 nel momento della messa in marcia è tanto maggiore quanto più è grande la frequenza n delle correnti adoperate; ed è precisamente nel caso di grandi frequenze che esso può essere necessario. Il motore può avviarsi da sè, senza speciali provvedimenti, ed ha un funzionamento più stabile quando la frequenza n è piccola.

18. Armatura chiusa posta in un campo magnetico alternativo. Motori asincroni monofasi. — Si immagini ora che la stessa armatura già considerata all'art. 15 sia collocata, non più in un campo magnetico rotante, ma in un campo magnetico alternativo di direzione fissa; ciò che allora ha da accadere si può facilmente dedurre dalle cose or ora dette.

Il campo magnetico alternativo equivale a due campi rotanti in direzioni opposte; similmente le correnti indotte nell'armatura equivalgono a due magneti rotanti in direzioni opposte; sull'armatura agisce adunque una coppia uguale alla risultante di quelle esercitate dai due campi sui due magneti rotanti. Ma per le cose dette all' art. 12, caso 3°, i valori medii delle coppie prodotte da ciascuno dei campi sul magnete rotante nel verso opposto sono uguali a zero, dunque il valore medio del momento della coppia risultante totale agente sull' armatura è semplicemente uguale alla differenza tra quello della coppia che il campo rotante verso destra esercita sul magnete rotante verso destra, e quello della coppia che il campo rotante a sinistra produce sul magnete rotante verso sinistra. Detti K_1 e K_2 i momenti di queste due coppie, e detto K il momento della coppia risultante agente sull'armatura, preso come positivo quando la coppia è diretta verso la destra, si ha

$$K = K_1 - K_2 \,. \tag{3}$$

Le coppie K_1 e K_2 si calcolano colla formola (1) dell'art. 16. Si deve a quest' uopo ritenere che B rappresenti il valore della induzione magnetica in ciascuno dei due campi rotanti in cui si è scomposto il campo alternativo dato, si deve cioè ritenere che il valore massimo dell'induzione magnetica in quest'ultimo sia rappresentato con 2B. Si devono poi sostituire nella formola alla frequenza u del moto relativo, successivamente i valori u_1 ed u_2 corrispondenti ai moti che i due campi rotanti hanno *relativamente all' armatura.* Ora se si suppone che l' armatura ruoti *verso destra* con una frequenza m, e se si rappresenta con n la frequenza del campo magnetico alternativo, si ha

$$u_1 = n - m, \qquad u_2 = n + m;$$

dunque

$$K_1 = \pi N B^2 S^2 \frac{r\,(n-m)}{r^2 + 4\pi^2 L^2 (n-m)^2}, \tag{4}$$

$$K_2 = \pi N B^2 S^2 \frac{r\,(n-m)}{r^2 + 4\pi^2 L^2 (n+m)^2}, \tag{5}$$

e quindi

$$K = \pi N B^2 S^2 r \left[\frac{n - m}{r^2 + 4\pi^2 L^2 (n-m)^2} - \frac{n + m}{r^2 + 4\pi^2 L^2 (n+m)^2} \right]. \tag{6}$$

Le linee, che rappresentano le relazioni tra K_1, K_2. K e la frequenza m della rotazione dell'armatura, si possono ricavare subito dalla $C_1 O C_2$ che nella fig. 14 rappresenta l'equazione (1).

La $C_1 O C_2$ è riprodotta e segnata colle stesse lettere nella fig. 15, ove, come nella 14, il punto O è l'origine delle u ed il punto O_1, alla distanza $O O_1 = n$ da O, è l'origine delle m.

Si prenda (fig. 15) $O_1 p_1 = O_1 p_2 = m$, e si tirino le corrispondenti ordinate $p_1 P_1$ e $p_2 P_2$; si ha subito:

$$Op_1 = OO_1 - p_1 O_1 = n - m \text{ ed } Op_2 = OO_1 + O_1 p_2 = n + m.$$

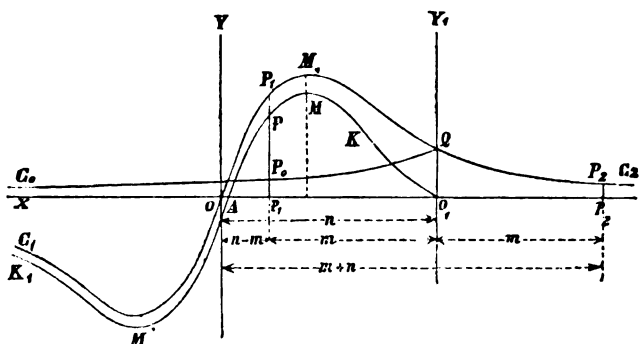



Fig. 15.

Dunque le ordinate $p_1 P_1$ e $p_2 P_2$ rappresentano rispettivamente K_1 e K_2. Per avere K basta sottrarre $p_2 P_2$ da $p_1 P_1$. Se si prende su $p_1 P_1$ il segmento $P_1 P = p_2 P_2$, il rimanente segmento $p_1 P$ rappresenta K, ed il punto P è un punto della curva che dà K in funzione di m, riferita agli assi coordinati $O_1 X$ ed $O_1 Y_1$.

Quale debba essere l'andamento della linea K si vede anche più chiaramente se si disegna in QP_0C_0 la linea simmetrica, rispetto all'asse $O_1 Y_1$ alla porzione QP_2C_2 della C_1OC_2. Allora il valore di K corrispondente al valore $O_1 p_1$ di m risulta rappresentato dal segmento $P_0 P_1$ compreso fra le due linee QP_1C_1 e QP_0C_0. A questo segmento è uguale, per la linea K, l'ordinata $p_1 P$ corrispondente all'ascissa $m = O_1 p_1$.

L'esame della curva K mette in chiaro le principali proprietà del motore. Il momento K della coppia agente sull'armatura è nullo quando $m = 0$, ossia quando l'armatura è in riposo;

ma se questa gira, subito K prende valori diversi da zero, e se la frequenza m della rotazione non supera il valore rappresentato in figura con O_1A, esso è positivo, ossia la coppia ha il verso stesso della rotazione, è una coppia motrice. Se, partendo dal riposo, l' armatura prende velocità crescenti, la coppia, nulla da principio, va crescendo anch'essa fino ad un massimo, raggiunto il quale, se m seguita a crescere, essa diminuisce rapidamente, e si riduce di nuovo a zero quando m raggiunge un determinato valore O_1A alquanto inferiore ad n. Pei valori di m maggiori di O_1A la coppia K diventa e rimane sempre negativa, ossia essa è opposta alla rotazione, è una coppia resistente.

Il tratto discendente MM' della curva corrisponde ad un funzionamento stabile del motore. Infatti se mentre l'armatura gira colla frequenza $m = O_1P_1$ e colla coppia motrice p_1P, la coppia resistente viene ad aumentare alquanto e diventa maggiore di p_1P, la velocità dell' armatura diminuisce, O_1p_1 diminuisce, e cresce la coppia motrice p_1P fino a ristabilire l' equilibrio. Se similmente la coppia resistente viene a diminuire, l'armatura si accelera, p_1 si sposta verso sinistra e la coppia motrice p_1P diminuisce anch'essa.

Invece il funzionamento non è stabile pel tratto ascendente O_1M della linea, ossia per valori di m minori di quello a cui corrisponde il massimo della coppia motrice. Allora infatti una diminuzione di velocità dovuta ad un eccesso della coppia resistente sulla coppia motrice provoca una diminuzione di quest'ultima e quindi una ulteriore diminuzione di velocità, la quale si moltiplica e si continua fino a che l' armatura si ferma completamente.

Il tratto discendente della linea K, pel quale si ha un funzionamento stabile, ha una pendenza di poco inferiore a quella della vicina linea C_1OC_2, e la pendenza di questa nel punto O (art. 16) è uguale a $\frac{\pi N B^2 S^2}{r}$. Similmente il punto massimo della linea K dista assai poco da quello della linea C_1OC_2, l'ascissa del quale è $n - \frac{1}{2\pi}\frac{r}{L}$ (art. 16). Dunque se è piccola la resistenza r, il tratto utile della linea K ha una grande pendenza, e, se non è piccolissima l'induttanza L, i valori di m ad esso corrispon-

denti sono compresi fra limiti l'uno all'altro molto vicini. Ciò accade appunto spesso nella pratica: il motore è bensì asincrono, ma i limiti fra i quali la velocità può variare compatibilmente colla stabilità del funzionamento sono spesso molto ristretti.

La linea QP_1OC_1 (fig. 15) è quella che rappresenterebbe la relazione tra la coppia motrice e la velocità quando l'armatura, invece di essere collocata in un campo alternativo ove l'induzione magnetica ha il valore massimo 2B, fosse collocata in un semplice campo magnetico rotante, ove l'induzione avesse il valore costante B. Perciò la fig. 15 mette in chiaro le analogie e le differenze che esistono tra le proprietà di un motore asincrono a campo alternativo e quelle di un motore a campo rotante.

Se n non è molto piccolo, e se la resistenza r dell'armatura è, come di solito, assai piccola, le due linee QP_1OC_1 e O_1KPAK_1 corrono vicinissime l'una all'altra per tutti i valori di m superiori a quelli pei quali i motori cominciano ad avere un funzionamento stabile. Dunque per tutte le velocità compatibili con un funzionamento stabile il motore monofase si comporta approssimativamente come il motore a campo rotante; solamente la coppia motrice è in esso alcun poco più piccola e si annulla per un valore di m alcun poco minore di n. Le due linee si scostano invece notevolmente l'una dall'altra nelle parti corrispondenti alle velocità minori; e la differenza caratteristica che da ciò deriva è che per $m = 0$ il momento della coppia motrice, che nel motore a campo rotante può avere un valore O_1Q anche notevole è nullo nel motore monofase: il motore a campo rotante può avviarsi da sè, il monofase non lo può.

L'espressione (6) della coppia motrice di un motore monofase si può trovare facilmente anche senza ricorrere al nostro metodo di trattazione de' vettori alternativi; essa fu infatti dimostrata dal Dr. J. Sahulka direttamente con procedimento puramente algebrico [1]), ed è notissima. Ma l'esservi arrivati col nostro metodo giova alla intelligenza delle ragioni fisiche dei fatti, e mette in evidenza le relazioni che esistono tra un motore a campo alternativo ed uno a campo rotante. Un motore a campo

1) J. Sahulka, *Theorie der Thomson'schen (Brown'schen) Motoren für gewöhnlichen Wechselstrom.* "Elektrotechnische Zeitschrift" — Berlin, 7 Juli 1893, pag. 391

alternati si presenta come un motore a campo rotante differenziale; le sue proprietà si derivano direttamente da quelle dei motori a campo rotante.

19. Inoltre varie considerazioni si presentano, le quali sarebbero meno ovvie colla trattazione analitica ordinaria.

Una di queste si riferisce alla natura delle correnti dell'armatura ed alle reazioni di esse sull'induttore. Le correnti dell'armatura equivalgono, come abbiamo dimostrato, a due magneti rotanti in versi opposti. I vettori che rappresentano questi magneti girano nello spazio con velocità angolari uguali e precisamente colla frequenza n del campo magnetico alternativo; essi adunque (art. 4, b) equivalgono al sistema di un vettore rotante e di un vettore alternativo. Ciò vuol dire che le correnti indotte nell'armatura producono nello spazio un flusso di induzione magnetica, il quale si può considerare come risultante dalla sovrapposizione di due flussi, uno di valore costante e di direzione rotante e l'altro di valore alternativo e di direzione fissa. Consideriamo l'uno dopo l'altro questi due flussi.

Flusso rotante. — Il flusso rotante è proporzionale alla differenza tra i *valori assoluti* dei vettori che rappresentano i due magneti rotanti equivalenti alle correnti dell'armatura (art. 4, b). Perciò esso è proporzionale ad

$$y_1 - y_2$$

ove con y_1 e con y_2 si rappresentino i valori *assoluti*, corrispondenti ad

$$u = n - m \text{ e ad } u = n + m$$

della funzione y di u data dalla formola

$$y = \frac{u}{\sqrt{r^2 + 4\pi^2 u^2 L^2}} .$$

Per farsi un'idea del modo di variare di esso in funzione di m basta considerare l'andamento di y. Ora y ha valori assoluti uguali per u e per $-u$, è uguale a zero per $u = 0$, cresce col crescere di u e per $u = \pm\infty$ tende assintoticamente verso il valore limite $\frac{1}{2\pi L}$. Se adunque (fig. 16) si prendono come ascisse

i valori u e come ordinate i valori assoluti di y, e se si prende come origine il punto O e come direzione positiva dell'asse delle u la OX', si trova la linea F_1OF_2 che ha per assintoto la retta LL parallela all' asse delle ascisse. Per trovare $y_1 - y_2$ si

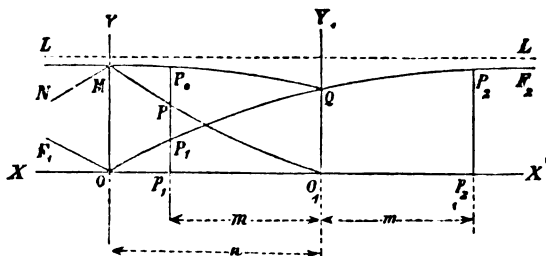



Fig. 16.

prendano $OO_1 = n$ ed $O_1p_1 = O_1p_2 = m$; risultano $Op_1 = n - m$, $Op_2 = n + m$, quindi le ordinate p_1P_1 e p_2P_2 rappresentano y_1 ed y_2 e si ha subito $y_1 - y_2 = p_1P_1 - p_2P_2 = -(p_2P_2 - p_1P_1)$.

Il modo di variare di questa differenza apparisce chiaro se si disegna in QP_0M la linea simmetrica rispetto ad O_1Y_1 alla QP_2F_2. Allora si ha $y_1 - y_2 = -P_1P_0$. Si può, se si vuole, prendere questa lunghezza come ordinata, e così si trova, che prendendo come origine il punto O_1, come asse delle ordinate la retta O_1Y_1 e come direzione positiva dell'asse delle ascisse la O_1X, $y_1 - y_2$ è rappresentata in funzione di m dalla curva O_1PMN.

Il segno (—) del valore trovato derivante dall'essere $p_2P_2 > p_1P_1$ dice che il flusso considerato ruota verso la sinistra, ossia in direzione opposta al movimento dell' armatura. Ora questo flusso che ruota verso la sinistra, produce nel metallo della parte fissa della macchina correnti indotte sulle quali poi esso esercita forze tendenti a trascinarle nella propria rotazione, verso la sinistra. Dunque viceversa le correnti indotte nella parte fissa della macchina sollecitano l'armatura a girare verso la destra, nel verso cioè nel quale essa già si muove. Quindi risulta che il flusso rotante dovuto alle correnti nell'armatura provoca correnti indotte, le quali aiutano la rotazione e dànno luogo ad una coppia, che si aggiunge alla coppia principale di cui si è parlato nell'articolo precedente.

Il valore della coppia dovuta alle correnti indotte varia col variare di m e cresce col crescere dell'ordinata p_1P della linea O_1MN. Essa è nulla per $m = 0$ e massima per $m = n$. In grazia di essa la coppia totale agente sull'armatura invece di annullarsi per $m = O_1A$ (fig. 15), non si annulla se non per un valore alcun poco più grande, più vicino ad n.

Flusso alternativo. — Il vettore alternativo risultante dalla composizione di due vettori rotatorii di versi opposti ha una ampiezza uguale al doppio del più piccolo fra i due vettori componenti (art. 4). Perciò il flusso alternativo è proporzionale a

$$\frac{n-m}{\sqrt{r^2 + 4\pi^2 L^2 (n-m)^2}}.$$

Esso può essere nullo solamente per $m = n$.

LA TERMOELETTRICITÀ NEGLI ELETTROLITI ALLO STATO SOLIDO.

INFLUENZA DI UNA TRASFORMAZIONE MOLECOLARE

Ricerche sperimentali del Dott. SILVIO LUSSANA.

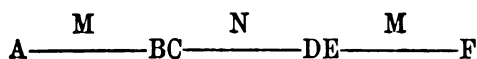
All'infuori di alcune ricerche, più che altro qualitative, eseguite a più riprese dall'Andrews [1], dall'Hankel [2], dal Becquerel [3], dal Böttger [4], dal Gladstone e Tribe [5], dal Chaperon [6], dal Chathelier [7], dal Poincaré [8], non si conoscono misure del potere

1) *Pogg. Ann.* 41, 184, 1837. *Edin. Proc. Roy. Soc.* XIII 947-50. *Proc. Roy. Soc.* 38, 216-218, 1885.
2) *Pogg. Ann.* 103, 612-616.
3) C. R. 38, 905, 1854.
4) *Pogg. Ann.* 50, 35, 1840.
5) *Phyl. Mag.* (5), 11, 508, 1881.
6) C. R. 102, 860, 1886.
7) C. R. 102, 917, 1886.
8) C. R. 110, 839, 1890.

termoelettrico negli elettroliti che non siano allo stato di soluzione. Anzi questi autori studiarono l'esistenza e la direzione di forze termoelettriche che si producono pel contatto fra metalli e sali, usando metodi che non permettono di determinare con sicurezza la temperatura dei due contatti. Solo il Poincaré si è occupato di dare misure quantitative e secondo questo autore la forza termoelettromotrice che si ha per il riscaldamento del contatto d'un metallo con un determinato sale sarebbe eguale a quella dovuta al riscaldamento del contatto fra il metallo ed una soluzione satura dello stesso sale. Mi parve pertanto non del tutto inutile studiare come varia la differenza di potenziale che si ha fra due sali allo stato solido quando si aumenti la temperatura del loro punto di contatto, avuto specialmente riguardo alla importanza che assumono queste ricerche per la verifica della teoria di Helmohltz sulla produzione di una forza elettromotrice [1]).

Per queste ricerche mi preparai dei cilindretti delle singole sostanze da studiarsi, fondendo il sale entro tubi di vetro. Queste asticine cilindriche, protette dall'involucro di vetro, avevano una lunghezza di circa 36 cm. ed un diametro di 5 mm.

Per studiare il potere termoelettrico fra due sali M ed N, incominciai pertanto dal preparare due cilindri del sale M ed uno del sale N. Disposi quindi questi tre cilindretti come è indicato nel seguente schema

```
     M          N          M
A---------BC---------DE---------F
```

AB ed EF sono i due cilindretti di M; CD è l'asticina del sale N. Per unire le due estremità BC conformai a bicchierino un tappo di sughero e vi praticai due aperture laterali che davano passaggio alle due estremità delle aste. In questo bicchierino versai del mercurio la cui temperatura era data da un termometro col bulbo immerso nel mercurio stesso. Il contatto invece fra le due estremità DE lo ottenni facendo uso di un matraccio della capacità di un litro circa e che portava due

1) V. a questo riguardo i lavori di J. Brown (*The Electrician* 29 (740), p. 305, 1892) e di Negbaur. *Wied. Ann.* 47, 27. 1892).

aperture laterali diametralmente opposte. Un tubo di vetro del diametro di 15 mm. e della lunghezza di circa 18 cm. attraversava questo matraccio ed era masticiato nelle due aperture con gesso da presa. Un tappo ad un foro chiudeva l'estremità del tubo rivolta verso D, mentre l'altra estremità era chiusa da un tappo a due fori.

Il primo di questi tappi dava passaggio all'estremità D, e l'altro all'estremità E e ad un tubetto, ripiegato esternamente verso l'alto, che serviva ad introdurre del mercurio nel tubo; era questo mercurio che stabiliva la comunicazione fra le due estremità D ed E. Il matraccio conteneva poi dell'olio che riscaldavo mediante un beccuccio Bunsen sottoposto. La sua temperatura veniva mantenuta uniforme da un agitatore di vetro e misurata con un termometro Geisler precedentemente confrontato col termometro ad aria. Fra i due punti C e D, ed i due E ed F interposi degli schermi che impedivano di riscaldarsi al contatto BC ed all'estremità F. In A ed in F saldai due fili di platino fondendo in quei due punti il sale. L'elemento termoelettrico era così costruito e non occorreva altro che aver cura acchè le asticine non presentassero delle discontinuità dovute a dilatazioni o contrazioni causate da un forte riscaldamento o da un successivo raffreddamento prodotti nell'olio.

La differenza di potenziale nei due punti A ed F la determinai mediante un elettrometro capillare del Lipmann la cui sensibilità era tale che per piccole forze elettromotrici ad una differenza di potenziale di un millesimo di Volt corrispondeva una pressione di un millimetro.

In causa certamente della grande resistenza presentata dal sale, era necessario un tempo piuttosto lungo affinchè la caduta di potenziale fra l'elemento e l'elettrometro si regolarizzasse; per cui le misure utili non potevano essere fatte che un certo tempo dopo che l'elemento veniva chiuso attraverso l'elettrometro. Tenni quindi conto ogni volta del tempo di chiusura e dell'istante in cui eseguivo la determinazione; ritenevo tutte le letture eseguite dall'istante in cui si rendevano costanti e di queste ne facevo la media.

I sali usati li purificai sempre mediante cristallizzazioni; quando erano deliquescenti, tenevo le due estremità delle asti-

cine sempre immerse nel mercurio. I diversi sali li confrontai col nitrato potassico e col nitrato sodico. Le asticine di questi due ultimi sali che mi servirono in questo lavoro le preparai al principio ed usai sempre le stesse.

Siccome ogni elemento, per la difficoltà di ottenere una perfetta eguaglianza nei punti simmetrici dell'elemento, presentava una f. e. m. anche quando le saldature erano alla stessa temperatura, così fui costretto a misurarle di quando in quando nel corso delle esperienze riportando il contatto D E alla temperatura ambiente.

Questa f. e. m. iniziale la sottrassi ogni volta da quelle che osservai quando le temperature dei due contatti erano differenti, onde avere la forza termoelettromotrice dell'elemento. Essa del resto si trova indicata nei singoli casi nelle tabelle che comprendono i risultati delle presenti ricerche.

Il più delle volte le osservazioni le ho eseguite durante il riscaldamento, di rado nel corso del raffreddamento; e ciò anche perchè nella maggior parte dei casi avevo a che fare con sali che a certe temperature presentano delle trasformazioni molecolari. Ora si sa quanto è grande la lentezza con cui avviene una trasformazione molecolare; affinchè si compia abbisogna di un tempo piuttosto lungo, ed il più delle volte la temperatura di trasformazione ottenuta per raffreddamento è di parecchi gradi inferiore a quella ottenuta per riscaldamento. Ad ogni modo qualche volta feci anche misure durante il raffreddamento, ed i valori ottenuti concordarono sempre con quelli che provenivano da misure eseguite durante il riscaldamento.

Nelle tabelle seguenti vengono riferiti i risultati da me ottenuti.

In testa a ciascuna tabella si trova indicato oltre ai nomi dei sali che costituiscono l'elemento anche la temperatura del contatto freddo (t_f) e la f. e. m. iniziale (E). Δ rappresenta la differenza fra la temperatura dei due contatti, ed E_1 la differenza fra la f. e. m. iniziale e quella osservata alle singole temperature; cioè la f. e. m. dovuta alle correnti termoelettriche.

Il segno che è preposto alle f. e. m. è tale che si è assunta come positiva quella corrente che va dal sale primo indicato nelle tabelle al secondo attraverso la saldatura fredda. Si intende

che le f. e. m. che non sono contrassegnate si debbono ritenere positive.

KNO_3 con

$KClO_3$ { tr=25°,6 E=0v,099		$Zn\,Cl_2$ { tr=26°,0 E=0v,114		$Hg\,Cl_2$ { tr=24°,0 E=0v,110		$NaClO_3$ { tr=21°,8 E=0v,111		$(NH_4)NO_3$ { tr=24°,5 E=0v,115	
Δ	E_1	Δ	E_1	Δ	E_1	Δ	E_1	Δ	E_1
42°,2	0v,072	37°,9	0v,043	43°,8	0v,014	44°,2	0v,001	37°,9	0v,043
85,0	0,088	77,8	0,121	70,8	0,030	48,3	0,003	60,7	0,086
129,4	0,111	89,0	0,126	103,0	0,018	79,3	0,004	93,1	0,113
162,8	0,020	107,6	0,188	133,5	0,060	107,5	0,043	112,7	— 0,005
190,3	0,011	122,8	0,225	169,2	0,004	129,3	0,070		
						173,5	0,157		

$Na\,NO_3$ con

$KClO_3$ { tr=24°,2 E=0v,004		$Zn\,Cl_2$ { tr=23°,9 E=—0v,127		$Hg\,Cl_2$ { tr=24°,8 E=—0v,108		$NaClO_3$ { tr=23°,0 E=0v,083		$(NH_4)NO_3$ { tr=22°,0 E=0v,109	
Δ	E_1	Δ	E_1	Δ	E_1	Δ	E_1	Δ	E_1
27°,2	0v,020	40°,9	— 0v,001	19°,1	+ 0v,004	34°,7	— 0v,031	26°,0	— 0v,005
36,9	0,036	70,2	+ 0,001	66,5	— 0,024	73,8	+ 0,028	50,9	— 0,040
59,7	0,066	99,9	+ 0,050	97,0	— 0,074	98,7	+ 0,172	87,0	— 0,002
88,1	0,106	114,0	+ 0,059	105,4	— 0,102	140,7	+ 0,216	108,0	+ 0,034
126,8	0,112	164,3	+ 0,105	116,0	— 0,146			120,0	+ 0,008
164,1	0,036	193,0	+ 0,038	159,2	— 0,712				

KNO_3 con $NaNO_3$ $t_f = 23°,2$; $E = 0^v,024$

Δ	E_1	Δ	E_1	Δ	E_1
45°,9	0v,026	106°,3	0v,130	182,4	0v,007
78,9	0,038	150,0	0,157	198,2	— 0,017
105,3	0,121	156,6	0,168	240,7	— 0,147

Come si vede dalle tabelle precedenti e più ancora dalle curve che si possono costruire con questi dati, anche gli elettroliti allo stato solido seguono la legge delle tensioni di Volta. Le forze termoelettromotrici che si hanno pel contatto dei diversi sali da me studiati col nitrato potassico sono sempre maggiori di quelle che si hanno fra gli stessi sali ed il nitrato sodico; la differenza corrisponde approssimativamente alla forza termoelettrica fra nitrato sodico e nitrato potassico. Tutti questi elementi presentano l' inversione, allo stesso modo che gli elementi termoelettrici costituiti da metalli; anzi in qualche elemento questa inversione si ha per una piccolissima differenza di temperatura fra i due contatti.

Un'altro fatto che riesce pure evidente, si è la discontinuità che si ha nel fenomeno allorquando uno dei sali subisce una trasformazione. Ora ciò si spiega se si pensa che l'asticina del sale che subisce la trasformazione, del nitrato potassico ad esempio, nelle vicinanze del punto riscaldato si troverà nello stato molecolare stabile alla temperatura più elevata; mentre un poco più distante si troverà ancora nella modificazione stabilo alla temperatura più bassa. È quindi naturale il pensare che essendovi uno strato che separa le due modificazioni del nitrato, qui si debba avere una differenza di potenziale; il salto quindi che si osserva nelle curve, salto che è sempre dello stesso segno e con molta approssimazione dello stesso valore, corrisponde a questa differenza di potenziale. Facendo la media fra i quattro valori qui determinati si ha che la forza elettromotrice sviluppata al contatto fra il nitrato potassico rombico ed il romboedrico è di $0^v,055$; la corrente

prodotta da questa differenza di potenziale va dalla modificazione romboedrica alla rombica attraverso il loro punto di contatto. A questo proposito riescono molto istruttivi gli elementi che contengono come uno dei sali il nitrato di ammonio, quantunque la troppa frequenza delle trasformazioni impedisca di trarre dalle precedenti osservazioni dei valori che abbiano un qualche fondamento. Soltanto posso osservare che fra una modificazione che ha luogo ad una temperatura più bassa ed una che ha luogo ad una temperatura più alta, pare che vi abbia sempre una differenza di potenziale tale che la corrente da essa prodotta va dalla modificazione stabile a temperatura più alta, a quella stabile a temperatura più bassa. Se però si considera che qui il più delle volte intervengono parecchie trasformazioni contemporaneamente, si comprende che non è possibile trarre a questo riguardo altra conclusione sicura, all'infuori di quella che la trasformazione porta una anomalia nel potere termoelettrico; o ciò che è lo stesso si presenta una differenza di potenziale nel contatto di due modificazioni dello stesso sale.

Dall' Istituto Fisico dell' Università di Padova. Luglio 1893.

SULLE PROPRIETÀ DELLE LINEE E DELLE BANDE NEGLI SPETTRI D'ASSORBIMENTO

Nota del Dott. G. B. RIZZO.

1. I corpi gazosi presentano in generale uno spettro lineare, i corpi liquidi uno spettro a bande o uno spettro continuo e i corpi solidi uno spettro continuo; e si ammette che queste proprietà siano dovute alla diversa libertà di movimento o alla diversa complessità delle molecole nei tre stati di aggregazione.

Inoltre in ciascuno di questi stati gli spettri dei corpi dipendono dalle loro condizioni fisiche: in particolare i gas possono dare uno spettro lineare od anche uno spettro a bande, a seconda della loro temperatura e del modo col quale vengono eccitati

dall'elettricità. E questo venne chiaramente dimostrato dai lavori di Plücker, Hittorf [1]), Mitscherlich [2]), Angström [3]), Wüllner [4]), Schuster [5]), Lockyer [6]), Ciamician [7]) e di altri.

Ma, mentre i primi sperimentatori consideravano questa variabilità degli spettri come una semplice ed immediata conseguenza del variare delle condizioni fisiche dei corpi, Angström sostenne doversi ascrivere alla formazione di particolari raggruppamenti molecolari, che sarebbero come diversi stati allotropici di un medesimo corpo. La questione non può dirsi ancora pienamente risolta, ed è molto importante per se stessa e per le applicazioni dell' analisi spettrale ai corpi celesti.

La principale difficoltà che si presenta nello studio della variabilità degli spettri è questa: noi non abbiamo alcun mezzo sicuro per conoscere i cambiamenti molecolari, che avvengono nei corpi incandescenti, quando sono portati a quelle elevate temperature alle quali gli spettri si modificano. Per questa ragione è più conveniente di studiare le variazioni che presentano gli spettri d'assorbimento dei corpi, quando questi vengono riscaldati fra quegli intervalli di temperatura, nei quali non avvengono dei mutamenti nella loro costituzione chimica. E, volendo studiare le proprietà delle linee e delle bande spettrali, riescono molto opportuni quei corpi i quali nei loro spettri d'assorbimento presentano insieme delle linee e delle bande.

Tali corpi non sono molto numerosi e alcuni di essi non possono servire a questo studio, perchè sono facilmente soggetti alle alterazioni chimiche, o lasciano luogo a delle incertezze sulla loro costituzione, come avviene dei sali di didimio, i quali presentano nel loro spettro d' assorbimento un mirabile complesso di linee e di bande, ma sembrano una mescolanza di vari altri

1) J. Plücker and. J. W. Hittorf. *Phil. Trans.*; 1865, I, p. 1.

2) A. Mitscherlich. *Pogg. Ann.* CXXI, p. 459, 1864. *Phil. Mag.*; XXVII, pag. 44, XXVIII p. 168, 1864.

3) A. J. Angström. *Recherches sur le spectre normal du Soleil;* Upsala, 1868.
Detto u. R. Thalèn. *Untersuchungen über die Spettra der Metalloide; N. Act. Reg. Soc. Sc. Ups.* (3) IX, 1875.

4) A. Wüllner. *Pogg. Ann* CXXXV, p. 497, 1868.

5) A. Schuster. *Proc. R. Soc.*; XX, p. 484, 1872.

6) J. N. Lockyer. *Proc. R. Soc.* XXII, p. 372, 1874.

7) G. Ciamician. *Sitzungsber. d. K. Akad. d. Wiss. Wien;* LXXVI, p. 499, 1877; LXXVII, p. 839, 1878; LXXVIII, pag. 867, 1878.

corpi dotati di proprietà ottiche differenti. L'ossalato di cromo forma coi metalli alcalini ed anche col ferro una serie di sali doppi, di un bel colore rosso, che hanno uno spettro a bande con una riga ben definita; e fra questi è importante l'ossalato doppio di cromo e potassio, che si chiama anche sale di Brewster, perchè egli ne fece uno studio diligente, pensando che le proprietà ottiche di questo sale fossero una prova decisiva in favore della teoria della emissione della luce [1]).

Lo spettro del sale di Brewster, sciolto nella glicerina, alla temperatura ordinaria, è formato da tre bande ben distinte: una nel rosso, che finisce in $\lambda = 715$ $\mu\mu$, la seconda si allarga fra $\lambda = 665$ e $\lambda = 505$, e l'ultima incomincia in $\lambda = 478$; fra le due prime bande vi è una linea nettamente definita in $\lambda = 704$ $\mu\mu$. Mi sono proposto di studiare la proprietà di questa linea e di queste bande col variare della temperatura dell'ossalato [2]).

2. Il sale venne disciolto nella glicerina per poterlo riscaldare ad una temperatura più elevata, ma è noto che lo spettro d'assorbimento della soluzione nella glicerina è simile allo spettro della soluzione nell'acqua. L'apparecchio di riscaldamento si compone di un cilindro cavo di ottone a due pareti, fra le quali circola il vapore generato in una piccola caldaia, come nell'apparecchio di riscaldamento del calorimetro di Régnault. La soluzione da studiarsi è posta in uno degli ordinari recipienti di vetro colle facce opposte parallele, che si adoperano comunemente per lo studio degli spettri d'assorbimento dei liquidi, ed è sostenuta in mezzo alla cavità centrale del cilindro, la quale è chiusa alle due estremità con due tappi. La luce di una lampada di Auer attraversa la soluzione, passando per una fenditura fatta nelle pareti del cilindro e chiusa con due lamine parallele di vetro. Lo spettro d'assorbimento venne determinato collo spettroscopio universale di Krüss, munito del prisma semplice di flint pesante, tenendo la soluzione alla temperatura di 16° e poi alle temperature di 98°, 130° e 180° adoperando per il riscaldamento i vapori dell'acqua, dell'alcool amilico e dell'anilina.

Col cambiare della temperatura lo spettro d'assorbimento

1) Brewster. *Phil. Mag.* (3), II, p. 360, 1833.

2) Il sale mi fu gentilmente preparato dal dott. Clemente Montemartini che era assistente del prof. Cossa; all'uno e all'altro mi torna gradito di porgere qui i miei ringraziamenti.

varia notevolmente, e nella tavola che segue sono indicate le lunghezze d'onda delle principali regioni dello spettro nelle diverse condizioni.

REGIONI DELLO SPETTRO	16°	98°	130°	180°
Fine della prima banda	715 $\mu\mu$	720 $\mu\mu$	724 $\mu\mu$	728 $\mu\mu$
Linea d' assorbimento	704	704	704	704
Principio della seconda banda	665	669	671	672
Massima intensità »	590	596	600	604
Fine »	505	515	521	526
Principio della terza banda	478	479	481	482

Oltre alle bande e alla linea qui indicate si osservano ancora alla temperatura ordinaria (e più distintamente nella soluzione acquosa) una leggera sfumatura in $\lambda = 702$ ed un'altra prima della seconda banda fra $\lambda = 675$ e $\lambda = 671$; ma cessano entrambe di essere visibili quando la temperatura si avvicina a 100°.

Tutto lo spettro d'assorbimento riprende l'aspetto primitivo quando il corpo ritorna a raffreddarsi, e subisce sempre le medesime variazioni quando venga più volte riscaldato e poi di nuovo raffreddato. Si può pertanto conchiudere che le bande d'assorbimento dell'ossalato doppio di cromo e potassio col crescere della temperatura si spostano verso la parte meno rifrangibile dello spettro, oppure si accresce in questa parte l'intensità di alcune bande che non sono visibili alle temperature più basse, mentre la linea conserva inalterata la sua posizione.

3. Per l'interpretazione di questo fenomeno giova ricordare i principi comunemente ammessi sulla costituzione dei corpi. Questi si considerano come tanti aggregati di piccole particelle materiali, molecole, le quali possono anche essere variamente raggruppate le une alle altre, e sono composte di particelle più piccole, fisicamente inseparabili, dette atomi. Le molecole e gli atomi che le compongono sono in continuo movimento; e l'energia dei moti di traslazione delle molecole determina la loro temperatura assoluta.

Si ammette ancora che tanto la luce continua degli spettri dei corpi solidi e liquidi, quanto le zone luminose degli spettri a bande e la luce degli spettri lineari siano prodotte dai soli movimenti delle molecole e degli atomi, e perciò lo studio degli spettri luminosi si vuole ridurre allo studio di questi movimenti. Ma vi sono alcuni fenomeni che non si possono facilmente spiegare partendo da queste ultime ipotesi, e perciò si cerca ora di spiegare la natura dell'energia luminosa partendo dai postulati della teoria elettro-magnetica.

Senza far qui alcuna ipotesi intorno alla natura dei fenomeni luminosi, si può dire che le linee e le bande degli spettri d'assorbimento hanno una diversa origine, perchè si comportano diversamente col mutare delle condizioni fisiche dei corpi che le producono. E poichè la posizione delle bande appare più strettamente connessa colla temperatura dei corpi, ossia coi movimenti molecolari, si può dire che le linee hanno la loro origine negli atomi e le bande nelle molecole dei corpi.

DI ALCUNE ESPERIENZE DI RADIOFONIA

per EUGENIO SEMMOLA.

(Largo sunto della Nota inserita negli *Atti del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli*, Vol. VI, num. 5).

L'A. si propone di studiare l'effetto delle radiazioni intermittenti sui microfoni a polvere.

Adopera dapprima il noto telefono di Argy (fig. 1) e per eseguire la sua esperienza dispone le cose nel modo indicato dalla fig. 2.

Figura 1.

Per un'apertura circolare del diametro di 10 cc. praticata nell'imposta di una finestra penetra nella stanza un fascio orizzontale di luce solare *m n*; alla distanza di 8 metri dalla finestra esso attraversa una lente biconvessa *c*,

fissata in un foro praticato nella bussola che è di fronte, e così passa nella stanza seguente ove va a raccogliersi sul fondo anteriore del microfono. La lente ha un diametro di 10 cc. ed una distanza focale di 22 cc.

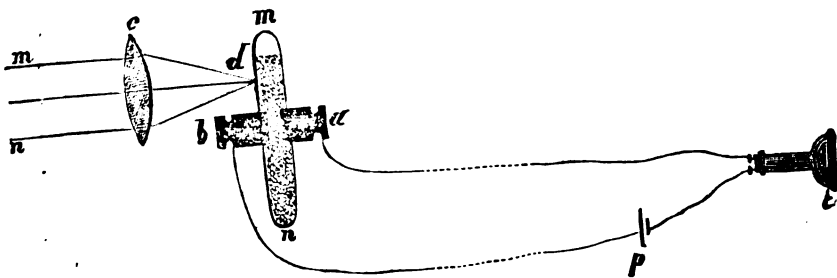



Figura 2.

Un disco di cartone verticale del diametro di 75 cc., avente otto fori equidistanti presso la circonferenza e mosso mercè un pedale, si pone presso la finestra e funziona da interruttore.

Così disposte le cose, il rumore dell' interruttore non può giungere al microfono.

Facendo girare il disco interruttore molto adagio in modo da avere solo pochissime interruzioni a 1", si ascolta nettamente da chi sta al telefono, come il rumore di un lieve soffio, che si ripete esattamente ad ogni singola interruzione della radiazione. Se le interruzioni si succedono sempre più rapidamente, i soffi si succedono più frequenti, pare che tendano a fondersi in un suono, ma nel tempo istesso la loro intensità diminuisce, quasi si allontanassero; e così ad una certa velocità dell' interruttore questo fenomeno acustico diventa presso a poco impercettibile. Il soffio che si avverte, rassomiglia molto a quello che dà la sirena acustica allorchè il suo disco mobile comincia a girare, prima che le pulsazioni dell' aria si succedessero così rapide da dare un suono determinato.

L'A. ritiene che la radiazione solare agisca in questo fenomeno per i suoi raggi termici; difatti affumando il fondo metallico del microfono su cui cade il sole, il soffio si fa più forte;

invece sparisce se la radiazione, prima di giungere al microfono, traversa una soluzione di allume, o anche semplicemente uno strato più spesso di acqua.

Pare dunque sicuro che ogni volta che la radiazione colpisce la superficie metallica del microfono, vi determina una subitanea dilatazione, e poi una contrazione allorchè cessa; questa vibrazione del fondo, trasmessa a' granuli di carbone interni, vi eccita uno speciale movimento, pel quale la corrente elettrica che passa per i granuli stessi, resta modificata ed eccita così nel telefono quel soffio speciale. Non è sicuro però se questa peculiare agitazione dei granuli di carbone venga loro trasmessa direttamente traverso lo spessore della parete metallica, ovvero che questa comunichi la sua vibrazione al cilindretto di carbone che porta fisso nel centro, e questo poi alla sua volta lo trasmetta alla polvere.

Per assicurarsi quale fosse la via seguìta, l'A. ha fatto numerose esperienze, che egli per brevità non ripete, limitandosi solo a dirne una, che gli pare decisiva. Egli costruisce un microfono semplicissimo; esso è formato da una scatoletta cilindrica un poco più grande di quella di Argy, ripiena per tre quarti di granuli di carbone: la parete convessa di questa piccola scatola è un anello di ebanite alto tre mm., chiuso da una parte e dall'altra da due fondi metallici piani, i quali restano così isolati dall'ebanite l'uno dall'altro. Fissato questo microfono su di una lamina di legno fortemente inclinata, e fatti comunicare i fondi con i reofori che vanno ad una pila ed al telefono, si ottiene, mercè di esso, la trasmissione della parola così bene come con quello di Argy. Infatti, sostituendo questo microfono a quello di Argy, l'A. vi ascolta al telefono lo stesso soffio, nè più nè meno come con questo. Questa esperienza pare all'A. decisiva per affermare che la vibrazione destata alla superficie del fondo metallico si trasmette a' granuli interni di carbone traverso lo spessore del fondo stesso. Siccome però anche con questo microfono i soffi scemano d'intensità fin quasi ad estinguersi, quando si fa girare rapidamente l'interruttore, l'A. volle ripetere le sue esperienze sostituendo un microfono sistema Hunnings (fig. 3), microfono molto più sensibile dei precedenti.

Collocato questo microfono a posto e messo in moto l'interruttore, si comincia anche in questo caso col sentire il soffio, ma girandolo più rapido in modo da avere un centinaio d'interruzioni a secondo, il soffio sparisce e si ascolta in vece un suono debole, la cui altezza è affatto determinata. Facendo girare l'interruttore più rapido o più lento, l'altezza del suono si modifica in proporzione. Per allontanare il dubbio che il suono così ottenuto, sia dovuto al rumore dell'interruttore che si comunica al microfono, basta arrestare la radiazione pur continuando a far girare l'interruttore: il suono sparisce interamente.

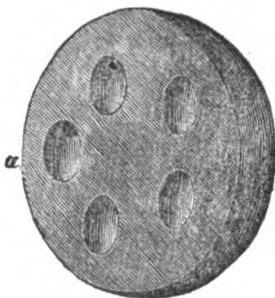



Figura 3.

L'A. crede quasi inutile ripetere che le radiazioni efficaci sono le termiche: difatti, affumando la parete anteriore del microfono il suono si fa abbastanza più forte; e sparisce, facendo attraversare la radiazione da mezzi poco o nulla diatermici. È necessario ricordare che il microfono Humnings col lungo uso perde alquanto della sua sensibilità: in questo caso la voce trasmessa al telefono è meno squillante, ed allora il suono si sente assai poco. Per ridargli la sensibilità primitiva, è necessario aprirlo, scuotere i granuli di carbone e rimetterli bene a posto.

È necessario altresì che l'imagine del sole al fuoco della lente sia abbastanza calda in modo da carbonizzare per lo meno la carta sulla quale per prova si fa cadere: perciò è preferibile fare questi esperimenti nella stagione calda e col cielo niente caliginoso.

L'A. crede bene pure notare di non far riscaldare troppo, col prolungarsi della esperienza, la lamina del microfono, perchè in questo caso il suono si fa anche più debole. Ha poi sostituito una lamina d'argento a quella di ferro laminato ed indorato, che si trova nella faccia anteriore del microfono Humnings, e gli è sembrato che il suono non fosse mutato.

L'A. conclude, col ritenere che l'esperienza da lui eseguita col microfono Humnings, è certamente decisiva per affermare senza alcun dubbio, e nella forma più semplice e diretta, che una lamina metallica anche di una certa spessezza, colpita alla super-

-ficie da una radiazione termica intermittente abbastanza intensa, subisce rapide e regolari dilatazioni e contrazioni in modo da dar luogo ad una vera vibrazione termica, capace di tradursi poi in una vibrazione sonora.

I solidi si comportano quindi in queste esperienze di radiofonia come i gas o i vapori.

E. Crescini.

SULLA GENESI, STRUTTURA E MORFOLOGIA DELLA GRANDINE

C. MARANGONI.

(Largo sunto delle due note inserite negli *Atti della R. Accademia dei Lincei* Vol. II Fasc. II, 2° sem. 3 Dicembre 1893, Vol. III Fasc. I, 1° sem. 7 Gennaio 1894.

L'A. dopo aver brevemente riassunto la teoria di Volta intorno al presente argomento ed averne fatto la critica, spiega la sua teoria dicendo che un nembo grandinoso per causa del vento diviene allungato in forma di lingua orizzontale, evapora rapidamente e produce un freddo intenso, quindi si formano dei fiocchi di neve asciutti che rimanendo indietro e fregando contro le goccioline d'acqua della nube diverranno, secondo Faraday, carichi di elettricità negativa e saranno attratti dall'elettricità positiva delle goccioline. Allora i fiocchi nevosi correranno dietro la nube, vi penetreranno e si copriranno di uno strato di ghiaccio prima asciutto, poi bagnato; e nello stesso tempo, secondo le recenti ricerche di Ph. Lenard (*Wied. Ann. d. Phys. u. Chem.* vol. XLVI 1892) si caricheranno di elettricità positiva e saranno spinti all'esterno dall'elettricità positiva delle goccioline; per cui, raffreddandosi sotto zero e fregando lo strato nebbioso, diverranno carichi di elettricità negativa, si ricopriranno di un nuovo strato nevoso e saranno nuovamente attratti dalla nube. Così ogni chicco, seguendo una linea sinuosa, s'ingrosserà sempre più rivestendosi di strati alternativamente opachi e trasparenti finchè sarà lanciato a destra o a sinistra, spiegandosi così il rumore che

precede le grandinate e la caduta dei chicchi, spesso avvenuta, su due strisce parallele separate da una zona d'acqua dirotta.

Per spiegare poi la struttura e la forma dei chicchi l'A. nota l'esistenza di un passaggio graduale tra neve e grandine: neve in aghi esagonali; in cristalli tabulari; in stelle esagonali o *cristalliti;* in fiocchi di neve, ammassi irregolari delle forme precedenti, che aderiscono perchè bagnate; in sferoedrie o neve granulare o nevischio, come infarinata; poi grandine minuta (grésil): grandine grossa come ceci, come nocciole, come noci, come uova, come aranci, come poponi ecc. Le prime 4 o 5 forme cadono per lo più senza lampi, ma con forte potenziale negativo, le altre con lampi e tuoni in proporzione della grossezza. L'A. poi fa notare che la solidificazione dell'acqua nell'atmosfera avviene in due modi differenti, cioè per sublimazione sotto forma di cristalli esagonali, e per solidificazione di goccioline sotto forma di ghiaccio come nel noto fenomeno della *galaverna* (verglas) nel quale una moltitudine di canalicoli aerei normali alla superficie di congelazione danno spesse volte al ghiaccio l'aspetto latteo. Come esempio di questi due modi descrive il chicco conico in cui a strati nevosi, formati per sublimazione entro il velo nevoso, si succedono strati di ghiaccio trasparenti formati per congelazione delle goccioline nello strato nebbioso e attraversati da canalicoli aerei in direzione radiale: struttura questa che ha grande analogia con quella del ghiaccio delle nostre ghiacciaie. Dopo aver dimostrato con un calcolo semplicissimo l'insufficenza del solo raffreddamento dei nuclei a produrre un grosso strato di ghiaccio, e dedotto quindi che i chicchi continuano ad evaporare anche dentro allo strato nebbioso, l'A. viene a parlare delle varie forme che può assumere la grandine. Cita un esempio in cui i chicchi erano *sferici* e formati da 3, 4, 5 e perfino 6 strati alternativamente opachi e trasparenti; spiegando questa forma col supporre che un nucleo di neve granulare abbia ruotato in tutti i versi pel moto del nembo passando dallo strato nebbioso al velo nevoso. Spiega poi la formazione della *grandine conica* o a settori sferici isolati o aggruppati a due, a tre e a quattro col vertice comune aderenti per un lato, col moto dei prismi aghiformi i quali camminando secondo l'asse si elettrizzano alla sola estremità anteriore che cresce e forma dei settori

sferici i quali trasportandosi colla base in avanti si vestono di strati trasparenti e nevosi. Ricorda pure un esempio di *grandine a mandarino* in forma di sferoide schiacciato con due cavità polari e di una struttura filtro-raggiata, generata da cristalli tabulari i quali cadendo per taglio si elettrizzano e ingrossano al perimetro nel mentre che ruotano per i moti turbinosi del nembo. Descrive ancora una grandine formata da un gruppo di prismi esagonali piramidati su di una massa irregolare trasparente con nucleo opaco, prodotto certo per sublimazione; i cristalli essendo distinti e carichi di elettricità omonima rimangono all'esterno del nembo, e trovando poi i chicchi di grandine bagnati carichi di elettricità di nome contrario vi si precipitano producendo appunto questa forma speciale poco diversa dalla *grandine coronata* che non differisce da quella citata se non per la massa su cui sono impiantati i cristalli che è a forma di mandarino. Assai curiosa è la forma a *trina* costituita da cristalli tabulari rombici poco trasparenti saldati per i loro vertici alla quale l'A aggiunge quella dei chicchi *emiformi* da una parte lisci ed emisferici e dall'altra gremiti di punte cristalline, i quali mostrano nella sezione una stratificazione a zone eccentriche con un nucleo più prossimo all'emisfero liscio; forma di mezzo tra i chicchi sferici ed i conici.

A. PETROZZANI.

RIVISTA

Comptes Rendus, — Febbraio 1894.

6, 7. — A. CORNU. *Sopra un teorema che collega la teoria della sincronizzazione con quella delle risonanze* (pp. 313-320). — In questa interessante Nota l' A. dopo aver ricordato i suoi studi precedenti sull'argomento [1]), dimostra il teorema: *Una forza periodica piccolissima, variabile col tempo secondo una legge qualunque sviluppabile con la serie di Fourier, equivale nella sua azione*

1) *Comptes rend.* t. 14, p. 1463 e 1656.

sopra un sistema vibrante, debolmente smorzato e di periodo poco differente, alla forza pendolare semplice rappresentata dai termini del primo ordine della serie; avendo chiamato *forza piccolissima* quella che, agendo sul sistema in riposo, produce uno spostamento statico piccolissimo relativamente all' ampiezza media delle oscillazioni. L' A. mostra tutta l' importanza teorica e sperimentale di questo principio, e ne dà una verificazione, sia col calcolo sia con l' esperienza. Infine fa rilevare la relazione manifesta fra il meccanismo della *sincronizzazione*, cioè della produzione di un movimento stabile regolare per mezzo di una forza periodica, variabile con legge qualunque, combinata con uno smorzamento, coi diversi fenomeni di risonanza studiati in Fisica. Conclude osservando che lo studio fatto porterebbe ad ammettere l' esistenza costante di questo smorzamento, cioè di una forza perturbatrice paragonabile ad una resistenza proporzionale alla velocità.

E. Branly. *Sulla conducibilità delle sostanze conduttrici discontinue* (pp. 348 - 349). — L' A. riassume in questa Nota i principali fatti da lui osservati a riguardo di una conducibilità speciale destata dall' influenza elettrica nelle polveri metalliche. Una esperienza comunicata dall' A. all' Accademia il 24 Novembre 1890 e il 12 Gennaio 1891 è stata riprodotta davanti la società di Fisica di Londra dal Croft e dal Minchin nell' Ottobre e nel Novembre 1893; il Lodge poi ha proposto recentemente [1]) una spiegazione di questa esperienza. Si è dunque per evitare discussioni che potrebbero essere sollevate da una conoscenza incompleta dei fenomeni, che l' A. fa l' accennato riassunto ed aggiunge poi alcuni altri resultati interessanti trovati recentemente giungendo alla conclusione che due ipotesi gli sembrano atte a spiegare questi fenomeni.

1°. O l' isolante interposto fra le particelle conduttrici diviene conduttore per l' azione passeggera di una corrente di alto potenziale e i vari fenomeni osservati caratterizzano la conducibilità dell' isolante; 2°. oppure si deve ammettere che non è necessario che le particelle di un conduttore sieno in contatto per dar passaggio ad una corrente elettrica anche debole; la distanza per la quale la conducibilità elettrica persistente ha luogo dipende dall' energia degli effetti elettrici anteriori. In questo caso l' isolante serve principalmente a mantenere un certo intervallo fra le particelle.

8. — Lucien de la Rive. *Sopra un sistema di due pendoli collegati da un filo elastico* (pp. 401-403). — L' A. ha trovato che collagando le masse di due pendoli di uguale lunghezza con un

1) *Philosophical Magazine*, Gennaio 1894.

filo di caoutchouc di piccola sezione che resti sempre teso, si ottiene una alternanza notevole e regolarmente periodica fra le amplitudini di oscillazione dei due pendoli. Inoltre i massimi decrescono ed i minimi crescono in modo che i due pendoli tendono ad oscillare sincronicamente come il loro centro di gravità, cioè come un sistema solido rigido, e con una tensione costante del filo elastico.

A. Blondel. *Nuovo metodo semplificato per il calcolo delle correnti alternate polifasiche.* (pp. 404 - 406) — L' A. si propone di ridurre la trattazione dei problemi relativi alle correnti polifasiche a quella di una sola corrente alternata, fondandosi sopra i due principi seguenti, dei quali il primo solo, secondo l' A., è stato indicato. Essi sono:

1°. Un flusso rotante può essere rappresentato da un vettore indicante la direzione secondo la quale l' induzione è massima, in un istante dato, e il valore costante di questo massimo.

2°. Le correnti polifasiche che lo producono possono essere pure sostituite, nel loro insieme, da un vettore unico portato sulla medesima retta di quello del flusso, e che rappresenti l' intensità di una corrente rotante equivalente che traversi il circuito totale.

Parimente l' insieme delle forze elettromotrici (o tensioni) alternative può essere rappresentato da una sola *forza elettromotrice* (o tensione) *rotante, o vettoriale.*

Si possono infatti applicare alle correnti vettoriali le leggi ordinarie e le soluzioni grafiche, riservate fino a qui alle correnti alternative monofasiche considerando i vettori delle intensità e delle tensioni non più come fissi, ma come rotanti col flusso magnetico. Questi vettori si compongono evidentemente fra loro secondo le regole abituali. Per tal modo ogni problema relativo a correnti monofasiche trova il suo corrispondente in correnti rotatorie con un semplice cambiamento d' interpretazione dei simboli.

Ch. V. Zenger. *L' obiettivo aplanetico simmetrico* (pp. 407-408). — L' A. descrive degli obiettivi da esso costruiti facendo uso di due *crowns* i meno rifrangenti e dispersivi, di vetro fosfatato più rifrangente e meno dispersivo del *crowns* borato; ciò per imitare il più possibile la costruzione dell' occhio umano, il quale contiene due mezzi pochissimo rifrangenti e con dispersioni presso a poco identiche.

Questi obiettivi presentano secondo l' A. i seguenti vantaggi.

1°. Posseggono l' acromatismo esattamente per *tutta la lunghezza* dello spettro.

2°. Correggono l' astigmatismo ad un alto grado.

3°. Riducono con una apertura conveniente, l' aberrazione sferica al valor minimo di un secondo d' arco.

4°. Correggono assolutamente la curvatura del campo.

9. G. Mouret. *Sulle leggi fondamentali del calore.* (pp. 461-464). — In questa Nota l' A. con considerazioni generali vuol mostrare sommariamente, riserbandosi di fare in seguito un' esposizione sistematica completa, che la scienza del calore, liberata da ogni considerazione sul lavoro e sull' energia e da ogni ipotesi, può fondarsi, come la Meccanica razionale, sopra un piccolo numero di leggi generali che sarebbero: quella sulla conservazione dell' entropia nelle operazioni reversibili, quella sulla conservazione del calore nella conduzione, e quella sull' aumento dell' entropia nelle operazioni non reversibili.

J. Schürr. *Sopra un mezzo di compensare la forza elettromotrice di una pila idro-elettrica.* (pp. 464-467). — L' A. espone alcuni studi fatti nell' intendimento di vedere se sia possibile ottenere con coppie locali ausiliarie delle differenze di potenziale variabili a volontà e capaci di compensare le variazioni ordinarie di forza elettromotrice di una pila.

Albert Hess. *Misura della differenza di fase fra due correnti alternate sinusoidali di ugual periodo.* (pp. 467-468). — L' A. espone un metodo che permette di determinare direttamente la differenza di fase fra due correnti sinusoidali. Esso consiste nel produrre per mezzo delle due correnti due campi magnetici rotanti in sensi opposti attorno allo stesso centro. Questi due campi rotanti dànno luogo allora ad una resultante fissa nello spazio e la cui orientazione fa con l' origine un angolo uguale alla semi-differenza di fase. L' orientazione di questo campo fisso può essere determinata per mezzo di un piccolo ago di ferro dolce sospeso nel suo centro d' azione

A. Bartorelli.

Journal de Physique — Febbraio 1894.

P. Duhem. *Teoremi generali sullo stato dei corpi in soluzione* (pp. 49-64). — Molte sono le ipotesi avanzate dai fisici sullo stato dei corpi in soluzione; è naturale quindi che venga data una grande importanza a tutte le considerazioni che possono sembrare atte a convalidare l' una o l' altra di queste ipotesi. Così in vista delle numerose applicazioni della termodinamica alla teoria delle soluzioni si è condotti a porre le due questioni:

Se le formule ottenute applicando i principi della termodinamica alle soluzioni e alle mescolanze dipendono dalle ipotesi fatte sullo stato reale dei corpi che le compongono; e

Se esse forniscono dei criteri capaci di decidere tra le diverse ipotesi che si possono fare su questo stato.

Ora, secondo l' A., alle dette due questioni si può rispondere negativamente, ed in questa Nota egli cerca appunto di dimostrare nel modo più generale il principio che « *Ogni formola ottenuta applicando ad una soluzione o ad una mescolanza i principi della termodinamica*, **esclusa ogni altra legge,** *resta valida, qualunque sia l' ipotesi che si faccia sullo stato dei corpi che compongono questa mescolanza o questa soluzione* ».

Già precedentemente del resto l' A. aveva cercato di stabilire questo principio [1]) non però in modo così generale.

A. BARTORELLI.

Archives des sciences phys. et nat. — Febbraio 1894.

PH. A GUYE. *Sulla polimerizzazione molecolare dei liquidi.* — L' A. si propone di indicare, come la proprietà di polimerizzarsi può dare luogo ad altri fenomeni più o meno netti che potranno poi in certi casi essere riguardati come caratteristiche di questa polimerizzazione.

Impossibile dare un breve riassunto di questo importante lavoro.

GEORG. - W. - A. KAHLBAUM. *Studî sulla misura della tensione dei vapori.* — Questa memoria è un estratto di un lavoro già comparso per esteso sotto il medesimo titolo [2]) e fatto colla collaborazione di M. Paul Scröter. L' Autore s' occupa dapprima di verificare sperimentalmente, se i due metodi statico e dinamico per la misura della tensione dei vapori danno o no dei risultati concordanti. Le determinazioni fatte dal Landolt col metodo statico per gli acidi grassi da 1 a 5 atomi di carbonio presentavano differenze notevoli e regolari coi risultati già ottenuti in altro studio dall' A. col metodo dinamico. Per decidere la questione l' A. prende a studiare col metodo dinamico l' acqua ed il mercurio come sostanze, di cui le tensioni statiche sono considerate come assolutamente esatte e definitivamente fissate: e ripete poi le misure del Landolt, nelle medesime condizioni del Landolt stesso, sugli acidi grassi per ottenere così dati che solo autorizzano a giudicare i resultati di questo osservatore.

Resulta dalle esperienze dell' A. che, soppresse le cause di

1) P. Duhem. *Einige Bemerkungen über die Lösungs- und Verdünnungs-wärme* (*Zeitschrift für physikalische chemie*, t. II, p. 568; 1888).

2) *Studien über Dampfspannkraftsmessungen*. Basel. Benno Schuabe's Verlag. 1893.

errore accidentali (e nelle esperienze del Landolt l' umidità produceva le differenze di cui l' A. cerca la spiegazione) i due metodi devono *praticamente* condurre a risultati identici.

Stabilita la concordanza *pratica* dei due metodi, l' A. col metodo dinamico ha fatto una serie di lunghe ricerche sulla tensione dei vapori degli acidi grassi (*normali* ed *iso*) non che delle mescolanze di questi acidi coll'acqua, ricerche, di cui si limita a dare i risultati in apposite tabelle.

L'A. non espone la critica, nè le deduzioni teoriche del suo lavoro, promettendo di farlo in una seconda parte quanto prima: osserva però che dalle sue esperienze si può subito concludere che la legge Volta-Dalton è senza valore per ciò che riguarda gli acidi grassi omologhi.

CH. ED. GUILLAUME. *Nota sull'energia vibratoria.* — Questa nota è un insieme di brevi calcoli relativi per la maggior parte a qualche caso particolare dello studio delle radiazioni sotto il punto di vista dell' *energetica*. Una analogia che sembra rigorosa permette di estendere i risultati al caso delle onde sonore e ad una formula elementare riguardante la pressione idrodinamica. Queste considerazioni riposano sul noto teorema del Maxwell, in cui colla teoria elettromagnetica della luce si prova l' esistenza di una spinta prodotta dalle radiazioni, nel senso delle loro propagazioni. Di questo teorema l'A. dà in principio della nota una dimostrazione nuova e molto semplice.

C. NOURRISSON. *Della forza elettromotrice minima necessaria all' elettrolisi dei sali alcalini disciolti.* — L' A. parte dalla nota relazione $E = \frac{C}{23,2}$ fra le calorie C di formazione di un composto e la più piccola forza elettromotrice E in volts necessaria all'elettrolisi per calcolare il valore di E nel caso delle soluzioni dei sali alcalini, tenendo conto nel calcolo della correzione dovuta alle reazioni secondarie: giacchè la formula ora citata presuppone che la decomposizione riconduca i componenti al loro stato primitivo cioè allo stato nel quale si trovavano, quando si sono uniti sviluppando C calorie.

S'occupa poi di verificare sperimentalmente, adoperando un bagno di resistenza quasi insignificante, i valori dedotti dal calcolo, concludendo che e il calcolo e l'esperienza stabiliscono la seguente legge. *La forza elettromotrice minima necessaria all' elettrolisi di un sale alcalino disciolto è una costante; da una parte per gli ossisali, dall' altra pei sali aloidi derivanti da un medesimo acido.*

E. CRESCINI.

Zeitschr. f. Physikal. Chem. etc.

Vol. XIII, N°. 2, 1894.

F. Braun. *Intorno alla conduttività elettrica degli aeriformi* (pp. 155-162). — L'A. (a proposito di recenti esperienze di Hemptinne, *Z. S. f. Phys. Chem.*. Bd. XII, p. 244) ricorda che fino dal 1886-87 egli si era posta la domanda se i gas, nell'atto di combinarsi, sieno conduttori dell'elettricità. Da esperienze fatte in quell'epoca sull'aria, sull'ossido azotico e sul miscuglio di idrogeno e cloro concluse che la conduttività è insensibile anche per differenze di potenziale molto grandi.

Accenna poscia ad esperienze da lui fatte recentemente per istudiare la conduttività di alcuni aeriformi nell'istante della loro combinazione, oppure portati a temperatura molto alta (da 1000° a 1200°) e dice che una piccola conduttività si è manifestata. Gli aeriformi studiati furono: J, CO_2, H_2O, NH_4Cl, H Cl mescolato ad aria, NH_3 mesc. ad aria, HJ, HBr, HgO, CdJ.

G. Tammann. *Intorno alla dilatazione termica e alla compressibilità delle soluzioni* (pp. 174-186). — L'A. richiama l'attenzione sul risultato notevolmente semplice del confronto tra la superficie termodinamica ϕ (p, v, t) rappresentante una soluzione e quella che corrisponde al solvente. Queste due superfici coincidono qualora si assuma come origine delle pressioni (nel caso della superficie relativa alla soluzione) non l'origine delle coordinate, ma una pressione maggiore ΔK. Cosicchè il volume d'una soluzione, a partire da una pressione $(\Delta K - 1)$ si comporta, in funzione della pressione e della temperatura, come il solvente a partire dalla pressione di un'atmosfera.

Rappresentando con $\phi\ (p, v, t) = 0$ l'equazione della superficie termodinamica del solvente, ne viene che $\phi\ (p + \Delta K_1\ v, t) = 0$ rappresenterà la superficie della soluzione. Però, come osserva l'A., si tratta d'una legge limite; e le divergenze in molti casi sono tanto maggiori quanto più grande è ΔK, che non si mantiene indipendente dalla temperatura e dalla pressione.

Per soluzioni acquose di H Cl, Na Cl, H_2SO_4, Na_2SO_4, $C_{12}H_{22}O_{11}$ risulta dalle esperienze dell'A. che fra $+30°$ e $-30°$, a partire dalla temperatura del masssimo di densità dell'acqua, le isobare delle soluzioni coincidono con quelle dell'acqua e che ΔK varia colla pressione e col grado di concentrazione.

G. Faè.

Wied. Ann. Vol. 51; N° 2, 1894.

PH. LENARD. *Sui raggi catodici nei gas alla pressione atmosferica, e a rarefazioni estreme.* (pp. 255-267). — Per studiare come i raggi catodici, che non si producono altro che nei gas molto rarefatti, si propagano nell'atmosfera e nel vuoto, l'A. ha profittato della proprietà, indicata da Hertz e da Wiedmann e Ebert, che quei raggi hanno di attraversare dei sottili strati metallici. Un tubo di Geissler di costruzione particolare porta a una estremità un foro di circa 2 mm. di diametro, che è chiuso da una lamina d'alluminio dello spessore di 0,00265 mm. che è attraversata da quei raggi e che resiste alla pressione atmosferica; in tal modo la propagazione dei raggi catodici può essere studiata al di fuori del tubo, indipendentemente dalla loro produzione.

Nell'aria e in altri gas, a pressioni più o meno minori di un'atmosfera, i raggi catodici presentano fenomeni di diffusione, destano la fosforescenza, hanno azione chimica, e si possono separare completamente dai raggi di forza elettrica. Per studiarne la propagazione nel vuoto estremo, la lamina di alluminio divideva in due regioni, provveduta ciascuna di una coppia di elettrodi, un tubo a rarefazione. Quando ambedue le regioni comunicavano colla pompa, i raggi catodici che attraversavano l'alluminio producevano la fosforescenza sulla parete opposta del tubo, e rendevano debolmente luminoso lo spazio intermedio. Continuando però a fare il vuoto soltanto da una parte, e spingendovi la rarefazione in modo che non si potesse più ottenere la scarica fra gli elettrodi che conteneva, i raggi catodici prodotti nell'altra regione continuavano a propagarsi come prima nel tubo di osservazione, nel quale peraltro spariva la luminosità. I raggi catodici si propagano dunque per mezzo dell'etere; e l'esistenza di molecole gasose produce su di essi lo stesso effetto, che sui raggi luminosi è prodotto da particelle solide sospese nei gas.

H. EBERT. *Sulla teoria dei fenomeni magnetici ed elettrici* (pp. 268-301). — È noto che Maxwell potè spiegare tutti i fenomeni magnetici ed elettromagnetici coll'ipotesi che all'intorno delle linee di forze magnetiche si abbiano dei movimenti vorticosi. Questi anelli vorticosi possono ricondursi a movimenti ciclici nel senso stabilito da Helmholtz; e l'A., in modo affatto diverso da quello seguito dal Boltzmann nella prima parte del suo libro sulla teoria di Maxwell, mostra in questa importante Memoria come, partendo da quei movimenti ciclici, si possano stabilire delle equazioni da cui si posson poi dedurre non solo quelle dell'Hertz, ma anche tutte quelle dell'elettrodinamica, tanto per gli isotropi come per gli anisotropi, per i coibenti come per i conduttori, per i corpi in quiete come per quelli in moto.

Il concetto fondamentale da cui parte l' A. è che le componenti L, M, N del vettore che dà la forza magnetica in ogni punto dello spazio sieno proporzionali allo componenti ξ' η' ζ' delle velocità cicliche del movimento che gli equivale; cioè egli parte dalle equazioni

$$(1) \qquad L = k\,\xi',\ M = k\,\eta',\ N = k\,\zeta',$$

ove k è una costante interna dell' etere, ed ove

$$\xi' = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right);\ \eta' = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right);\ \zeta' = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right).$$

L'energia magnetica $T = \frac{\mu}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2)$ sarà quindi

$$(2) \qquad T = \frac{\mu k^2}{8\pi}\left(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2\right).$$

La relazione fra le componenti x, y, z della forza elettrica e quelle della forza magnetica è espressa dalle equazioni

$$A\,\varepsilon\,\frac{dx}{dt} = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y},\ \text{etc.}$$

di Hertz (cf. *N. Cim.* 28 pag. 199); se dunque in queste si sostituiscono alle L, M, N i valori (1) e s' integra rispetto al tempo si hanno le x, y, z date, in coordinate cicliche, dalle relazioni

$$(3) \quad X = \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right);\ Y = \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z}\right);\ Z = \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x}\right),$$

ove l è una costante ausiliaria. Seguendo le denominazioni di Heaviside si può dire che il vettore delle forze elettriche è il « curl » del movimento ciclico.

Per l'energia elettrica $\Phi = \frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2)$ si ha finalmente

$$(4) \quad \Phi = \frac{l^2}{8\pi}\left[\frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)^2 + \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial z}\right)^2 + \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2\right].$$

Dalle equazioni (1) a (4) l'A. deduce tutte le equazioni dell' elettrodinamica, avvertendo che per i conduttori devonsi introdurre, per le ragioni addotte da Hertz (l. c. pag. 201), le quantità $-4\pi\lambda\,A\,X$, $-4\pi\lambda\,A\,Y$, $-4\pi\lambda\,A\,Z$, che rappresentano la perdita di energia che il vettore elettrico in essi subisce; e che per passare dal caso dei corpi in quiete a quello dei corpi in moto, basta supporre che le coordinate x, y, z sieno funzioni dei parametri a, b, c i cui valori caratterizzano le diverse particelle del mezzo, talchè per le componenti ξ', η', ζ' delle velocità cicliche si abbia

$$\xi' = A\frac{\partial x}{\partial a} + B\frac{\partial x}{\partial b} + C\frac{\partial x}{\partial c}$$

$$\eta' = A\frac{\partial y}{\partial a} + B\frac{\partial y}{\partial b} + C\frac{\partial y}{\partial c}$$

$$\zeta' = A\frac{\partial z}{\partial a} + B\frac{\partial z}{\partial b} + C\frac{\partial z}{\partial c}$$

con A, B, C determinate dalle equazioni:

$$A = -\frac{1}{2D}\left[\begin{pmatrix} x & u \\ b & c\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y & v \\ b & c\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z & w \\ b & c\end{pmatrix}\right] \text{ etc.}$$

ove D è il determinante funzionale delle x, y, z rispetto alle a, b, c.

Per i fenomeni di dispersione basta osservare che propagandosi le perturbazioni con velocità finita, le quantità $\frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} - \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)$ etc., non dànno già il valore di X, Y, Z al tempo t, ma al tempo $t + dt$; e quindi sviluppando in serie di Taylor si avrà

$$X + c_0\frac{dX}{dt} + c_1\frac{d^2X}{dt^2} + \ldots\ldots = \frac{l}{\varepsilon}\left(\frac{\partial\eta}{\partial z} - \frac{\partial\zeta}{\partial y}\right); \text{ etc.,}$$

e se le perturbazioni saranno armoniche, dovranno annullarsi i coefficienti c_0, c_2, ...; talchè derivando le precedenti rispetto al tempo si avrà:

$$A\left(\varepsilon\frac{dX}{dt} + \varepsilon'\frac{d^3X}{dt^3} + \varepsilon''\frac{d^5X}{dt^5} + \ldots\ldots:\right) = \frac{\partial M}{dz} - \frac{\partial N}{\partial y}, \text{ etc.}$$

e queste, come mostrò Drude (*Gott. Nachr.* pag. 336, 1892), che le ottenne aggiungendo arbitrariamente dei termini alle equazioni di Hertz, rappresentano completamente i fenomeni di dispersione.

L' A. espone poi come le ipotesi fatte sulla natura dei fenomeni magnetici ed elettrici trovino facile dimostrazione nei modelli immaginati per la costituzione dell'etere dal Fitzgerald (*Proc. R. Dubl. Soc.* 1885); dà una spiegazione meccanica della conduttività dei metalli, e termina applicando queste considerazioni alle scariche elettriche nei gas.

O. WIEDEBURG. *Sulle leggi della polarizzazione galvanica e dell' elettrolisi* (pp. 302-345). L' A. espone la teoria matematica della polarizzazione, partendo dall' ipotesi che soltanto una parte degli ioni che si raccolgono agli elettrodi produca delle forze controelettromotrici, la rimanente parte essendo invece neutralizzata. La quantità degli ioni che ad ogni istante si raccoglierà agli elettrodi si deve inoltre ritenere proporzionale alla differenza fra la quantità massima possibile e la quantità che vi esiste nell' istante considerato.

Le formule che dà per la differenza di potenziale determinata dal passaggio di una data quantità di elettricità, e per la dipendenza fra l' intensità della corrente e il tempo, sono ottenute am-

mettendo che la resistenza complessiva del circuito resti costante, e che non vi sieno azioni chimiche secondarie.

L' A. dice di aver intrapreso delle esperienze per verificare i numerosi resultati di questa teoria; ma intanto mostra come essa sia confermata dai resultati sperimentali del Bartoli, del Fromme, del Le Blanc, etc. Per es. la teoria indica che l' inversa della capacità iniziale degli elettrodi deve essere indipendente dalla natura dell' elettrolita; ciò che infatti si deduce dalle esperienze del Bartoli e del Blondlot.

F. Kohlrausch. *Alcune forme di elettrodi a immersione, per la determinazione della resistenza degli elettroliti* (pp. 346-350). — Son descritte delle coppie di elettrodi metallici, ben platinati, che tenuti fissi in mezzo a un tubo di vetro, possono servire a misurare la resistenza dei liquidi senza levarli dai recipienti nei quali son contenuti.

Detto. *Sulle lamine sottili durevoli, con anelli di Newton* (pp. 351-352). — I tubi di vetro a due fori capillari, usati nella costruzione degli apparecchi anzidetti, quando son soffiati alla lampada dànno delle sfere a pareti estremamente sottili, che si possono conservare per molte ore, e che mostrano gli anelli di Newton con macchie nere di 6 a 7 mm di diametro.

Non è raro che quelle sfere, quando sieno scaldate, producano dei suoni analoghi a quelli del termofono di Treveylan.

K. Wesendonck. *Alcune ricerche sulla così detta elettricità delle cadute d'acqua* (pp. 353-366). — Son descritte diverse esperienze fatte per determinare le condizioni in cui un getto d'acqua in finissime gocce, ottenuto con uno dei comuni polverizzatori, si elettrizza per l' urto contro corpi solidi o liquidi.

A. Wassmuth. *Sulla soluzione per serie dei problemi di magnetizzazione* (pp. 367-380). — La determinazione del potenziale magnetico indotto Q dipende dalla soluzione dell' equazione trascendente

$$Q = K \int \frac{ds}{r} \frac{d(Q+V)}{dn_i},$$

ove V è il potenziale inducente.

Beer, Neumann e Riecke dettero per Q degli sviluppi in serie; anche l'A. dà un nuovo sviluppo, e mostra come quelli precedenti possano ottenersi con un procedimento unico, e si riducano essenzialmente a due soli tipi. Come applicazione è trattato il calcolo della resistenza magnetica di un anello tagliato, su cui è avvolto uniformemente un rocchetto.

H. Rubens. *Sulla dispersione dei raggi ultrarossi nella fluorite* (pp. 381-395). — Mediante le costanti determinate da Carvallo (*C. R.* 116 pag. 1189) l'A. ha potuto verificare che la formula di

Briot rappresenta molto bene i resultati ottenuti insieme con Snow per i raggi ultrarossi, fino a $\lambda = 6{,}48\ \mu$.

O. Chwolson. *Nuovo attinometro* (pp. 396-404). — L'A. descrive un attinometro che permette di osservare la variazione che si manifesta durante uno stesso tempo nella differenza di temperatura fra due corpi, dei quali durante l'osservazione il più caldo si mantiene all'ombra e il più freddo è esposto alle radiazioni solari; ed indica come con quella determinazione si possa calcolare la quantità di calore assorbita dall'unità di superficie.

Detto. *Due problemi sulla conduzione del calore* (pp. 405-409). — È indicata la soluzione dei problemi seguenti: 1.° Determinare lo stato termico stazionario di un cilindro circolare retto, una base del quale riceve calore; 2.° Determinare lo stato termico variabile di un filo di lunghezza indefinita, che è saldato a un corpo la cui temperatura è una data funzione $f(t) = 0$ del tempo, colla condizione che sia $f(o) = 0$.

Detto. *Sul ritardo degli aghi magnetici fortemente smorzati, per correnti variabili* (pp. 410-413). — Quando l'intensità della corrente varia un po' rapidamente, l'ago del galvanometro non avrà ad ogni istante la posizione che avrebbe se la corrente divenisse costante, e per così dire resterà indietro alla corrente stessa; talchè se con un galvanometro e una pila termoelettrica si voglion seguire le variazioni di temperatura di un corpo, la lettura diretta darà valori troppo piccoli quando la corrente cresce, e troppo grandi quando decresce. L'A. indica come questo ritardo possa esser determinato.

W. C. Röntgen. *Nota sui metodi per misurare differenze di pressione con letture allo specchio* (p. 414). — Riferendosi ad alcune osservazioni fatte dal Dieterici sull'apparecchio usato per misurare piccole differenze di pressione, l'A. fa osservare che gli inconvenienti accennati non esistevano nell'apparecchio usato nelle sue determinazioni del rapporto c_p/c_v per l'aria e la CO_2.

G. Meyer. *Su una esperienza per fotografare lo spettro del lampo* (pp. 415-416). — L'A. ha fotografato due lampi con una camera oscura che portava un reticolo di diffrazione davanti all'obiettivo. Così per ogni lampo si hanno tante immagini quante sono le righe brillanti del suo spettro. Le prove fotografiche ottenute dall'A. mostrano che la luce principalmente attiva per fotografare i lampi ha la lunghezza d'onda $\lambda = 382{,}10^{-6}$ mm.

A. Stefanini.

Philos. Mag. Vol. 37, Febbraio 1894.

V. H. Veley. *Le fasi e le condizioni delle reazioni chimiche* (pp. 165-184). — L'A. discute le condizioni e le fasi delle rea-

zioni chimiche, e passa in rassegna le diverse ipotesi proposte per spiegarne la natura. Egli non ritiene sufficientemente provata la divisione dell' energia in affinità chimica e corrente elettrica; ma crede, come già affermò Helmholtz, che la massima parte delle forze chimiche sia di natura elettrica. Secondo l' A., finalmente, la teoria della dissociazione sarebbe in contradizione col principio della conservazione dell' energia.

J. Daniell. *Studio della polarizzazione in una parete metallica sottile di un voltametro* (pp. 185-201). — Sono riferite le esperienze fatte sulla polarizzazione che presenta una sottil parete metallica, che divide in due parti un voltametro. È stata specialmente studiata l' influenza dello spessore della lamina, dell' intensità della corrente, e del tempo durante il quale la corrente agisce.

J. Swinburne. *Potenziometro per correnti alternate* (pp. 201-204). — È descritta una disposizione che mediante un elettrodinamometro differenziale permette di confrontare una corrente alternante, fornita p. es. da una dinamo, con una corrente continua fornita da una pila.

G. M. Minchin. *Calcolo del campo magnetico prodotto da una corrente che circola in un rocchetto cilindrico* (pp. 204-214). — L'A. determina il potenziale magnetico prodotto in un punto dello spazio da un rocchetto cilindrico percorso da corrente, sostituendo a ogni spira del rocchetto il doppio strato magnetico che le corrisponde.

W. Ramsay e S. Young. *Sulle proprietà termiche dei liquidi* (pp. 215-218). — Sono osservazioni che gli A. fanno ai recenti lavori di Battelli, Galitzine, de Heen etc. sulle temperature critiche e che riguardano specialmente il modo di ottenere temperature costanti per quelle determinazioni. Gli A. fanno osservare che è assolutamente necessario che l' intera sostanza sia uniformemente scaldata, ciò che non può aversi usando bagni di vapore ottenuti da liquidi contenenti impurità; e che è parimente essenziale che i liquidi studiati sieno perfettamente puri e privi di aria.

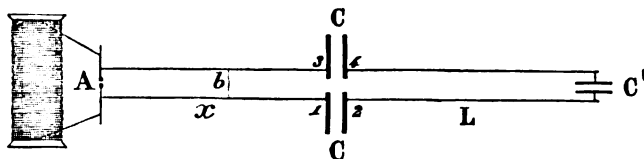
W. H. Steele. *Diagramma termoelettrico per alcuni metalli puri* (pp. 218-226). — L'A. ha trovato per i poteri termoelettrici rispetto al piombo, espressi in unità assolute di f. e. m., i valori seguenti.

Alluminio	$-52,7 + 0,21\,t$	Oro	$254 + 1,31\,t$
Stagno	$-11,1 + 0,04\,t$	Rame	$276 + 1,22\,t$
Zinco	$80 + 1,95\,t$	Cadmio	$285 + 3,89\,t$
Tallio	$214 - 0,77\,t$	Antimonio	$3558 + 14,5\,t$
Argento	$250 + 1,15\,t$		

La temperatura t è in gradi centigradi. A. Stefanini.

RICERCHE SULLE ONDE ELETTRICHE STAZIONARIE

Dott. E. SALVIONI.

È ben nota la disposizione sperimentale ideata da Lecher per lo studio dei fenomeni di risonanza elettrica, perchè fu a un tempo oggetto e strumento di numerose ricerche, tra le quali importantissime, per tacer d'altri, quelle di Bjerknes [1]) di Cohn e Heerwagen [2]) e di H. Ebert e E. Wiedemann [3]). Essa è rappresentata, con una leggera modificazione da me introdotta anche in un lavoro precedente [4]), dalla figura qui inserita. Due fili metallici sono tesi, parallelamente l'uno all'altro, fra i bracci dello spinterometro A

e due lastre metalliche 1, 3; affacciate a queste, a distanza variabile, si trovano due altre lastre 2, 4, dalle quali si dipartono due altri fili eguali ai primi e tesi in modo da formarne come il prolungamento. Questi fili, all'altra estremità, o sono riuniti fra loro, o sono affatto liberi, o mettono capo alle armature di un condensatore: quest'ultimo caso si riterrà in quanto segue, perchè comprende i primi due come i casi limiti, nei quali la capacità del condensatore terminale sia zero o infinita.

Se i bracci dello spinterometro A (eccitatore) si mettono in comunicazione cogli elettrodi di un rocchetto di Ruhmkorff o di una macchina elettrica e se fra le palline ben terse si fa scoc-

1) *Wied. Ann.* Bd. 44, pag. 74; Bd. 47, pag. 69.
2) *Wied. Ann.* Bd. 43, pag. 343.
3) *Wied. Ann.* Bd. 48, pag. 549; Bd. 49, pag. 1 e 32.
4) *Rendiconto dell' Accademia dei Lincei*, sedute del 3 e 20 aprile 1892.

care una serie nudrita di scintille corte, ma vigorose, si destano, nello spazio che circonda i fili e fra le lastre del condensatore primario, dei sistemi di onde stazionarie. La lunghezza d'onda che corrisponde a ciascuno di questi sistemi si può sperimentalmente determinare, cercando, col così detto metodo del ponte, i nodi elettrici (punti in cui è nulla la forza elettrica corrispondente a una data vibrazione), e cioè, cercando le posizioni che deve avere un filo conduttore scorrevole sui fili del sistema di Lecher, perchè la forza elettrica che si esercita fra due punti affacciati fissi del sistema, per es. fra i due capi estremi, presenti un massimo d' intensità.

Tale determinazione si fa agevolmente per i sistemi di ordine non molto elevato, in generale sino al 4° o 5° ordine; per i sistemi d'onda d'ordine elevato la determinazione diventa sempre più difficile e richiede un lungo e paziente lavoro di ricerca, sia perchè le onde più corte abbiano un rapporto di smorzamento maggiore, o perchè l'energia messa in moto sia minore, o perchè, facendosi i nodi sempre più fitti, a quelli di un sistema si sovrappongano nodi di altri sistemi. Pertanto, quantunque l'esperienza non riesca a mettere in evidenza che alcuni sistemi d'ordine basso, è ragionevole pensare che essi in realtà sieno più numerosi, anzi probabilmente in numero infinito. E siccome, per ogni data disposizione sperimentale, tutti quanti debbono essere definiti, così deve essere possibile di determinare *a priori* le lunghezze d'onda di ciascuno di essi, date le condizioni geometriche di un sistema di Lecher. Questo problema che primo si presenta in questo campo di ricerche rimase fin ora insoluto; si potrebbe anzi dire che i fisici se ne sono disinteressati: un' eccezione sarebbe a farsi per un lavoro di H. Rubens [1]) tendente a dimostrare che ciascun nodo divide sempre il sistema di Lecher in due parti le cui durate d'oscillazione stanno in un rapporto semplice fra loro; il lavoro di Rubens non presenta però, da questo lato, grande interesse, perchè nella dimostrazione intervengono delle costanti puramente empiriche e che non si possono determinare se non dopo che l'esperienza abbia fatto conoscere le lunghezze d'onda. La ragione principale di questo

1) *Wied. Ann.* Bd. 42, pag. 154.

disinteressamento stà però, a mio credere, nell'idea che le complicazioni nel circuito primario sieno tali da rendere impossibile una trattazione matematica anche solo approssimata. Così H. Ebert e E. Wiedemann osservano [1]) che, quand'anche la scarica primaria non sia che la causa eccitatrice delle vibrazioni nel secondario, il modo in cui l'eccitazione ha luogo deve influire su queste, e che nel breve tempo in cui scocca la scintilla fra le palline dello spinterometro, il circuito primario vibra come fosse chiuso metallicamente dalla scintilla, mentre poi, cessata questa, vibra come un circuito aperto. Già in tale ordine di idee ero stato condotto nei primi tentativi fatti per estendere al circuito primario la teoria che Cohn e Heerwagen avevano stabilito per il secondario: durante i quali rimanevo dubbioso se dovessi considerare il circuito primario come chiuso metallicamente, ovvero come aperto nel punto ove ha luogo la scintilla; ma poi mi persuasi che fra le due la prima ipotesi era da scegliersi. Si sa infatti che le oscillazioni nei fili e specialmente nel circuito primario si smorzano rapidamente, onde i fenomeni che si osservano sono dovuti alle prime oscillazioni, le quali è verosimile si compiano prima che lo spazio fra le due palline abbia perduto la sua proprietà conduttrice. Tale idea ha trovato poi piena conferma nel confronto dei risultati delle esperienze con quelli del calcolo, come risulta da una nota presentata all'Accademia dei Lincei, dove ho svolto una teoria appunto sulla ipotesi che dove scocca la scintilla, le onde stazionarie presentino un nodo, e cioè che, durante le oscillazioni, il primario si comporti come fosse chiuso metallicamente dalla scintilla.

Queste e altre considerazioni, che qui non è il caso di riferire, mi indussero a pensare che le complicazioni che intervengono nel primario non sieno tali da esercitare una grande influenza perturbatrice sulle onde del sistema, e che pertanto si potesse, con qualche speranza, tentare di risolvere il problema suddetto e cioè di determinare *a priori* le lunghezze d'onda corrispondenti ai varî sistemi, date le condizioni che determinano la disposizione sperimentale, e cioè date:

1) *Wied. Ann.* Bd. 48, pag. 570

x, lunghezza di ciascun filo primario dallo spinterometro A ai piatti 1, 3;
L, lunghezza di ciascun filo secondario dai piatti 2, 4 alle armature del condensatore terminale;
b, distanza fra due fili paralleli;
a, raggio dei fili;
C, capacità di ciascuno dei due condensatori (1, 2) e (3, 4);
C', capacità del condensatore terminale.

A tale intento interessava anzitutto precisare i circuiti fra i quali ha luogo la risonanza. Per fissare le idee, prenderò a considerare il circuito d'ordine n, e gli n nodi sieno A_1 B_1, A_2 B_2, ... A_n B_n; chiamasi z la lunghezza del tratto compreso fra i piatti del condensatore primario e il primo nodo, e z' quella del tratto compreso fra l'ultimo nodo e i piatti del condensatore terminale.

Ora l'esperienza dà, prescindendo da differenze sistematiche con molta probabilità da attribuirsi a perturbazioni d'ordine secondario, che i nodi A_1 B_1, A_2 B_2 . . . . . . sono equidistanti: i circuiti chiusi A_1 A_2 B_2 B_1, A_2 A_3 B_3 B_2, ... A_{n-1} A_n B_n B_{n-1} hanno quindi tutti la stessa durata d'oscillazione, e la equidistanza misura la semilunghezza d'onda comune.

In quanto al circuito aperto terminale A_n C' B_n, Cohn e Heerwagen, partendo dalle teorie di Maxwell, hanno stabilito che la lunghezza d'onda λ corrispondente, nell'aria, alla sua durata d'oscillazione soddisfa alla relazione [1])

$$(1) \qquad \operatorname{tg} \frac{2\pi z'}{\lambda} = \frac{\lambda}{8\pi C' \log b/a};$$

le esperienze poi di Cohn e Heerwagen e quelle più estese di Ebert e Wiedemann hanno dimostrato che l'equazione è soddisfatta, ponendo per λ il valore della lunghezza d'onda comune ai circuiti chiusi precedenti. Il circuito chiuso terminale vibra dunque all'unisono con questi.

1) Cohn e Heerwagen, l. c., pag. 5. — Alla stessa formola è giunto anche Elsas, partendo dalle teorie di Helmholtz e Kirchhoff (*Wied. Ann.* Bd. 49).

Infine in una nota precedente [1]) ho stabilito che la lunghezza d'onda propria del circuito A C A_1 B_1 C A soddisfa alla relazione:

$$\text{tg}\,\frac{\pi(z+x)}{\lambda} = \lambda\,\frac{1-\text{tg}^2\,\frac{\pi(z-x)}{\lambda}}{8\,\pi\,C\,\log b/a} \qquad (2)$$

e con le esperienze ho dimostrato che per il sistema d'onde di 1° ordine (cui corrisponde un solo nodo) l'equazione è soddisfatta, se si attribuisce a λ il valore della lunghezza d'onda propria al circuito rimanente; l'unico nodo divide dunque, in questo caso, il sistema di Lecher in due parti all'unisono. Una generalizzazione al caso dei sistemi d'onde d'ordine maggiore di 1 si presenta naturale: essa consiste nell'ammettere che nel sistema d'ordine $n+1$ il circuito formato dal primario, dalle due coppie di lastre, e dal primo tratto di secondario, vibri sempre all'unisono cogli n circuiti chiusi seguenti e col circuito aperto terminale. Ora, se ciò si suppone, la lunghezza d'onda λ di ciascun sistema deve contemporaneamente soddisfare alle due equazioni precedenti e alla

$$L = z + \frac{n\,\lambda}{2} + z'\,; \qquad (3)$$

ma siccome, oltre λ, solo z e z' sono variabili nelle equazioni, così queste devono bastare a risolvere il problema. Dalle (2) e (3) eliminando z, si ottiene

$$\frac{\text{tg}\,\pi\left\{\frac{L+x}{\lambda}-\frac{n}{2}-\frac{z'(\lambda)}{\lambda}\right\}}{1-\text{tg}^2\,\pi\left\{\frac{L+x}{\lambda}-\frac{n}{2}-\frac{z'(\lambda)}{\lambda}\right\}} = \frac{\lambda}{8\,\pi\,C\,\log b/a}\,. \qquad (A)$$

In quanto alla (1) si noti che per ogni valore di λ essa dà una infinità di valori per z' dei quali però uno solo è compreso fra o e $\lambda/2$; questo solo interessa, perchè si è supposto che A_n sia il

1) Salvioni, sulla condizione, ecc. — *Rendic. Acc. dei Lincei*, 3 aprile 1892.

nodo più vicino al condensatore terminale; il corrispondente valore di z'/λ è quello che introdurremo nell'equazione (A). Si osservi poi che il primo membro di questa acquista uno stesso valore, ponendo $n = 0, 2, 4 \ldots\ldots$ e pure uno stesso valore (diverso dal primo) ponendo $n = 1, 3, 5 \ldots\ldots$

Nel seguito si chiameranno, per brevità, *soluzioni pari* le λ ottenute con n pari e *soluzioni impari* le λ ottenute con n impari.

Mi proposi di verificare questa teoria, eseguendo un certo numero di esperienze sulla disposizione di Lecher, variando in essa le L, x, C: mi aspettavo che le soluzioni pari corrispondessero ai sistemi con numero n pari di internodi e le impari ai sistemi d'onde con numero n impari di internodi. I risultati furono invece molto diversi e tali da non potersi collegare fra loro al primo esame. Per riassumerli, distinguerò due casi tipici:

Primo caso. — La x, lunghezza del filo primario, sia piccola rispetto all'internodo. In questo caso, tutte le lunghezze d'onda sperimentali coincidono con soluzioni date dalla equazione (A) e, in generale, con approssimazione molto maggiore che non si potesse aspettare. Serva ad esempio il prospetto seguente, che corrisponde ad una serie di esperienze, in cui le costanti avevano i seguenti valori:

$$x = 46,\ L = 1721,\ C = 25.8,\ b = 12,\ a = 0.031,\ C' = 0,75$$

n	λ sperimentale	λ teorico	soluzione
0	4208	4172	pari
1	2034	2032	impari
2	1316	1330	pari
3	980	978	impari
4	771	775	pari
5	643	638	impari
6	548	543	pari
7	471	472	impari
8	434	420	pari
9	356	370	impari

Per di più, conforme all'aspettazione, le λ corrispondenti a sistemi d'onda con numero n pari di internodi sono date da soluzioni pari, le altre da soluzioni impari. Vi è però una circostanza impreveduta: oltre le λ che si trovano sperimentalmente le equa-

zioni ne dànno altre che dall'esperienza non risultano. Per la stessa serie ora ricordata, il calcolo dà le seguenti soluzioni (ordinate in valori decrescenti):

pari: 4172, 2380, 1910, 1330, 1000, 900, 775, 632, 590, 543, ecc.

impari: 2032, 1410, 1230, 978, 777, 715, 638, 530, 500, 472, ecc.

qui i valori che corrispondono alla esperienza sono sottolineati, e si succedono con regolarità, perchè fra due di essi sono compresi due valori di λ che non corrispondono ai risultati sperimentali.

Secondo caso. — La lunghezza x del primario sia grande rispetto all' internodo, ossia a $\lambda/2$. In questo caso i risultati sono molto differenti e si possono compendiare nei seguenti:

a) alcune lunghezze d' onda sperimentali concordano con valori λ dati dalla teoria e in generale l'accordo è così perfetto da non lasciar dubbio si tratti di coincidenze di numeri fortuite. Così, per es., nella serie di esperienze, in cui i dati erano:

$$x = 391, \ L = 1321, \ C = 14{,}3, \ b = 12, \ a = 0.031, \ C' = 0.75$$

si ebbero:

n	λ sperimentale	λ teorico	soluzione
0	3226	3225	pari
2	972	975	impari
3	730	740	pari
3	628	631	impari
5	468	464	impari
6	402	405	pari.

b) alcune volte soluzioni pari, (impari) concordano con lunghezze sperimentali corrispondenti a sistemi d'onde che hanno un numero rispettivamente pari, (impari) di internodi; altre volte si verifica l'opposto. Così nell' esempio precedente le soluzioni pari 3225, 405 sono nell' esperienza verificate per sistemi con numero pari (0, 6) di internodi, e le impari 631, 464 per sistemi con numero impari (3, 5) di internodi; ma la soluzione

impari 975 è verificata per un sistema con numero pari (2) e la pari 740 per un sistema con numero impari (3) di internodi;

c) la teoria dà, oltre alle sperimentali, altri valori di λ che non si ottengono nelle esperienze. Nell'esempio precedente la teoria dà 2775, 1680, 586 e queste non concordano con nessuna delle lunghezze d'onda sperimentali;

d) per converso, alcune (sempre poche) delle lunghezze sperimentali non vengono date dalla teoria: nell'esempio precedente si hanno sperimentalmente le lunghezze 1448 (1 internodo) e 564 (4 internodi).

Tali sono i risultati nei due casi tipici sopra distinti; nei casi intermedî poi, cioè quando la x non è nè molto grande, nè molto piccola rispetto a L. si hanno per i sistemi d'onda d'ordine meno alto gli stessi risultati del caso primo, e le maggiori complicazioni del caso secondo intervengono solo quando dai sistemi d'ordine più basso si passa ai sistemi d'ordine superiore.

Ma veniamo a descrivere le esperienze.

I fili del primario e del secondario sono di rame e tolti da una medesima matassa; sono fortemente tesi, e sono sostenuti orizzontalmente, a circa 150 cm. dal suolo, mediante fili di seta che si succedono a intervalli di circa 3 metri. Per lastre primarie mi servirono quattro dischi di ottone del diametro di cm. 18,6 e grossi mm. 2; sono sostenuti solidamente da altrettante squadre di legno, fisse a vite su una tavola, e da esse isolati mediante pezzi d'ebanite fissati fra il legno e le faccie dei dischi che non si guardano. I fili sono saldati non al centro, ma agli orli dei dischi; ciò per aumentare il più possibile la distanza fra i due condensatori e attenuare così l'effetto dell'azione mutua fra questi [1]). Lo spinterometro eccitatore è formato da due bacchette d'ottone (diam. 5 mm.) isolate su vetro, che si innestano in due brevi tratti tubulari portanti le palline d'ottone (diam. 2 cm.) fra le quali scocca la scintilla eccitatrice quando il rocchetto di Ruhmkorff agisce. In alcune serie di esperienze mi servii di un rocchetto di Carpentier, grande modello, con interruttore di Foucault, in altre di un rocchetto del Tecnomasio Italiano, di minori dimensioni, con interruttore a contatti di platino. La cor-

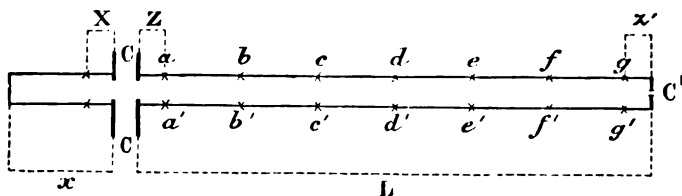
1) *Rend. Acc. dei Lincei.* l. c.

rente nel primario del rocchetto è in generale di circa 6 ampère. Infine fra le estremità del secondario è inserito un piccolo spinterometro con vite micrometrica, nel quale alle palline furono sostituite le punte di due aghi da cucire: e fra i fili di rame. è teso, un po' più in basso, fra due carucole, un filo di seta chiuso sopra se stesso, che porta il ponte scorrevole (filo di rame di circa 1 mm. di diam.).

Vorrei qui riferire in esteso le posizioni dei nodi trovate, sia con un solo ponte, sia con due; ma, per evitare l'ingombro di numerose tavole, mi restringerò a fare qualche osservazione generale sui risultati, dando in seguito le tavole delle sole lunghezze d'onda.

1.° *Le posizioni determinate col solo ponte mobile non coincidono esattamente, con quelle determinate con un ponte mobile e un ponte fisso;* e le differenze non sono trascurabili, avuto riguardo all'approssimazione che si raggiunge in ciascuna ricerca separatamente;

2.° *I nodi di uno stesso sistema non sono equidistanti e la distanza va aumentando verso le lastre primarie.*

Questa seconda osservazione fu già fatta da Birkeland e confermata da Wiedemann e Ebert: questi ultimi attribuiscono il fatto a complicazioni portate dal primario, il quale vibrerebbe ora come circuito aperto, ora come circuito chiuso sulla scintilla. Ma la relazione fra un fatto e l'altro non mi par chiara; sarei pertanto inclinato a ricercare la ragione di questo, come del precedente risultato, nel metodo stesso di ricerca, cioè nell'uso del ponte. Supponiamo infatti

(vedi figura) che i nodi *a, b, c*..... sieno distribuiti a distanze uguali e immaginiamo di collocare un ponte, per es., in *e e'*; la

durata d'oscillazione di entrambi i circuiti nei quali il ponte divide il sistema, aumenta per effetto del ponte, ma non nella stessa misura: in questo caso, per es., l'aumento è maggiore per il circuito a destra. La risonanza non ha più luogo perfettamente e per ristabilirla converrà spostare il ponte verso destra: il metodo del ponte darebbe dunque il nodo *e* spostato verso destra. Così presso l'estremità i nodi determinati col ponte sarebbero spostati verso destra, e i più vicini al primario spostati verso sinistra. Se tutto il sistema fosse simmetrico dalle due parti i nodi trovati con un solo ponte sarebbero simmetricamente disposti; ma ciò non è: l'azione perturbatrice del ponte è tanto maggiore quanto più è vicino al primario, perchè la sua autoinduzione si accompagna alla capacità del condensatore. Il ponte, per es., in *a* deve aumentare la durata d'oscillazione del circuito verso il primario molto più considerevolmente che quella dei circuiti che lo seguono; il nodo *a a'* determinato col ponte è quindi molto più dei seguenti spostato verso il primario; così si capisce come gli internodi determinati con un solo ponte risultino crescenti verso il primario. Per vedere poi ciò che si verifica quando, oltre al ponte mobile, si adoperi un ponte fisso, basta osservare che, quando questo vien collocato in un nodo, per es., in *e e'*, come nelle mie esperienze, tutti i nodi si spostano realmente (tanto più quanto più vicini) per avvicinarsi a *e e'*; quindi, cercandoli con un altro ponte, si trovano spostati in questo senso più che quando il ponte fisso mancava. Senza entrare in altri particolari, da quanto precede si vede come per ispiegare i due risultati, non è necessario ricorrere ad azioni perturbatrici del primario; aggiungerò solo che, se questa spiegazione è giusta, l'internodo più vicino al primario sarà tanto maggiore rispetto agli altri quanto più vicino alle lastre primarie è il primo nodo, quanto maggiore ne è la capacità, quanto più piccola è la lunghezza d'onda, e tutto ciò è confermato dall'esperienza.

Prima di passare alle tavole, nelle quali le varie lunghezze d'onda sperimentali sono messe a confronto colle lunghezze teoriche, mi occorre dire in qual modo queste ultime sono dedotte dalle formole

$$(A)\qquad \frac{\operatorname{tg}\pi\left\{\frac{L+x}{\lambda}-\frac{n}{2}-\frac{z'}{\lambda}\right\}}{1-\operatorname{tg}^2\pi\left\{\frac{L-x}{\lambda}-\frac{n}{2}-\frac{z'}{\lambda}\right\}}=\frac{\lambda}{\kappa C}$$

$$(B)\qquad \frac{z'}{\lambda}=\frac{1}{2\pi}\operatorname{tg}^{-1}\frac{\lambda}{\kappa C'} \quad e \quad \kappa=8\pi\log b/a$$

Coll' idea di semplificare il calcolo non ho inserito alcun condensatore fra le estremità libere, col che pensavo di potere supporre $C'=o$, nel qual caso si ha $z'/\lambda = {}^1/_4$. Ma, dovendo nelle misure disporre fra le estremità lo spinterometro, mi accorsi, dopo le prime esperienze, che per quanto questo si fosse scelto di piccole dimensioni, la sua capacità C' non era trascurabile rispetto alla lunghezza d' onda. Essendomi provato a diminuire il più possibile le dimensioni dello spinterometro, ottenni per C' valori molto più piccoli, ma non ancora tali da verificare con approssimazione sufficiente la relazione $z' = {}^1/_4\lambda$. Mi attenni quindi al partito di conservare in tutte le misure il primo spinterometro che era d' uso più comodo e determinarne, con esperienze preliminari, la capacità C', misurando le λ e le corrispondenti z' e introducendo questi valori nella formola (2), di cui, è bene ricordarlo, non è questione in queste ricerche. Nelle esperienze fatte a tale intento erano $L = 1715$, $x = 40$, $C = 25.8$, $a = 0.031$, $b = 12$: le λ e z' e i corrispondenti valori che risultarono per C' sono raccolti nel prospetto seguente:

λ	z'	C'	z'/λ osservato	z'/λ calcolato
1316	308	0.77	0.234	0.234
771	173	0.74	0.224	0.223
548	116	0.80	0.211	0.212
434	91	0.65	0.210	0.204
356	68	0.79	0.192	0.194
	media	0.75		

Se si riflette che nel determinare le λ e z' si potrà in media commettere un errore dell'1 per cento, potrà, a primo esame, parer strano che qui si riguardino le C', come costanti (come vuole la teoria di Cohn e Heerwagen), assumendone la media, mentre fra le C' e il valor medio si ha una differenza media del 6 per cento. Ma ciò dipende dalla forma dell'equazione (2): essendo z'/λ non molto inferiore a $^1/_4$ e però $\frac{2\pi z'}{\lambda}$ prossimo a $\frac{\pi}{2}$, tag $\frac{2\pi z'}{\lambda}$ e quindi la C' calcolata varia considerevolmente per piccole variazioni di z'/λ. Non importa quindi se le C' calcolate sono anche molto diverse; piuttosto, siccome del valore medio di C' ce ne dovremo valere solo per calcolare z'/λ nei singoli casi, è da vedere sino a che punto le z'/λ sperimentali concordino colle z'/λ che si calcolano ponendo nella $\operatorname{tg}\frac{2\pi z'}{\lambda}=\frac{\lambda}{\kappa C'}$ il valore medio di C'. L'ultima colonna del prospetto precedente contiene appunto le z'/λ così calcolate: le differenze tra queste e le corrispondenti sperimentali sono, in media, dell'1 per cento, e si ritorna così entro i limiti della approssimazione che si ha nelle esperienze. Pertanto, quando anche C' non fosse costante, si potrebbe sempre nei calcoli che seguono assumere per C' il valore medio 0,75; e questo appunto si è fatto.

La risoluzione matematica delle (A) e (B) presentando per me delle difficoltà, mi accontentai di una risoluzione grafica ottenuta come segue:

1.° Colla formola

$$\operatorname{tg}\frac{2\pi z'}{\lambda}=\frac{\lambda}{\kappa C'}$$

ho costruito una curva, prendendo λ come ascissa e

$$z'/\lambda=\frac{1}{2\pi}\,g^{-1}\,\frac{\lambda}{\kappa C'}\;(C'=0{,}75\quad\text{e}\quad\kappa=8\pi\log b/a=176),$$

come ordinata. Questa serve per tutte le serie di esperienze.

2.° Coi valori di z'/λ letti sulla curva precedente, ho costruito nei tratti che interessano, i rami di curva che si hanno,

assumendo come ascissa ancora λ e come ordinata il primo membro dell'equazione (A). Questi rami sarebbero in numero infinito, parte nella regione positiva e parte nella regione negativa delle ordinate. Siccome i rami negativi non interessano, così gli intervalli, nei quali il primo membro dell'equazione (A) risulta negativo, venivano assegnati da un esame preliminare nel quale si determinavano i punti in cui le curve attraversano l'asse delle ascisse e i valori di λ compresi in questi intervalli venivano esclusi dallo studio successivo. Dei rami positivi si costruivano solo i primi, partendo da $\lambda = \infty$. La costruzione di tali rami è certo facile, ma richiede un lavoro paziente e che si deve ripetere ogni volta si variano la L o la x.

3.° Sullo stesso foglio, e riferita agli stessi assi, tiro infine la retta di cui il punto corrente ha per ascissa ancora λ e per ordinata $\frac{\lambda}{K\,C}$. È chiaro da quanto precede che le ascisse λ dei punti in cui questa retta incontra i rami precedenti soddisfano alle equazioni, e sono quindi le lunghezze d'onda teoriche dei varî sistemi. Nelle tavole che seguono, la 2ª e 3ª colonna contengono le lunghezze d'onda determinate in questo modo, e quelle date dall'esperienza, e nella 1ª la lettera p, o i indica se la λ è calcolata coll'equazione pari o colla impari. Dei valori poi raccolti nelle colonne successive dirò in seguito.

TAVOLA 1.ª

$L = 1721, x = 46, C = 25{,}8, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75$

	λ calc.	λ oss.	Numero degli internodi n_1	n_2	Tratti attigui alle lastre X	Z	λ/2
p	4170	4184	0	0	46	700	2085
p	2380	—	0	0	46	1150	1190
i	2030	2008	0	1	46	219	1015
p	1910	—	0	1	46	310	955
i	1408	—	0	1	46	686	704
p	1330	1316	0	2	46	71	665
i	1232	—	0	2	46	202	616
p	1000	—	0	2	46	491	500
i	980	978	0	3	46	26	490
p	900	—	0	3	46	167	450
p, i	775	770	0	3	46	385	387
i	720	—	0	4	46	121	360
p, i	635	643	0	4	46	313	318
p	592	—	0	5	46	113	286
p	542	548	0	5	46	251	271
i	532	—	0	6	46	12	266
i	495	—	0	6	46	115	247
i	475	472	0	6	46	197	237
p	465	—	0	6	46	230	232
p	440	—	0	7	46	91	220
p	420	422	0	7	46	166	210
i	385	382	0	8	46	104	192

TAVOLA 2.a

$L = 1721, x = 46, C = 8{,}34, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75$

	λ calc.	λ oss.	n_1	n_2	X	Z	λ/2
p	3645	3720	0	0	46	828	1822
p	2380	—	0	0	46	1147	1190
i	1840	1880	0	1	46	363	920
p	1775	—	0	1	46	412	888
i	1410	—	0	1	46	685	705
p	1235	1260	0	2	46	197	618
i	1165	—	0	2	46	286	582
p	1000	—	0	2	46	491	500
i	930	936	0	3	46	114	465
p	875	—	0	3	46	210	438
i	780	—	0	3	46	376	390
p	745	746	0	4	46	66	372
i	698	—	0	4	46	171	349
p	638	—	0	4	46	307	319
i	620	622	0	5	46	36	310
p	580	—	0	5	46	146	290
p, i	534	533	0	6	46	6	267
p	490	—	0	6	46	149	245
i, p	470	474	0	6	46	214	235
p	438	—	0	7	46	99	219
p	418	418	0	7	46	180	209

TAVOLA 3.ª

L = 1321, x = 395, C = 14,3, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75

	λ calc.	λ oss.	n_1	n_2	X	Z	λ/2
p	3225	3225	0	0	395	784	1712
i	2775	—	0	0	395	716	1388
p	1680	—	0	1	395	85	840
i	975	972	0	2	395	124	488
p	740	730	1	3	25	46	370
i	631	630	1	3	80	238	316
p	586	—	1	4	102	23	293
p	405	402	1	6	193	25	202
i	464	468	1	5	163	65	232

l' esperienza dà inoltre λ = 1448 e λ = 564

TAVOLA 4.ª

L = 1321, x = 395, C = 8,34, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75

	λ calc.	λ oss.	n_1	n_2	X	Z	λ/2
p	2970	3030	0	0	395	603	1485
p	1710	—	0	1	395	59	855
i	972	973	0	2	395	116	486
p	725	728	1	3	31	67	362
i	631	628	1	3	80	238	316
p	589	—	1	4	101	16	294
i	465	472	1	5	163	63	232
p	402	398	1	6	194	35	201
i	361	359	2	6	34	168	180

l' esperienza dà inoltre λ = 1441 e λ = 564

TAVOLA 5.ª

$L = 760, x = 46, C = 8.34, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75$

	λ calc.	λ oss.	n_1	n_2	X	Z	λ/2
p	1770	1795	0	0	46	339	885
p	1080	—	0	0	46	509	540
i	902	908	0	1	46	103	451
p	780	—	0	1	46	195	390
p	600	600	0	2	46	30	300
i	635	—	0	1	46	305	318
i	542	—	0	2	46	103	271
i	455	460	0	2	46	211	228
p	442	—	0	3	46	6	221
p	375	398	0	3	46	124	188

TAVOLA 6.ª

$L = 760, x = 46, C = 25.8, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75$

	λ calc.	λ oss.	n_1	n_2	X	Z	λ/2
p	2100	2114	0	0	46	256	1050
p	1050	—	0	0	46	517	525
i	1000	999	0	1	46	30	500
p	855	—	0	1	46	140	428
p	640	638	0	1	46	301	320
i	615	—	0	2	46	12	308
i	555	—	0	2	46	86	278
i	465	474	0	2	46	199	232
p	446	—	0	3	46	0	223
p	390	400	0	3	46	97	195

TAVOLA 7.ª

$L = 1214, x = 45, C = 14{,}3, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75$

	λ calc.	λ oss.	n_1	n_2	X	Z	λ/2
p	2860	2870	0	0	46	508	1430
i	2680	—	0	0	46	565	1340
p	1675	—	0	0	46	820	838
i	1420	1408	0	1	46	170	710
p	1330	—	0	1	46	236	665
i	1020	—	0	1	46	467	510
p	940	932	0	2	46	59	470
i	830	—	0	2	46	194	415
p	720	—	0	2	46	333	360
i	695	690	0	3	46	19	348
p	625	—	0	3	46	137	312
p	555	556	0	3	46	263	278
i	563	—	0	3	46	250	282
i	500	—	0	4	46	110	250
i	440	430	0	5	46	24	220

TAVOLA 8.ª

$L = 926, x = 785, C = 8{,}35, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75$

	λ calc.	λ oss.	n_1	n_2	X	Z	λ/2
i	1310	—	1	0	134	619	655
p	1210	1220	1	1	179	39	605
i	765	—	2	2	19	10	382
p	725	726	2	2	59	40	362
i	530	—	2	3	254	19	265

l'esperienza dà inoltre λ = 1018 e λ = 660

TAVOLA 9.ª

$L = 1321, x = 206, C = 8.34, b = 12, a = 0.031, C' = 0.75$

	λ calc.	λ oss.	n_1	n_2	X	Z	λ/2
p	2800	2860	0	0	206	643	1400
i	1530	1530	0	1	206	195	765

Le principali conclusioni che si possono trarre dall'esame di questi risultati sono state già raccolte precedentemente (pag. 160 e seguenti), assumendo come tipici i casi in cui la x è grande o piccola rispetto all' internodo. Ora, ognun vede che i risultati sono molto slegati: per quanto numerose e soddisfacenti sieno le coincidenze, prima di pronunziarci favorevolmente sulla teoria, sentiamo il bisogno di scorgere una regola che valga a distinguere, fra le λ date dal calcolo, le buone dalle spurie. Dopo non pochi tentativi, riuscii a raggiungere tale intento. Rammento che, come punto di partenza si è supposto che il primo circuito comprendente le lastre, vibri all' unisono coi seguenti, o, in altre parole, che i sistemi d' onda sieno in questi e in quello gli stessi. Non volendo disdirci, dobbiamo quindi ammettere che quando la lunghezza x del filo primario, superi la semilunghezza d' onda, anche in esso si abbiano dei nodi. È ben vero che l' esperienza non è riuscita, almeno sin ora, a mettere in evidenza tali nodi; ma è chiaro che il metodo del ponte, l'unico fin ora usato, non è più applicabile, perchè, se un ponte si mette nel primario, non iscoccano più le scintille eccitatrici. Del resto, dal fatto spiccatissimo che i fenomeni elettrici sono nel primario di gran lunga più energici che nel secondario, si deve arguire che nel primario, oltre alle oscillazioni che si propagano nel secondario, se ne abbiano altre molto energiche che vengono riflesse dalle lastre e la cui energia tutta si consuma nel primario: queste non hanno influenza sulle onde di Lecher che si studiano, ma sovrapponendosi a queste, possono, nel primario, mascherarne i nodi. Comunque sia, porremo

$$L = Z + n_2 \lambda/2 + s'$$

$$x = X + n_1 \lambda/2$$

$$X < \lambda/2, \qquad Z < \lambda/2$$

e saranno n_1 il numero degli internodi nel primario, n_2 il numero degli internodi nel secondario, e X, Z i segmenti attigui alle lastre. I risultati delle tavole si possono allora coordinare colla regola seguente: *Quando* $X + Z$ *è* $< \lambda/2$ *sono buone le sole*

soluzioni pari se $n_1 + n_2$ *è pari e le impari se* $n_1 + n_2$ *è impari; quando invece* $X + Z$ *è* $> \lambda/2$ *sono buone le sole soluzioni pari se* $n_1 + n_2$ *è impari e le sole impari se* $n_1 + n_2$ *è pari.*

Applicando questa regola ai più che cento casi riportati nelle tavole, si trova che essa cade in difetto 4 volte (TAV. 3ª per $\lambda = 464$, 4ª per $\lambda = 465$, 5ª per $\lambda = 375$, 6ª per $\lambda = 390$): ma è facile vedere che queste eccezioni non bastano a infirmarla. Ma è dessa generale? Per stabilirlo occorre, o dimostrare che questa regola è la sola conciliabile colle mie esperienze, o trovarne una ragione teorica. La prima cosa non è possibile, anzi non è difficile trovare una regola differente la quale pure si possa sostenere colle stesse esperienze. Ne ho cercato quindi la spiegazione colle considerazioni seguenti.

Rammettiamo che la formola che qui ha servito a determinare le λ, è stata dedotta (cfr. nota precedente, pag. 209) dalle espressioni

$$\vartheta)\ \Phi_1 = h \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$\zeta)\ \Phi_2 = -h \operatorname{sen} 2\pi \left\{ \frac{L - n\lambda/2 - z'}{\lambda} \right\}$$

essendo Φ_1 e Φ_2 i potenziali (in un medesimo istante) sulle lastre affacciate 1, 2 e h una quantità che non dipende dalla posizione che le lastre occupano nel circuito. Qui bisogna notare che affatto arbitrariamente è stato attribuito il segno — al secondo membro della ζ), non essendovi ragione di stabilire che su due lastre affacciate il potenziale abbia segno opposto; ciò non porta alcun inconveniente sinchè n è indeterminato, ma diventa una restrizione arbitraria quando con n si intenda il numero di internodi nel circuito.

Ciò premesso, immaginiamo che le lastre si avvicinino l'una all'altra sino al contatto; la capacità C allora cresce e al limite è infinita. Ma, quando il contatto metallico è stabilito (per entrambe le coppie di lastre), il circuito di Lecher diventa un circuito chiuso, che vibra quindi dividendosi in circuiti tutti uguali fra loro. Ora

in questo caso limite dev' essere $\Phi_1 = \Phi_2$ in valore e in segno, epperò, posto come precedentemente

$$\gamma) \quad \begin{array}{ll} x = n_1 \lambda/2 + X & L = n_2 \lambda/2 + Z \\ X < \lambda/2 & Z < \lambda/2 \end{array}$$

si dovrà nell' equazione ζ) assumere n impari se n_1 e n_2 sono entrambi pari o entrambi impari, e n pari se di n_1 e n_2 l' una è pari e l'altra è impari, perchè se si facesse altrimenti, Φ_1 e Φ_2 risulterebbero uguali in valore assoluto, ma non in segno. Più brevemente possiamo dire che per $C = \infty$, nell' equazione ζ) e quindi anche nella (A) si deve assumere n pari se $n_1 + n_2$ è impari, n impari se $n_1 + n_2$ è pari. Si sarebbe concluso l'opposto se al secondo membro della ζ) si fosse attribuito il segno $+$.

Notiamo ora che per $C = \infty$, dovendo il circuito vibrare diviso in parti uguali, è $X + Z = \lambda/2$, e immaginiamo di ristabilire l' interruzione fra le lastre scostandole di pochissimo, cosicchè la C assuma un valore C_1 finito, ma molto grande: in questo passaggio, la capacità essendo diminuita, la λ sarà pure diminuita, e quindi per le γ), $X + Z$ sarà aumentato e si dovrà avere $X + Z > \lambda/2$.

Ma l' esperienza stabilisce senza alcun dubbio, essendo anzi questo il caso più comune, che per valori di C finiti può essere $X + Z < \lambda/2$. Si chiami C_2 un valore per cui questo ha luogo, e si immagini che partendo da C_2 la C cresca; la λ deve allora crescere, epperò $X + Z$ che è già $<$ di $\lambda/2$ deve diminuire. Ma d' altra parte si è detto sopra che per un valore C_1 abbastanza grande è $X + Z > \lambda/2$ e che questa disuguaglianza si mantiene per tutti i valori di C maggiori di C_1, riducendosi al limite $X + Z = \lambda/2$ quando è $C = \infty$. L' assurdo non si può togliere, se non ammettendo che per un valore C_3 intermedio fra C_1 e C_2 un nodo, (per es. del secondario) arriva sulle lastre, cosicchè la Z definita dalle γ) passa bruscamente da valori infinitamente piccoli a valori infinitamente vicini a $\lambda/2$. Avremo così:

$$\begin{array}{lll} \text{per } C > C_3 & n_1 + n_2 = m & X + Z > \lambda/2 \\ \text{per } C < C_3 & n_1 + n_2 = m + 1 & X + Z < \lambda/2 \end{array}$$

Facendo diminuire C dall'infinito il numero dei nodi si mantiene lo stesso finchè C è $>$ di C_3; ma quando C passa per C_2, un nodo compare su una lastra; diminuendo oltre, questo nuovo nodo si scosta dalla lastra, e quindi per $C < C_2$ il numero dei nodi riesce aumentato di uno. Si intende che per i varî valori di C, si considerano sistemi d'onde tali che si trasformino l'uno nell'altro con continuità al variare di C. Ora, se per una data C si ha una λ ponendo nella (A) un certo valore per n, al variare di C la nuova λ in cui la prima si trasforma per continuità, deve ottenersi dalla (A) variandovi solo C. La stessa n deve dunque introdursi in (A), quando C diminuisce dall'∞ sino a zero, laddove $n_1 + n_2$ cresce di 1 quando C passa per C_2. Ma per $C = \infty$ sono buone le soluzioni date da n pari se $n_1 + n_2$ è impari e da n impari se $n_1 + n_2$ è pari: lo stesso ha dunque luogo sinchè è $C < C_2$ o, per quanto precede, quando $X + Z$ è $> \lambda/2$. Quando invece $C < C_2$, cioè $X + Z < \lambda/2$ accade l'inverso, sono buone cioè le soluzioni date da n pari se $n_1 + n_2$ è pari e da n impari se $n_1 + n_2$ è impari. Ora questa è appunto la regola che ho trovato sperimentalmente, prescindendo affatto da tali considerazioni [1]).

È poi facile dimostrare che le soluzioni λ che la regola dà per buone rendono positivo il numeratore del primo membro della (A), mentre le altre lo rendono negativo. Si possono quindi escludere tutte le altre, aggiungendo alla (A) la condizione.

$$\operatorname{tg} \pi \left\{ \frac{L + x}{\lambda} - n/2 - \varepsilon'/\lambda \right\} > 0$$

Di tale condizione si può dare una interpretazione fisica. Senza alcuna considerazione al limite, ma solo riflettendo sulle equazioni che servono di base, si può concludere che, se sulle

1) Le curve che mi hanno servito a calcolare le λ, dànno subito i valori C_2 in ogni caso e per ogni sistema d'onde. È facile infatti vedere che basta considerare le intersezioni delle curve n pari, colle curve n impari, e tracciare le rette che congiungono questi punti coll'origine. Allora dalla diversa inclinazione di tali rette si hanno i *valori* C_2, mentre le ascisse dànno le corrispondenti lunghezze d'onda. Così nel caso $x = 46$, $L = 760$ (Tav. V e VI) le curve dànno che al diminuire di C, comparirà un nuovo nodo per $C_2 = 39$, $C_3 = 15,5$, $C_2 = 5$ rispettivamente nei sistemi d'ordine 2, 3, 4, e che le λ corrispondenti saranno 1030, 625, 445.

lastre affacciate 1,2 ovv. 3,4 il potenziale si suppone di segno opposto, la lunghezza d'onda dev'essere data da una soluzione pari o impari secondochè $n_1 + n_2$ è pari o impari, mentre se il potenziale si suppone dello stesso segno, la lunghezza d'onda dev'essere data da una soluzione pari o impari secondochè $n_1 + n_2$ è impari o pari. Applicando ciò alla regola si ha:

Se $X + Z$ è $\geqq \lambda/2$, il potenziale ha lo stesso segno su due lastre affacciate; se $X + Z$ è $< \lambda/2$, il potenziale ha segno opposto. Nel caso di passaggio $C = C_2$ in cui $X + Z$ può considerarsi tanto maggiore quanto minore di $\lambda/2$, secondochè si voglia ritenere Z come uguale a zero o come uguale a $\lambda/2$, il potenziale ha sulle lastre secondarie il valore zero, e nel caso limite $C = \infty$, $(X + Z = \lambda/2)$ il potenziale ha, oltre allo stesso segno, anche lo stesso valore.

Questa interpretazione fisica ci spiega come possa aver luogo il seguente caso paradossale che si verifica più volte nelle mie esperienze. *Dati due circuiti che comprendano le stesse coppie di lastre alla stessa distanza, cioè la stessa capacità* C, *ma che sieno di lunghezza diversa, può la durata d'oscillazione essere maggiore per il circuito più corto.* Per es., nella tavola 7ª al circuito $X (= 46) + Z (= 59)$ lungo 105 cm. spetta $\lambda = 932$, e al circuito $X (= 46) + Z (= 263)$ lungo 309 cm. spetta $\lambda = 556$, quantunque C abbia lo stesso valore 14,3 nell'uno e nell'altro. *Ciò si spiega, osservando che nel primo il potenziale ha segno opposto sulle armature di ciascun condensatore, nel secondo invece ha lo stesso segno; la stessa capacità ha, per questa ragione, maggiore effetto nel primo che nel secondo.*

Chiuderò, riassumendo i risultati principali di questo studio.

Ho riscontrato che i nodi determinati con un solo ponte non coincidono coi nodi determinati con due ponti, e ho confermato il fatto che gli internodi così trovati non sono uguali, ma crescenti verso il primario. Questi due risultati sono considerati da me come anomalie che vengono introdotte dal modo di esplorazione, ossia dall'uso del ponte e non sono da attribuirsi al modo di vibrazione del primario.

Partendo da una formola di Cohn e Heerwagen e da una da me precedentemente stabilita (entrambe dedotte dalla teoria di

Maxwell), ho formata una teoria per determinare a priori le lunghezze d' onda di tutti i possibili sistemi di Lecher, date le sole condizioni geometriche che la determinano, cioè le dimensioni dei fili e delle lastre.

L'accordo fra le lunghezze d'onda calcolate con questa teoria e le sperimentali è, in generale, quasi perfetto; risultato questo tanto più notevole inquantochè nel calcolo si è introdotto per la capacità dei condensatori il valore calcolato colla formola di Kirchhoff che serve nell' elettrostatica. È noto infatti essere stato da altri trovato che, per le oscillazioni rapide dell' ordine delle mie, la capacità di un condensatore è notevolmente differente dalla sua capacità elettrostatica. Il disaccordo si può spiegare, osservando che, mentre in elettrostatica e per le oscillazioni di lungo periodo, l' effetto del condensatore non dipende dalla posizione che esso ha nel circuito, nelle oscillazioni rapide, nelle quali la lunghezza d'onda è paragonabile colla lunghezza del circuito, l'effetto del condensatore dipende dalla posizione che esso occupa [1]): tenendo conto di ciò, si può, secondo i miei risultati, introdurre nelle formole la capacità elettrostatica. *Ciò vale almeno sino a che le dimensioni del condensatore restino piccole rispetto alla lunghezza d' onda;* e infatti si scorge dalle tavole che l'accordo fra calcolo e esperienza è meno soddisfacente quando le lunghezze d' onda sono molto piccole.

La teoria darebbe, oltre alle sperimentali, altre lunghezze d' onda; ma queste vengono tutte escluse, aggiungendo una condizione che si può dimostrare con considerazioni al limite.

Dall' esperienze e dalla discussione si ha che la lunghezza dell' internodo che comprende le lastre può essere tanto maggiore, quanto minore della semi-lunghezza d' onda.

Il potenziale su due lastre affacciate (primaria e secondaria) può avere lo stesso segno, oppure segni opposti; ha lo stesso segno, se l' internodo che comprende le lastre supera la semi-lunghezza d'onda, e segni opposti nel caso contrario. Quando la capacità variando dall'infinito a zero, passa per un certo valore che la teoria assegna a priori, compare sulle lastre un nuovo

1) Cfr. mia nota c. s., come per l' aggiunta, ecc.

nodo, cosicchè per capacità più piccole, il sistema d'onde acquista un nodo di più.

Infine, quando la lunghezza del primario è grande rispetto all' internodo, l' esperienza rileva alcune lunghezze d' onda che il presente calcolo non dà.

Luglio 1893.

AGGIUNTA

Nello stabilire questa teoria, ho ammesso (pag. 173) che quando la lunghezza x del primario è maggiore dell'internodo, si abbiano dei nodi anche nel primario. Questo fatto nuovo può riguardarsi come indirettamente dimostrato dall'accordo che risultò fra l'esperienza ed il calcolo; ciò non ostante mi parve bene dimostrarlo direttamente colla esperienza.

Ma l'unico metodo sin qui usato per la ricerca dei nodi non si poteva applicare al primario, perchè, quando il ponte conduttore si colloca sul primario, cessano le scintille eccitatrici e le oscillazioni non hanno più luogo. Dovendo perciò ricorrere a qualche metodo che non presentasse tale inconveniente, pensai di approfittare di una osservazione da me fatta in un lavoro precedente [1]), dove avevo studiata l'influenza che ha sulla lunghezza d'onda una capacità inserita tra i fili secondarî. Risultava infatti da quel lavoro che un condensatore inserito tra i fili secondarî, ne aumenta la durata d'oscillazione, ma in diverso grado secondo la posizione che esso ha rispetto ai nodi; e che l'effetto è minimo (teoricamento nullo) quando il condensatore è collocato in un nodo.

Se dunque, fissato un ponte conduttore in un nodo del secondario così da dividere tutto il sistema di Lecher in due circuiti in risonanza, si inserisce poi tra i fili di uno di questi un condensatore, la risonanza, in generale turbata per l'aggiunta di

1) " Come per l' aggiunta, ecc. ", l. c.

questa capacità, permane nel solo caso che il condensatore si trovi in un nodo appartenente, col primo, a un medesimo sistema di onde.

Si possono dunque ricercare i nodi, facendo scorrere sui due fili secondarî invece che un filo conduttore (l' ordinario ponte) un condensatore: ora questo metodo presenta il vantaggio di essere applicabile anche al circuito primario.

Nell'esperienze mi servì benissimo, a tale uopo, un condensatore formato da due dischi di alluminio (diam. = 10 cm.) scorrevoli su un tubo d'ebanite (lungo 6 cm.), ai quali erano stati saldati due fili d'alluminio (diam. = 1 mm). Due ponti conduttori essendo stati fissati in due nodi simultanei del secondario, si fece scorrere il condensatore lungo i fili del primario, nel mentre si osservava la scintillina fra le punte del solito spinterometro terminale. Potei così, senza alcuna difficoltà, riscontrare che la distanza esplosiva è massima, quando il condensatore mobile viene a trovarsi presso allo spinterometro eccitatore, o a distanze da esso multiple della semi-lunghezza d'onda [1]). Concludiamo che:

Quando la lunghezza del primario è maggiore dell'internodo, esistono più nodi anche nel primario: essi si possono porre in evidenza, sostituendo al ponte conduttore di Lecher un condensatore.

Per tutti i sistemi d'onde, un nodo si trova sempre là dove scocca la scintilla eccitatrice; il primario deve quindi considerarsi come chiuso dalla scintilla.

1) Le posizioni corrispondenti al massimo non sono rigorosamente equidistanti e variano un poco quando varia la capacità del condensatore; ma ciò si spiega bene come effetto di perturbazione qui introdotta dal condensatore, simile a quella che osservai col ponte.

SOPRA LA DISTRIBUZIONE DEL MAGNETISMO INDOTTO NEL FERRO

Nota di M. ASCOLI.

1. Nell' ultimo fascicolo degli Annali di Wiedemann per il 1893, il sig. O. Gotrian [1]) espone i risultati di una serie molto accurata di esperienze, colla quale, riprendendo gli studi di Feilitzsch (1850) studia la questione della *penetrazione* del magnetismo indotto nel ferro da un rocchetto magnetizzante. Il risultato, concorde con quello del Feilitzsch, è che la magnetizzazione si limita in gran parte agli strati superficiali, cioè non *penetra* che a piccola profondità.

Questa conclusione è basata sopra una falsa interpretazione dei risultati sperimentali.

Credo utile farlo notare e dimostrarlo perchè il fatto, se fosse vero, sarebbe molto importante.

Le esperienze del sig. Grotrian sono fatte sopra un cilindro di ferro pieno, lungo 10 cm. circa e del diametro di 3, e sopra cilindri cavi dello stesso ferro, della stessa lunghezza, ma aventi pareti di diverso spessore. Il Mm (momento magnetico) del cilindro pieno si trova di molto poco superiore, specie per non grandi f. m. (forze magnetizzanti) a quello dei tubi a parete sottile; ciò significa che la massa centrale non ha quasi effetto sul Mm, cioè (secondo Grotrian) non si magnetizza. Quest'ultima deduzione è erronea.

L' aggiunta della massa centrale, cioè l' aumento della sezione *metallica* del corpo, ha per conseguenza un grande aumento del magnetismo libero e quindi della forza smagnetizzante da esso esercitata; perciò il valore vero della f. m. in *tutti* i punti del nucleo resta molto al di sotto di quello del rocchetto senza nucleo (v. § 4 e 5). La conseguente diminuzione dell'I (Intensita della magnetizzazione), in tutti i punti del nucleo compresi quelli vicini alla superficie, può essere tale da compensare l'aumento del Mm che sarebbe dovuta alla maggior massa di ferro;

1) *Der Magnetismus eiserner Hohl-und Vollcylinder*. W. A. 1893, n. 12, p. 705

ma ciò non significa che le parti centrali dieno un contributo diverso dalle periferiche.

Se, nella rappresentazione grafica dei Mm, si prendessero per ascisse i valori *veri* della f. m. (non l'intensità della corrente, o i valori calcolati colle formole relative a un rocchetto senza nucleo), alle stesse ordinate, nelle curve relative a tubi di diverso spessore, corrisponderebbero ascisse tanto più piccole quanto maggiore è lo spessore e quindi le diverse curve si allontanerebbero le une dalle altre. In altri termini, nelle esperienze fatte colle medesime correnti, le f. m. vere sono grandi per le pareti sottili, minori per le grosse e possono essere piccolissime per il cilindro pieno.

2. *Cilindri di ugual lunghezza e di diversa sezione.* Una serie di esperienze da me eseguite l'anno scorso per altro scopo delle quali ho già pubblicato alcuni risultati [1]), mi permette di dare un'evidente dimostrazione di quanto ho asserito nel § precedente.

Le esperienze sono state eseguite sopra fasci cilindrici di fili di ferro tutti della medesima lunghezza (10 cm.) ma formati da un diverso numero di fili tutti tolti alla medesima matassa, e ciascuno del diametro di cm. 0,097. Nel 2° dei citati miei articoli ho dimostrato che i fasci di fili isolati non si comportano esattamente come cilindri massicci; ma nello stesso tempo ho trovato che la differenza è piccola ed equivale ad una piccola alterazione della permeabilità. Perciò i risultati ottenuti pei fasci si possono senz'altro applicare a cilindri di *uguale sezione metallica.*

Le misure sono fatte col metodo balistico; la disposizione delle esperienze fu descritta in una Nota precedente [2]). La spirale magnetizzante, lunga circa 38 cm. e del diametro di cm. 1,8 ha 67.9 spire per cm. e dà un campo costante per buon tratto dell'interno, campo di 85,3 unità c. g. s. per ogni ampère. Al centro del nucleo è collocata una spirale indotta lunga cm. 0.57 del diam. di cm. 1.43 con 50 spire di filo sottilissimo.

1) V. *L'Elettricista* pel 1893, pag. 138 e 201.
2) V. *Rend. dell' Acc. dei Lincei,* vol. II, pag. 30, 1893.

La deviazione balistica, ottenuta invertendo la corrente magnetizzante, dà, in unità arbitrarie, il flusso totale passante attraverso la spirale indotta; sottraendone il flusso proprio al campo si ottiene la quantità $4\pi IS$, S essendo la sezione del ferro, ed I l'intensità media in questa sezione. La correzione pel campo è fatta nel modo accennato nel mio lavoro sopra citato; sarebbe un errore, quando il cilindro ha grande sezione, sottrarre semplicemente la deviazione ottenuta senza ferro colla stessa corrente, poichè il nucleo altera profondamente il campo.

Nella seguente tabella (I) n indica il numero dei fili riuniti in fascio; d il diametro di un cilindro di ugual sezione ($d = 0{,}97\sqrt{n}$); $\lambda = l$; d la lunghezza espressa in diametri; Q la quantità osservata già corretta pel campo (e proporzionale ad I S); i l'intensità della corrente magnetizzante in ampère. Si sono esaminati 5 valori della corrente per ogni fascio; questi 5 non erano sempre esattamente gli stessi, ma le piccole differenze si ridussero per mezzo dell'interpolazione grafica.

Tabella I. — Valori di Q.

i	$n = 1$ $d = 0.097$ $\lambda = 103{,}0$	3 0.168 59,5	7 0,257 39,0	19 0.423 23,7	37 0,590 17,0	61 0,758 13,2	91 0,925 10,8
0,095	17,7	29,5	38,9	61,6	74,4	90,1	103,4
0,170	30,6	65,9	86,0	123,2	145,0	170,0	197,9
0,305	35,5	100,5	165,7	235,8	288,5	332,3	377,8
0,530	37,7	111,4	247,8	435,6	524,2	603,7	681,7
0,750	38,9	115,4	263,9	605,6	750,5	877,7	981,8

Durante le misure sopra fasci di più che 7 fili, nel circuito secondario si introducevano delle resistenze per tener la deviazione nei limiti convenienti. Di ciò è già tenuto conto nei numeri della tabella I.

Uno sguardo alla tabella mostra come, appena la sezione sia considerevole l'aggiunta di nuovi strati superficiali, specialmente per le piccole intensità dei piccolissimi aumenti della magnetizzazione. Ad esempio al filo unico aggiungendone 2, Q au-

menta di circa 12, mentre ai 61 aggiungendone 30 aumenta solo di 13; la stessa tendenza è manifesta anche per le maggiori intensità. L'aggiunta di strati superficiali produce dunque aumenti sempre minori nella I; onde si verrebbe alla conclusione opposta a quella del Grotrian; cioè parrebbe che il magnetismo fosse localizzato nelle regioni interne. Ma questa conclusione sarebbe errata al pari dell'altra.

I numeri della tabella I danno l'intensità al centro del nucleo. Il risultato notato diventa ancor più chiaro se si determina il Mm.

A questo scopo ho proceduto nel modo seguente. Dalla nota relazione

$$I = \frac{dM}{dv}$$

si deduce

$$M = \int I\, dv$$

dove v indica il volume ed I l'intensità magnetica nella direzione dell'asse (quella che si misura). Posto $dv = S dh$, dove S è la sezione, e dh un elemento dell'asse, avremo, se si contano le lunghezze a partire dal centro del nucleo

$$M = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} I\, S\, dh .$$

La quantità osservata in una sezione qualunque Q è $4\pi IS$ onde

$$M = \frac{2}{4\pi} \int_0^{\frac{l}{2}} Q\, dh.$$

Poniamo

$$y = \frac{Q}{Q_0} \qquad x = \frac{2h}{l}$$

dove Q_0 è il valore osservato al centro (quello della tab. I); y

esprimerà I in frazione del suo valore al centro, ed x la distanza dal centro in frazione della semilunghezza. Avremo.

$$M = \frac{Q_0 l}{4\pi} \int_0^1 y\, d x.$$

Il valore A dell'integrale dipende unicamente dalla legge con cui varia l'intensità della magn. lungo il nucleo, legge che è la stessa per tutti i cilindri simili; cioè A dipende solo, per una data sostanza magnetica, dal valore di $\frac{l}{d}$. In una serie di esperienze [1]), sulla quale dovrò tornare, ho determinato per cilindri di ugual sezione e di diversa lunghezza (cioè per diversi valori di $\frac{l}{d}$), l'I in diverse sezioni, e quindi per ogni cilindro e per parecchie intensità della corrente, ho potuto tracciare la curva xy. La figura 1 dà, come esempi o le curve ottenute colla intensità

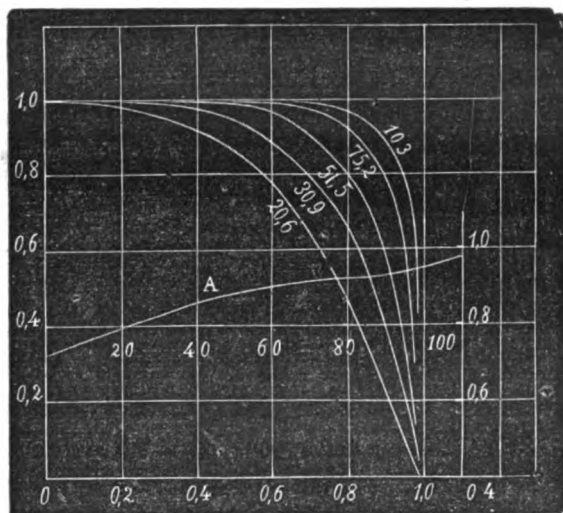



Fig. 1.

$i = 0{,}750$ per i valori di λ segnati presso alle curve stesse. Le aree di queste curve dànno il valore di A; esso sarebbe uguale

1) Vedi *L'Elettricista*, 1893, p. 138.

all' unità se l'I fosse costante. Da questa serie ho dedotto, per interpolazione grafica, i valori di A relativi a quelli di i e di λ della tabella I [1]).

TABELLA II. — Valori di A.

i	λ=103	59.5	39.0	23.7	17.0	13.2	10.8
0.095	0.716	0.700	0.686	0.669	0.660	0.655	0.650
0.170	0.752	0.722	0,703	0.680	0.669	0.662	0.654
0.305	0.826	0.769	0,731	0.685	0.679	0.669	0.659
0.530	0.854	0.795	0.760	0.730	0.716	0.713	0.703
0.750	0.887	0.823	0.793	0.766	0.755	0.750	0.748

Questi valori diminuiscono al diminuire di λ; per essi si devono moltiplicare quelli di Q_0 per avere il Mm; si vede dunque che l'andamento sopra notato per Q_0 risulterà ancora più evidente pel Mm. Il prodotto $\frac{A\, Q_0\, l}{4\pi}$ ($l = 10$) si riduce in misura assoluta moltiplicando per 0.2714, coefficiente determinato approssimatamente mediante il campo dell'elica senza nucleo. Si hanno così i seguenti valori.

TABELLA III. — Valori di M.

i	λ=103	59.5	39.0	23.7	17.0	13.2	10.8
0.095	34.4	56.1	72.5	112.0	133.4	160.4	182.6
0.170	62.5	148.9	167.3	227.7	263.6	305.8	351,7
0.305	79.9	210.0	329.2	445.3	532.3	604.1	676.6
0.530	87 5	240.7	511.8	864.1	1015.7	1169 5	1302.4
0.750	93.8	258.1	568.7	1260.7	1529.6	1789.1	1995.1

Le linee della figura 2 rappresentano i dati della tabella III, le ascisse sono i valori di i, le ordinate quelli di M. Il loro an-

1) La linea A dà i valori di A in funzione di λ (l'asse delle ordinate è a destra).

damento è identico a quelle del sig. Grotrian. La poca efficacia degli ultimi strati superficiali, ossia dell'aumento della sezione

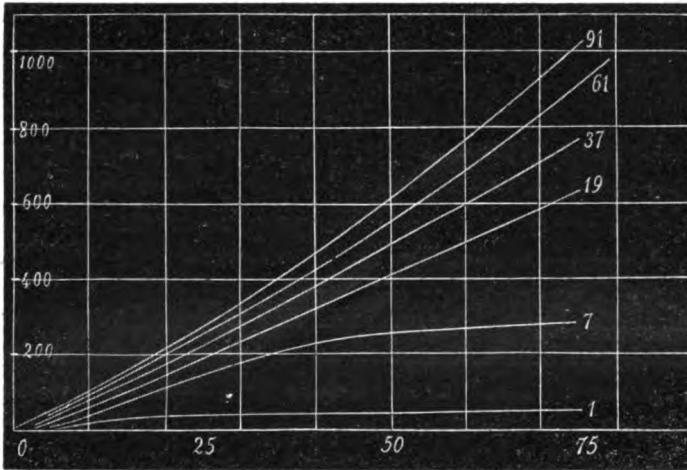



Fig. 2.

oltre certi limiti è mostrata a evidenza delle linee della fig. 3 che per le intensità 0.75, 0.305 dànno M in funzione della sezione (cioè del numero di fili *n*).

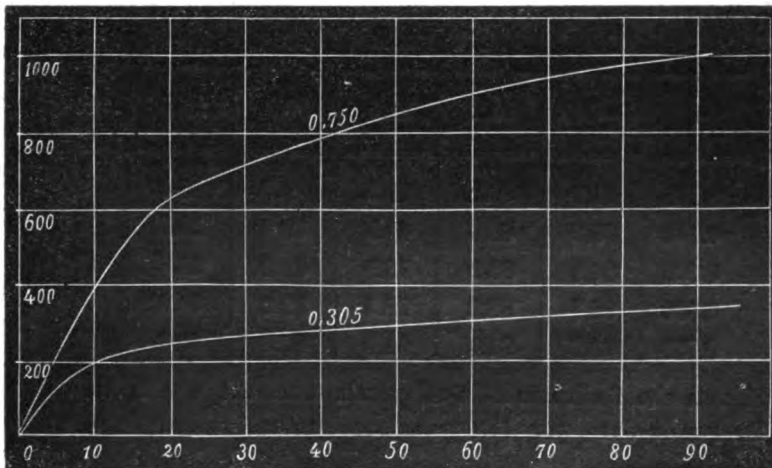



Fig. 3.

È dunque chiaro che coll'aumentare la sezione di un cilindro sottile si ottiene l'effetto stesso che coll'aumentare lo spes-

sore della parete d' un cilindro cavo. Se nel 2° caso si potesse concludere che la magnetizzazione è localizzata alla superficie, nel 1° si verrebbe alla conclusione opposta che la magn. è localizzata in vicinanza all' asse [1]).

3. *Cilindri di ugual sezione e di diversa lunghezza.* Un confronto concludente tra il magnetismo di diversi corpi non può esser fatto che quando si possa calcolare il valor vero della f. m. o almeno operare con f. m. vere uguali. Ciò si può fare con cilindri molto lunghi nel campo uniforme di un lungo rocchetto; oppure con cilindri simili, perchè, per la legge di simiglianza (Thomson), questi nei punti omologhi hanno lo stesso valore della f. m. Il primo modo esige che anche i cilindri più grossi sieno lunghi parecchie centinaia di diametri. Le esperienze, che ho citato sopra, fatte sopra fili di ugual sezione e diverse lunghezze, mi permettono di confrontare ciascuno dei 7 cilindri sopra studiati con un cilindro simile ma di sezione diversa.

Le misure sono fatte sopra un pezzo dello stesso filo che ha servito prima, lungo inizialmente 20 cm. e poi ridotto man mano a lunghezze minori tagliandone uguali tratti ai due estremi. I numeri ottenuti col metodo di prima sono i seguenti, già corretti e ridotti alle intensità delle esperienze precedenti.

TABELLA IV.

i	$\lambda=103$	75.2	51.5	30.9	20.6	12.4
0.095	41.9	29.2	17.3	9.7	5.4	3.0
0.170	75.0	68.6	41.5	19.6	10.7	5.7
0.305	84.1	83.9	75.9	40.9	21.7	11.2
0.530	88.7	88.9	88.5	72.2	40.0	20.0
0.750	90.7	91.1	91.0	87.2	56.8	29.1

Si noti che l' elica indotta adoperata non era quella di prima. Da questi dati, per interpolazione grafica, si dedussero quelli

1) L' andamento in questione è, e dev' essere, più accentuato per cilindri corti e cavi che pei pieni, perchè, come mostrerò più innanzi, a parità di sezione, i primi hanno una reazione minore dei secondi, ossia assottigliando la parete del tubo la f. m. vera aumenta più rapidamente che diminuendo la sezione di un cilindro pieno.

corrispondenti ai valori di λ della I; moltiplicati per i valori di A della tab. II e pel coefficiente 0.1220 determinato come sopra (§ 2) per la riduzione in misura assoluta, dànno il rapporto $\frac{M}{l}$ (tab. V)

Tabella V. — Valori di $\frac{M}{l}$.

i	$\lambda=103$	59.5	39.0	23.7	17.0	13.2	10.8
0.095	3.66	1.83	1.01	0.55	0.36	0.27	0.19
0.170	6.88	4.54	1.89	1.13	0.66	0.49	0.40
0.305	8.47	7.95	4.96	2.29	1.36	0.87	0.73
0.530	9.24	8.60	7.96	4.46	2.57	1.84	1.37
0.750	9.81	9.15	8.70	6.68	4.00	2.80	2.18

Eseguendo il rapporto tra i valori di $\frac{M}{l}$ trovati per i fasci nel § precedente, cioè i valori della tabella III divisi per 10, e i corrispondenti valori della tabella V si trova:

	0.94	3.07	7.16	20.5	36.8	59.0	96.0
	0.91	3.28	8.71	20.2	39.5	62.1	88.2
	0.94	2.64	6.64	19.5	39.2	69.7	92.5
	0.95	2.80	6.44	19.4	39.6	63.4	94.9
	0.96	2.82	6.53	18.9	38.3	63.9	91.5
Medie	0.94	2.92	7.09	19.7	38.7	63.8	92.8

I rapporti delle sezioni, cioè dei numeri di fili sono (tabella I).

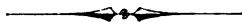
1 3 7 19 37 61 91

Questi numeri si possono ritenere coincidenti con molta esattezza colle medie precedenti, se si tien conto dell' ordine di grandezza dei numeri adoperati, delle differenze magnetiche esistenti tra diversi pezzi dello stesso filo e tra fasci e cilindri compatti, e finalmente di alcune correzioni che si sono trascurate [1]). Resta così provato che, operando nel medesimo campo *vero* i mo-

1) V. *Elettricista*, 1893, p. 201.

menti magnetici oltre che alla lunghezza sono esattamente proporzionali alla sezione anche quando questa varia nel rapporto di 1 a 91. Ciò prova, non che la magnetizzazione sia uniforme nella sezione, ma che è ugualmente distribuita nelle sezioni piccolissime e nelle grandissime, ed esclude qualsiasi ostacolo alla penetrazione della magnetizzazione nelle parti interne di masse di ferro dolce.

Anche la *resistenza magnetica* risulterà quindi effettivamente inversamente proporzionale alla sezione. Quando il nucleo è un cilindro corto la forza magnetomotrice $\int H\, dx$ che non è più calcolabile colla espressione $4\pi n i$, perchè la f. m. non è più $\frac{4\pi n i}{l}$; vedremo più avanti che per un cilindro lungo circa 3 diametri, essa può esser ridotta alla 50ª parte di questo valore! Del resto è noto che l'equazione semplice dei circuiti magnetici non vale esattamente per circuiti chiusi *perfetti*.

Nelle dinamo il circuito magnetico non è perfetto; ma è ben lungi dall'esser così imperfetto come sarebbe quello degli elettromagneti delle dinamo stesse, se i poli non fossero avvicinati tra loro e non comprendessero il ferro dell'armatura. Perciò nelle dinamo la diminuzione del campo è molto minore che nei casi sopra contemplati.

SOPRA UN MOTORE ELETTRICO SINCRONO A CORRENTE ALTERNATIVA

Nota del Prof. GALILEO FERRARIS.

In una recente Memoria [1]) ho esposto un metodo per la trattazione dei vettori rotanti e dei vettori alternativi, ed ho dimostrato con alcuni esempi di applicazione come esso possa tornare utile nella interpretazione di molti fenomeni e nella espo-

1) *Un metodo per la trattazione dei vettori rotanti od alternativi ed una applicazione di esso ai motori elettrici a correnti alternate,* — *Nuovo Cimento* — Serie Terza, Tomo 35, p. 99 (Marzo 1894).

sizione in forma chiara ed affatto elementare delle proprietà fondamentali di molti apparecchi elettrotecnici.

In quella Memoria io mi sono limitato ad applicare il nuovo metodo allo studio de' principali motori elettrici a correnti alternative oggi in uso. Ma il metodo mette anche in evidenza la possibilità di nuove combinazioni; ed io credo di fare cosa non inutile accennando ad una di tali combinazioni, la quale è suscettibile di pratiche applicazioni.

Il metodo da me esposto nella Memoria ricordata si appoggia sopra le tre seguenti proposizioni:

1° Un vettore alternativo sinusoidale di direzione fissa si può sempre considerare come risultante di due vettori uguali rotanti l'uno verso la destra l'altro verso la sinistra colla medesima frequenza. La frequenza dei due vettori rotanti è uguale a quella del vettore alternativo e la grandezza costante comune di essi è uguale alla metà dell'ampiezza del vettore alternativo medesimo.

2° Se sono dati due gruppi di vettori, e se in un dato istante sono: a la grandezza di uno qualunque dei vettori del primo gruppo, b quella di uno qualunque dei vettori del secondo gruppo, A il valore istantaneo del vettore risultante di tutti i vettori a, B quello del risultante dei vettori b, ϕ l'angolo compreso tra un vettore a ed un vettore b e Φ l'angolo di A con B, si ha

$$\Sigma\, ab \cos \phi = \mathrm{AB} \cos \Phi,$$

$$\Sigma\, ab \,\mathrm{sen}\, \phi = \mathrm{AB}\,\mathrm{sen}\, \Phi.$$

3° Sieno a e b due vettori rotanti colle frequenze m ed n; si considerino queste frequenze come aventi il medesimo segno o come aventi segni opposti, secondochè le rotazioni avvengono nel medesimo verso od in versi opposti, e si rappresenti con ϕ l'angolo, funzione del tempo, che i due vettori fanno l'uno coll'alro. Allora, se $m = n$, i prodotti

$$ab \cos \phi \qquad \text{ed} \qquad ab \,\mathrm{sen}\, \phi$$

hanno valori costanti; se m ed n non sono uguali, tali prodotti sono variabili ed il loro valore medio calcolato per un tempo

uguale ad un multiplo di $\frac{1}{m-n}$, o per un tempo molto lungo a fronte di $\frac{1}{m-n}$, è uguale a zero, o piccolissimo.

Per mezzo di queste proposizioni ho presentato, nella citata Memoria, la teoria di un motore a corrente alternata sincrono ordinario nella seguente forma elementare. Il motore è semplicemente un ordinario alternatore; e se per semplicità noi lo supponiamo bipolare esso si riduce a ciò: una armatura consistente in una spirale a spire parallele rotante in un campo magnetico. L'armatura è percorsa da una corrente elettrica alternativa di frequenza n ed il campo magnetico, prodotto da magneti eccitati con una corrente continua, è costante. La corrente alternativa dell'armatura equivale ad un magnete il cui momento magnetico è rappresentabile con un vettore alternativo avente la direzione dell'asse della spirale ed una grandezza uguale al prodotto della superficie totale della spirale per la intensità della corrente in misura elettromagnetica assoluta. Questo vettore alternativo poi si può scomporre in due vettori rotanti l'uno, d, a destra e l'altro, s, a sinistra, le frequenze dei quali, relativamente all'armatura considerata come fissa, sono rispettivamente $+n$ e $-n$. Se l'armatura ruota colla frequenza $+n$, i due vettori rotanti sovraddetti rotano nello spazio colle frequenze $n+n$ ed $n-n$; il primo ruota con una frequenza doppia di quella dell'armatura, ed il secondo rimane immobile in una direzione fissa, la quale fa un determinato angolo costante φ colla direzione del campo magnetico. Il momento della coppia esercitata dal campo magnetico fisso sul magnete rotante d ha un valore medio uguale a zero, ma quello della coppia esercitata su s ha un valore costante. Se si rappresenta con B il valore costante della induzione nel campo magnetico, il momento della coppia è

$$Bs \operatorname{sen} \varphi.$$

La coppia tende a chiudere l'angolo φ; aiuta od osteggia il movimento secondochè la direzione fissa di s, che è quella dell'asse dell'armatura nel momento in cui la corrente in essa ha la massima intensità, si trova a sinistra oppure a destra della

direzione di B. Nel primo caso l'apparecchio funziona come motore elettrico, nel secondo esso funziona come dinamo.

Ora consideriamo ancora lo stesso apparecchio, ma supponiamo che il campo magnetico, nel quale gira l'armatura, invece di essere costante, sia un campo alternativo di frequenza n uguale a quella della corrente dell' armatura medesima; supponiamo in altri termini che i magneti di campo sieno eccitati non più con una corrente continua, ma colla stessa corrente alternativa che si ha nell'armatura, o con un'altra corrente alternativa di uguale frequenza. Possiamo dimostrare facilmente che anche in questo caso si può far funzionare l'apparecchio come una dinamo oppure come un motore sincrono, e che a tale uopo basta far rotare l'armatura con una velocità tale che essa faccia $2n$ giri al minuto secondo.

Infatti il campo magnetico alternativo equivale a due campi rotanti, l'uno, D, verso la destra, e l'altro, S, verso la sinistra colle frequenze $+ n$ e $- n$. Ora imprimiamo all'armatura una rotazione, per esempio a destra, colla frequenza $2n$. Dei due magneti rotanti d ed s, ai quali l'armatura equivale, l'uno, il d, girerà allora nello spazio colla frequenza $2n + n = 3n$; l'altro, l's, girerà nel medesimo verso colla frequenza $2n - n = n$. Il valore medio dei momenti delle coppie esercitate su d da D e da S, e quello della coppia di S su s saranno nulli; ma lo stesso non sarà della coppia esercitata su s da D, poichè s e D gireranno entrambi a destra colla medesima frequenza e perciò conserveranno tra loro una distanza angolare φ costante. La coppia mutua avrà adunque un momento costante. Essa tenderà a chiudere l'angolo φ. L'apparecchio funzionerà come dinamo o come motore secondochè s precederà D oppure lo seguirà.

Si ha così un motore sincrono a campo alternativo. La teoria di esso, che noi abbiamo esposto in forma elementare pel caso semplice di un apparecchio bipolare, si estende senza difficoltà al caso di un apparecchio multipolare.

Il motore, come tutti i motori sincroni, non comincia a funzionare se prima di caricarlo non gli si è impressa la velocità di regime; e questa nel caso attuale è uguale al doppio di quella colla quale il motore lavorerebbe quando il suo campo magnetico fosse eccitato con una corrente costante. Ma non è difficile imma-

ginare artifizi atti ad avviare il motore analoghi a quelli già in uso per motori di altre specie. Così per esempio si può munire un motore a $4n$ poli di un commutatore mediante il quale, nel periodo di avviamento, si possa farlo funzionare come un motore bifase a soli $2n$ poli, facendo passare in $2n$ spirali una corrente di fase spostata rispetto a quella che passa per le altre $2n$ alternate colle prime. Per tal modo si può far acquistare all'armatura una velocità molto prossima a quella del sincronismo della macchina a $2n$ poli, che è appunto il doppio di quella del sincronismo per la macchina a $4n$ poli. Quando tale velocità è approssimativamente raggiunta, per mezzo del commutatore si inseriscono tutte le $4n$ spirali in serie, od in parellelo, od in gruppi, in un medesimo circuito, ed il motore prende a funzionare normalmente come sincrono nel modo che abbiamo spiegato. Per la produzione della corrente ausiliaria di fase spostata adoperata nel periodo di avviamento si può adoperare l'artifizio impiegato dal Brown pei motori asincroni monofasi, od altri consimili artifizii noti.

SULLA DIFFERENZA DI POTENZIALE FRA LE SOLUZIONI ALCOOLICHE ED ACQUOSE DI UN MEDESIMO SALE

Sunto di due Note del Dott. ADOLFO CAMPETTI.

(*Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino.* Vol. XXIX, 1893).

L'A. si propone di determinare le forze elettromotrici, che si presentano alla superficie di contatto fra le soluzioni acquose ed alcooliche di un medesimo sale, e verificare poi se i risultati dell'esperienza siano in accordo con quelli che si possono dedurre da considerazioni teoriche ed in specie dalla teoria delle soluzioni.

Prima di procedere alla descrizione delle sue esperienze l'A. premette alcuni cenni storici e, siccome la determinazione della forza elettromotrice nel caso da lui studiato è un caso particolare della determinazione della forza elettromotrice alla superficie di

contatto tra due soluzioni qualunque, l'A. dà a questo riguardo un cenno dei lavori del Fechner [1], Wild [2], Smith [3], E. Du Boys-Reymond [4], W. Müller [5], Helmohltz [6], Planck [7], Nernst [8], Bichat et Blondot [9], Paschen [10]).

Siccome solo le esperienze di questi due ultimi danno *direttamente* la differenza di potenziale tra due soluzioni ed il metodo elettrometrico di Bichat e Blondot non sarebbe facilmente applicabile al caso studiato dall'A., questi ricorre al metodo del Paschen dell'*elettrodo a goccie* (Tropfelektrode) colla sola differenza che Paschen adopera per le misure dell'elettrometro capillare il metodo del manometro, mentre l'A. si serve del metodo di compensazione mediante una forza elettromotrice ausiliaria.

I sali adoperati sono il cloruro di ammonio, litio, calcio, rame, zinco e cadmio, e l'ioduro di zinco e cadmio: speciali precauzioni vengono prese dall'A. per mantenere costante il titolo dell'alcool durante il corso delle esperienze su questi sali.

L'A. espone in apposite tabelle i risultati delle esperienze, dalle quali si può concludere che per tutti i sali esaminati la differenza di potenziale tra le soluzioni alcooliche e acquose è sempre del medesimo segno: se si fa eccezione per il cloruro di rame e l'ioduro di cadmio, cresce colla concentrazione della soluzione acquosa.

Restava all'A. a vedere, se i valori ottenuti sperimentalmente concordano con quelli che si possono ricavare da considerazioni teoriche sulla natura delle soluzioni analogamente a quanto è stato fatto da Nernst e Plank per differenze di potenziale tra soluzioni acquose.

Per questo conviene conoscere i valori di u e v velocità del catione e dell'anione del sale disciolto, tanto per l'uno, quanto per

1) Fechner, *Pogg. Ann.* 48, 1839.
2) Wild. *Pogg. Ann.* 103, 1858.
3) Smith. *Pogg. Ann.* 109, 1860,
4) E. Du Boys Reymond. Reichert's und E. Du Boys-Reymond's Archiv. Jahrgang. 1867.
5) Worm Müller. *Pogg. Ann.* 140, 1870.
6) Helmholtz. *Wied. Ann.* III, 1877.
7) Nernst. *Zeit. für physikalische Chemie.* 188-89.
8) Plank. *Wiedemann Ann.* 39 e 40.
9) Bichat et Blondot. C. R. 97. *Journal de Physique.* 2, 1883.
10) Paschen. *Wied. Ann.* 1891 3. 41.

l'altro solvente e questo richiede di avere determinato, oltre alle conducibilità molecolari il numero di trasporto per alcuno dei sali adoperati. Siccome le determinazioni eseguite finora per conoscere i numeri di trasporto relativi ai varii sali si riferiscono tutte a soluzioni acquose dei sali stessi, nella seconda nota l'A. si occupa in primo luogo di determinare il numero di trasporto per le soluzioni alcooliche dei cloruri di zinco, ammonio, litio: solo però le esperienze col cloruro di litio — adoperando come anodo, in alcune cadmio amalgamato, in altre zinco amalgamato danno buoni risultati. — Per maggior sicurezza a causa dell'importanza che ha, per lo scopo dell'A., la determinazione dei numeri di trasporto, l'A. fa le determinazioni con due apparecchi. Il primo è tutto di vetro, senza membrane, molto simile a quello adoperato dal Bein nelle sue recenti ricerche; il secondo è formato da due vasetti di vetro muniti a $^2/_3$ del fondo di una tubulatura laterale di pochi cm. di lunghezza: questi vasetti sono disposti verticalmente ed immersi al disotto della tubulatura, nell'acqua: le tubulature sono riunite mediante tubi di *caoutchou* ad un tubo di vetro.

Coi dati delle sue esperienze sulla soluzione alcoolica di cloruro di litio e cogli altri dati noti relativi ai numeri di trasporto in soluzioni acquose ed alle conducibilità molecolari dei sali adoperati l'A. calcola le velocità relative degli ioni per alcune delle soluzioni adoperate ed applica i valori ottenuti alla verificazione della formula del Plank, la quale dà la differenza di potenziale tra due soluzioni di elettroliti binari qualunque, note le concentrazioni e le velocità degli ioni. La formula generale (per la quale si richiede che gli ioni siano monovalenti) è

$$(1) \qquad P_2 - P_1 = 0{,}02507 \log \text{nat}\, \chi = 0{,}0576 \log_{10} \chi$$

dove χ deve calcolarsi dall'equazione trascendente

$$\frac{\chi C_2 U_2 - C_1 U_1}{C_2 V_2 - \chi C_1 V_1} = \frac{\log \frac{C_2}{C_1} - \log \chi}{\log \frac{C_2}{C_1} + \log \chi} \cdot \frac{\chi C_2 - C_1}{C_2 - \chi C_1}$$

essendo C_1 e C_2 le concentrazioni; U_1 V_1; U_2, V_2 le velocità relative degli ioni dei due sali; i logaritmi possono prendersi a base 10.

L'A. dalle sue verifiche conclude che la formula (1) non è applicabile al suo caso. A questo proposito nota che il Negbaur [1]) dopo avere determinato una serie di forze elettromotrici fra soluzioni acquose, enuncia l'ipotesi, non appoggiata del resto da esperienze, che il *solvente non debba avere alcuna influenza* sulla forza elettromotrice, e osserva che risulterebbe colle ipotesi di Negbaur che se le velocitá degli ioni nei due solventi fossero diverse, dovrebbe essere applicabile la formula di Planck, ciò che sarebbe in contraddizione coi resultati delle sue esperienze.

Ma già Nernst [2]) ha notato che la ipotesi di Negbaur non può ritenersi giusta, giacchè, trattandosi di due solventi, intervengono, alla superficie di contatto delle due soluzioni, nuove forze di natura elettrostatica. A questo proposito Nernst osserva [3]) che conviene tener conto del *coefficiente di spartizione* del sale fra i due solventi.

Se infatti poniamo a contatto due soluzioni, anche equivalenti, di un sale in due solventi differenti, una certa quantità di sale passerà dall'una all'altra finchè non si sia raggiunto uno stato d'equilibrio dipendente dalla natura del sale adoperato e dei solventi. Ma, poichè l'anione e il catione hanno velocità differenti, questo passaggio non si effettuerebbe in quantità chimicamente equivalenti, vale a dire si avrebbero ioni liberi alla superficie di separazione delle due soluzioni, se non intervenissero altre forze oltre a quelle che pongono in moto gli ioni. Ma poichè l'osservazione ci dice che non si ha presenza di ioni liberi alla superficie di separazione, deve nascere un'altra forza di natura elettrostatica e dipendente dal *coefficiente di spartizioni* del sale tra i due solventi.

L'A. conclude che si vede dunque come, per calcolare le differenze di potenziale tra le due soluzioni, sia necessario tener conto di questa quantità; converrebbe perciò che essa fosse nota pei varii sali; oltre a ciò l'ottenere una formula che ne tenga

1) Negbaur, *Wied. Ann.*, 44, 1891.
2) Nernst, *Wied. Ann.*, 45, 1892.
3) Nernst, *Zeit. für physikalische Chemie*, 1890, p. 36.

conto è un problema matematico che si presenta assai complicato.

Nota infine l'A. che dal suo lavoro seguirebbe che il rapporto delle velocità dei due ioni non è lo stesso nell'acqua e nell'alcool, vale a dire che il rapporto $\frac{v}{u}$ dipende dal solvente; tuttavia sarebbe desiderabile di eseguire a questo proposito nuove e più numerose esperienze, specialmente con soluzioni più diluite ed in varii solventi.

L'A. si propone di ritornare su queste esperienze, se ne avrà l'opportunità.

E. Crescini.

RIVISTA

Comptes Rendus, — Marzo 1894.

10. — Lucien de la Rive. *Sull'assorbimento dell'energia in un filo elastico* (pp. 522-524). — Quando si fa oscillare un pendolo, di cui la massa sia unita ad un punto fisso per mezzo di un filo elastico, si osserva una diminuzione graduale dell'ampiezza di oscillazione, che è superiore a quella dello stesso pendolo libero. Oltre dunque al decremento di oscillazione dovuto alla resistenza dell'aria se ne ha uno per effetto del filo elastico. Per le sue ricerche l'A. si è servito del pendolo descritto in una Nota precedente [1]) ed ha verificato che l'accennato decremento soddisfa alle tre leggi seguenti:

1.° Per un medesimo filo il decremento è in ragione inversa della lunghezza di filo impiegata, rimanendo costante la tensione media.

2.° Per due fili di sezioni differenti è proporzionale alla sezione, restando pure costante la tensione media.

3.° Esso diminuisce quando la tensione media aumenta.

L'A. mostra poi le due proprietà che:

« Il cammino assintotico di due pendoli collegati da un fi-
« lo elastico verso uno stato oscillatorio unico, con tensione co-

1) *Nuovo Cimento*. Serie Terza, Tomo 35, pag. 143 (Marzo 1894).

« stante del filo, è una conseguenza dello smorzamento dovuto « al filo.

« L'energia assorbita dal filo elastico per mezzo del quale si « effettua una trasmissione d'energia è analoga al calor di Joule « in un circuito voltaico ».

EUGENIO SEMMOLA. *Produzione di un suono, in un microfono, sotto l' azione di una radiazione termica intermittente* (p. 525). — È il sunto di una Nota già riportata in largo sunto dal *N. Cimento* [1]).

11. — C. MALTÉZOS. *Sulla depressione capillare barometrica* (pp. 583-585). — In questa Nota l' A. mostra che, per la difficoltà che si incontra a determinare per ogni barometro e per le varie temperature la costante capillare, non può farsi assegnamento sulle Tavole e sulle formole capillari esistenti per la valutazione della depressione barometrica capillare, e ritiene che debba usarsi piuttosto il metodo pratico che consiste nel prendere il valore medio della depressione, dato dalla comparazione del barometro in esame con un barometro normale, per una quindicina di giorni. Il meglio poi sarebbe che questa comparazione avesse luogo in giorni di temperature e pressioni atmosferiche diverse per potere, per ogni barometro, fare una tavola empirica della depressione media corrispondente ad ogni valore della freccia del menisco.

J. MACÉ DE LÉPINAY. *Acromatismo e cromatismo delle frange di interferenza* (pp. 585-588. — In questa Nota l'A. cerca di completare in alcune parti gli studi fatti dal Cornu, dal Mascart, dal Rayleigh sui fenomeni di acromatismo che presentano le frange di interferenza, a luce bianca, sotto l'influenza del potere dispersivo dei mezzi interposti fra la sorgente e l'occhio dell' osservatore. Esso studia le colorazioni delle frange in vicinanza delle regioni acromatizzate.

12-13. — L. HOULLEVIGUE. *Sulle variazioni dell'effetto Peltier prodotte dalla calamitazione* (pp. 629-631). — Fondandosi sulle esperienze di W. Thomson, di Grimaldi e di Chassagny e sopra considerazioni teoriche l'A. perviene alla conclusione che in una coppia termoelettrica rame-ferro se il ferro è calamitato longitudinalmente l'effetto Peltier aumenta con l' intensità del campo magnetico fino ad un certo limite, oltre il quale probabilmente diminuisce. Se invece il ferro è calamitato trasversalmente l' effetto Peltier diminuisce. Il nichel si comporta come il ferro calamitato longitudinalmente. Col bismuto puro, magnetizzato fortemente, tanto in senso longitudinale che trasversale l' effetto aumenta; diminuisce invece col bismuto del commercio.

1) *Nuovo Cimento*. Serie Terza, Tomo 35, pag. 136 (Marzo 1894).

N. Piltchikoff. *Nuovo metodo per studiare la convezione elettrica nei gas* (pag. 631-632). — L'A. ha collocato una punta al disopra di uno strato d' olio di ricino, contenuto in un vaso metallico, elettrizzato di segno contrario all' elettricità della punta, ed ha osservato sulla superficie del liquido una larga depressione. Al centro di questa depressione primaria si forma una serie di depressioni secondarie se si avvicina maggiormente la punta al liquido; e se si collocano fra la punta e l' olio varî schermi si vede che:

1.° Ogni schermo produce nella depressione primaria un sollevamento simile all' ombra geometrica che produrrebbe la punta supposta luminosa.

2.° In queste, che l' A. chiama *ombre elettriche,* non si osservano mai depressioni secondarie.

3.° Tutti i punti del liquido situato nell' ombra elettrica sono allo stesso livello del liquido esterno alla depressione primaria.

Fondandosi su questi fatti l'A. cerca di spiegare il meccanismo della convezione elettrica nei gas.

A. Blondel. *Applicazione del metodo vettoriale agli apparecchi a campo girante asincroni* (pp. 633-636). — L' A. applica il metodo indicato in una precedente Nota [1]) alla teoria elementare degli apparecchi asincroni costituiti da un sistema *primario* a correnti polifasi e da un sistema *secondario* a spire chiuse, nel quale il primario produce per induzione un altro sistema di correnti polifasi.

Maurice de Thierry. *Sopra un nuovo apparecchio detto* **monocromatoscopio** (pp. 635-638). — In questa Nota l' A. descrive un apparecchio da lui immaginato, e chiamato *monocromatoscopio,* il quale è destinato a studiare il colore proprio dei corpi e permette di osservare con la più grande facilità le sostanze pulverulente o polverizzate in un colore semplice determinato.

A. Bartorelli.

Journal de Physique — Marzo 1894.

G. Lippmann. *Sulla teoria della fotografia dei colori semplici e composti col metodo interferenziale* (pp. 97-107). — Si può fissare l'immagine della camera oscura coi suoi colori, impiegando uno strato sensibile trasparente e continuo, di spessore sufficientemente grande, addossato durante la posa ad una superficie riflettente, che è comodo di costituire con uno strato di mercurio. L' imma-

1) *Nuovo Cimento.* Serie Terza, Tomo 35, pag. 144 (Marzo 1894)

gine si sviluppa e si fissa col mezzo dei reattivi usati in fotografia. Se si guarda per riflessione lo strato, dopo seccato, esponendolo alla luce bianca si ritrova fedelmente riprodotta l' immagine della camera nera. Il fenomeno è dovuto alle interferenze luminose.

L' A. stabilisce in questa Nota la teoria analitica del fenomeno dividendo lo studio in due parti, col considerare dapprima il caso semplice in cui l' impressione fotografica è prodotta da una luce omogenea, e poi il caso generale in cui l' impressione è prodotta da luce eterogenea.

A. Potier. *Sulla propagazione dell' elettricità lungo i conduttori* (pp. 107-110). — L' A. considera un sistema di conduttori cilindrici, indefiniti e tutti paralleli fra loro, e suppone che siano la sede di correnti variabili rapidissimamente. Queste correnti penetrano com' è noto, tanto meno profondamente nei conduttori quanto più rapide sono le loro variazioni e quanto meno elevata è la resistenza specifica; e l' A. suppone che esse siano interamente superficiali, perchè questa condizione ritiene necessaria per dare un significato preciso alle parole *velocità di propagazione lungo un conduttore.*

Col suo studio analitico fondato su tale ipotesi l' A. ritrova dei caratteri comuni alle due teorie di Maxwell e di Weber, e conclude quindi che le verificazioni sperimentali portate sopra uno di questi caratteri (come le ultime ricerche del Blondlot) non costituiscono un'esperienza decisiva; ma che bisogna piuttosto attualmente distinguere con cura, fra i fatti sperimentali, quelli che sono inconciliabili con l' antica teoria.

A. Bartorelli.

The Physikal Review. — New York, Vol I, N.° 5. Marzo-Aprile, 1894.

S. H. Carhart. *Se la conduttività elettrica del rame dipenda dal mezzo ambiente* (pp. 321-337). — F. Sanford (*Phil. Mag.* XXXV. 1893) era giunto alla conclusione che la resistenza elettrica del rame dipende dal dielettrico ambiente. L'A. della memoria attuale descrive una lunga serie d'esperienze (eseguite sotto la sua direzione da Hugh Rodmann e F. L. Keeler) e conclude invece, che il mezzo ambiente non ha influenza sensibile sulla detta resistenza.

Il filo da studiare venne circondato successivamente dai dielettrici seguenti: aria, alcool, cherosene e miscuglio d'alcool e cherosene. La resistenza fu trovata in ogni caso la stessa fra le tem-

perature 21° e 30°. Tenendo conto della grande sensibilità degli apparecchi usati (superiore a quella indicata dal Sanford) e delle molte esperienze fatte, l' A. ritiene che le misure del Sanford sieno affette da qualche errore sistematico.

Erving S. Ferry. *Intorno all' uso fotometrico di dischi rotanti con fenditure settoriali* (pp. 338-345). — Quando, nelle misure fotometriche, si usano tali dischi si ammette che il rapporto fra la quantità di luce trasmessa e la quantità totale di luce incidente sia eguale al rapporto fra la somma delle aperture del disco e l'area totale del disco. Però vari sperimentatori hanno osservato, che l' intensità luminosa di un arco voltaico dedotta con questo metodo, è talvolta molto inferiore a quella ottenuta con altri. L'A. della presente Memoria si occupa di tale anomalia.

Dalle sue esperienze risulta che, mentre è fisicamente vero il principio sorvraricordato, tuttavia l' effetto retinico della luce trasmessa non è sempre proporzionale al rapporto fra l' apertura totale del disco e l'intero disco. Con miscugli di luci contenenti elementi di differente luminosità, un disco rotante non intercetta tutti gli elementi in egual misura, ma in maggior copia quelli di piccola luminosità. Per qualunque luce l' errore aumenta col diminuire dell' apertura del disco. Con le ordinarie sorgenti luminose, l'errore è trascurabile quando l' apertura totale del disco è superiore alla metà dell' intero disco; ma questo errore aumenta rapidamente col diminuire dell' apertura.

L'A. descrive infine alcune esperienze relative all'azione della luce intermittente sulla retina e trova una riconferma della legge di Helmholtz, cioè che se un punto della retina è eccitato da una luce soggetta a variazioni regolari e periodiche, aventi un periodo sufficientemente breve, l' impressione che si produce è continua; vale a dire identica a quella che si produrrebbe se la luce, emessa durante ogni periodo, fosse distribuita uniformemente per tutto il periodo.

J. O. Thompon. *Sull' elasticità di trazione* (pp. 346-350). — Sono esperienze che fanno seguito a quelle già intraprese dall' A. fino dal 1891 e delle quali è stato pubblicato un resoconto nel *Nuovo Cimento*, vol. XXXII, p. 89, 1892. L' A. riferisce ora i risultati ottenuti assoggettando a trazioni crescenti dei fili d'acciaio, ottone, argento e conclude che (mantenendo costante la temperatura) gli allungamenti che si producono con una prima serie di trazioni sono uniformemente minori di quelli prodotti qualche ora dopo con le stesse trazioni.

J. Daniell. *Studio della polarizzazione sopra un sottile tramezzo metallico in un voltametro. II parte*, (pp. 351-364). — Della

prima parte fu pubblicato un riassunto nel *N. Cim.*, febbraio 1894, pag. 87. In questa seconda parte l'A. studia il passaggio di ioni attraverso una foglia d'oro e il minimo valore della corrente che determina un deposito visibile di ioni sul tramezzo in varî elettroliti. Riferisce moltissime esperienze e ne promette delle altre. Fin' ora nessuna conclusione può essere segnalata.

KNUT ANGSTROM. *Determinazione quantitativa del calore raggiante col metodo della compensazione elettrica* (pp. 365-372). — L'A. descrive un nuovo pirometro elettrico, fondato sul seguente principio: due sottili striscie di metallo, A e B, identiche quanto più è possibile, sono disposte in modo da poter venire assoggettate ad una data sorgente di calore. Le facce rivolte alla sorgente sono annerite e sono collocate in guisa che si possa determinare accuratamente se esse sono alla stessa temperatura. Una corrente elettrica, dell' intensità che si desidera, le può attraversare. Ora, se A è esposta alla sorgente di calore, mentre B è protetta da uno schermo, l'equilibrio di temperatura può essere ristabilito col far percorrere B da una corrente d' intensità opportuna. Stabilita l' eguaglianza delle temperature, A e B ricevono la stessa quantità d'energia; cosicchè, indicando con l e b la lunghezza e la larghezza d'una striscia, con r la sua resistenza elettrica, con i l'intensità della corrente, si può stabilire l' equazione

$$q\,l\,b = \frac{r\,i^2}{4,2}$$

dalla quale si deduce la quantità d'energia q ricevuta dall' unità di superficie.

G. FAÈ.

Wied. Ann. Vol. LI; N° 3, 1894.

K. E. F. SCHMIDT. *Sulla polarizzazione ellittica nella luce riflessa.* — I. parte: *Azione di strati superficiali eterogenei* (pagine 417-440). — Come resultato di molte sue esperienze, e dalla discussione dei lavori di altri sperimentatori, l'A. afferma che non si ha nessuna ragione di ritenere che la polarizzazione ellittica della luce riflessa dalla superficie di un mezzo trasparente sia dovuta all' azione di uno strato lasciatovi dalla sostanza che si adopra per pulirla. Questi strati possono soltanto produrre delle variazioni di grado nel fenomeno; la costanza dei valori che per l' ellitticità della luce riflessa si trovano con specchi opportuna-

mente puliti, fa ritenere che si tratti di un fenomeno del quale la teoria non ha potuto dare finora una spiegazione sodisfacente.

E. Pringsheim. *Osservazioni alla Memoria del sig. Paschen « sull' emissione dei gas riscaldati »* (pp. 441-417). — Secondo il Paschen (cfr. *N. Cim.* 35, p. 90) i gas potrebbero dare uno spettro d'emissione pel solo riscaldamento; mentre secondo l' A. (cfr. *N. Cim.* 33, p. 184) gli spettri dei gas son sempre dovuti a fenomeni elettrici o chimici. L'A. rettifica ora alcuni punti nei quali il Paschen lo avrebbe frainteso, e fa osservare che poco importa di potere o no attribuire ai gas la proprietà di emettere spettri a righe quando son portati ad alte temperature, dal momento che i metodi di cui disponiamo non permettono di osservare altro che la luminosità dovuta a processi elettrici o chimici.

W. Wernicke. *Sulla variazione normale e anormale di fase nella riflessione della luce sui metalli* (pp. 448-459). — Determinatovi dai resultati trovati dal Wiener, che sono in contradizione con quelli dell' A., questi ha ripreso la determinazione delle variazioni di fase che subisce la luce nel riflettersi sopra strati sottili di argento. Egli ha trovato che quel cambiamento di fase ha luogo normalmente, e si ha un' accelerazione da circa $^1/_4$ fino a $^3/_8$ di lunghezza d'onda, se lo strato metallico aderisce perfettamente sul vetro; mentre se fra metallo e vetro si trova la menoma traccia di un'altra sostanza, il cambiamento di fase è anormale, e si ha un ritardo di circa $^3/_4$ a $^5/_8$ λ.

Se lo strato metallico presenta cambiamento anormale di fase non è quindi adatto per la determinazione delle costanti ottiche.

C. E. Curry. — *Sulla propagazione delle onde di condensazione in un gas* (pp. 460-492). — Per la propagazione delle onde piane di ampiezza finita l' A. stabilisce una teoria che differisce da quella del Riemann, in modo da eliminare le obiezioni che furon mosse dal Tumlirz e dal Rayleigh; ma non è possibile dare un breve riassunto dei calcoli relativi.

S. Arrenius. *Sulla proporzionalità fra l' abbassamento del punto di congelazione e la pressione osmotica* (pp. 493-499). — Dai resultati del Fischer, il Dieterici (*Wied. Ann.* 50, 1893) dedusse che le deviazioni dalla indicata proporzionalità giungevano fino all' 8 $^0/_0$; ora l' A. servendosi dei valori pubblicati dal Juhlin (*Bihang. d. Stockh. Ak.* 1891), e che ritiene più esatti di quelli del Fischer, mostra che quella proporzionalità è verificata applicando ai valori del Juhlin il metodo stesso del Dieterici.

E. H. Loomis. *Su un metodo più esatto per la determinazione dell' abbassamento del punto di congelazione* (pp. 500-523). — Vedi *Nuovo Cimento*, Serie terza, tomo 35, pag. 88, (Febbraio 1894).

F. Kolrausch. *Osservazioni alla memoria precedente del sig. Loomis* (pp. 524-528). — L'A. fa osservare che i resultati che il Jones ha pubblicato più tardi (*Zeits. Phys. Chem.* XI p. 529 e XII p. 623) non continuano a concordare con quelli del Loomis, e anzi se ne discostano notevolmente.

Non potendo attribuire la divergenza ad errori di osservazione nei resultati del Loomis e del Jones, l'A. ritiene che la causa se ne debba ricercare nell'uso fatto da Jones di un termometro a grosso bulbo, che doveva assorbire molto calore prima di mettersi in equilibrio di temperatura col liquido studiato. Se il bulbo aveva pareti sottili poteva subire delle deformazioni per effetto dell'elasticità susseguente, quando nell'atto della congelazione nell'interno del termometro si hanno brusche variazioni di pressione, che possono giungere a $^1/_4$ di atmosfera. Nelle Memorie del Jones mancano le indicazioni necessarie per valutare l'importanza di queste cause d'errore.

H. du Bois. *Sulla magnetizzazione di cilindri di ferro vuoti e pieni* (pp. 529-536). — I resultati sperimentalmente trovati da Grotrian per la magnetizzazione dei cilindri di ferro, (cf. *N. Cim.* 35, p. 44) sono dedotti dall'A. teoricamente, tenendo conto della forza smagnetizzante esercitata dalle estremità.

Detto. *Elettromagnete ad anello per la produzione di campi molto intensi* (pp. 537-549). È descritto un elettromagnete ad anello fatto costruire dall'A. per poter ottenere campi molto intensi, deducendone la forma e le dimensioni migliori dalla teoria di Stefan. L'anello, che è tagliato, quando è magnetizzato dalla corrente tende a chiudersi: e la larghezza della sezione può farsi variare entro certi limiti, introducendovi dischi di ottone di diverso spessore. Per una larghezza di 3 mm. il campo magnetico ottenuto con una corrente di 45 amp. fu di 38000 C. G. S., e l'induzione magnetica può raggiungere 60000 C. G. S.

Con questo elettromagnete, che porta un foro orizzontale in corrispondenza del centro delle basi della sezione, l'A. ha determinato anche le costanti magneto-ottiche di diverse qualità di cristallo.

La casa Zeiss, sulla indicazione dell'A., ha costruito dei cristalli cuneiformi di flint campionati, che con la rotazione del piano di polarizzazione posson servire a misurare, in modo molto comodo e sicuro, l'intensità dei campi magnetici.

L. Boltzmann. *Sulla relazione fra le linee equipotenziali e le linee di forza magnetica* (pp. 550-558). — È stato mostrato da Lommel (*Wied. Ann.* voll. 48, 49 e 50, 1893) che le linee equipotenziali di una lamina metallica percorsa da corrente sono an-

che linee di forza magnetica, perchè le particelle di limatura di ferro, sparse sulla lamina, si dispongono secondo le linee equipotenziali. Se la lamina è posta in un campo magnetico, le linee di forza magnetica, e perciò anche quelle equipotenziali, si spostano, e questo spiega il fenomeno di Hall.

In questa Nota il Boltzmann fa osservare che la coincidenza fra le linee equipotenziali e quelle magnetiche, che si ha sempre quando le linee di corrente giacciono tutte in un piano, non si ha in generale nel caso di superficie curve o di corpi a tre dimensioni.

F. Richarz e O. Krigar-Menzel. *Sulla diminuzione della gravità colle altezze, determinata colle pesate.* (pp. 559-583). — Son riferite le esperienze, eseguite secondo il piano già descritto (cfr. *N. Cim.* 18, p. 183), per determinare la variazione di peso che subisce un corpo quando sia cambiato di posto in una bilancia che ha i piatti in due piani diversi, fra' quali si trova una massa di piombo di 100 tonnellate.

La diminuzione osservata nel valore di g per una differenza di livello di m. 2,26 è stata $0{,}0_{5}6523 \frac{m}{sec^2}$; il calcolo darebbe una diminuzione di $0{,}0_{5}697 \frac{m}{sec^2}$.

P. Glan. *Su una legge relativa alla fiamma delle candele* (pp. 584-590). — Misurando l'intensità della luce emessa dalle fiamme di diverse candele, l'A. ha trovato che per volumi uguali della parte luminosa si ha per tutte la stessa intensità. Si può dunque prendere per unità di luce quella emessa da un centimetro cubo della fiamma; e si posson trovare i rapporti fra l'intensità di fiamme diverse senza alcun fotometro, misurandone i volumi.

F. Kurlbaum. *Nota su un metodo per la determinazione quantitativa del calor raggiante* (pp. 591-592). — Una lamina di platino affumicata, esposta al calor raggiante, si riscalda; se il medesimo aumento di temperatura si produce di poi col passaggio di una corrente J, la grandezza della radiazione che era stata assorbita è misurata da CWJ^2, se W è la resistenza e C la costante elettrotermica della lamina.

Questo metodo, indicato fino dal 1891 dall'A., è stato descritto nel 1893 anche da Angström. Soltanto è differente il modo di misurare l'aumento di temperatura: Angström lo determina con un elemento termoelettrico; l'A. invece della lamina di platino adopra un bolometro.

A. Stefanini.

INFLUENZA DEI PROCESSI DI DEFORMAZIONE SULLE PROPRIETÀ ELASTICHE DEI CORPI

Nota del Dottor M. CANTONE.

PARTE PRIMA.

Nell'esame dell'influenza che hanno i processi di deformazione sulle proprietà elastiche ci troviamo di fronte a fenomeni che, nel mentre costituiscono delle vere anomalie per riguardo alla teoria matematica della elasticità, si rivelano governati da leggi costanti e generali la cui esistenza, in gran parte, può essere sfuggita ai fisici solo perchè non si è tentato uno studio sistematico. E fa meraviglia invero come accertate le deviazioni dalla legge di Hooke e le deformazioni permanenti, non si sia pensato a ricercare come varii la forma del corpo oltre che durante l'aumento del carico lungo il periodo di scarica, tanto più che l'esperienze del prof. G. Wiedemann [1]) sulla torsione accennavano già a dei risultati che occorreva mettere in rilievo con maggiori particolari.

Importerà dunque indagare le leggi delle singole trasformazioni facendo variare la forza in modo ciclico, e per la natura stessa della questione converrà prendere in esame speciale due sorta di processi, quelli cioè che si compiono fra il carico zero e varie forze estreme, e quelli in cui i valori massimi e minimi dello sforzo sono uguali e di segno opposto. Chiamerò i primi *cicli unilaterali* e gli altri *cicli bilaterali.*

In questa prima Nota mi occuperò di tali processi, ed il loro studio sarà fatto per mezzo della flessione dell'ottone.

Le lastre da me usate furono ottenute da lamine di questo metallo che non presentavano piegature, e si curò che nella loro lavorazione per ridurle a forma parallelepipeda, non venissero

1) *Wied Ann.* 6, p. 485, 1879.

adoperati altri strumenti all'infuori del bulino del tornio, e della lima.

All'estremo libero di ciascuna lastra, in un piccolo taglio praticato nel senso dello spessore a metà di larghezza, si saldò un pezzo di filo di ferro sottile, col quale si formarono due anelli destinati l'uno a reggere un piatto per i carichi flettenti il corpo in basso, e che io chiamerò d'ora in poi *positivo*, e l'altro ad attaccarvi un filo disteso verticalmente che serviva ad esercitare gli sforzi in senso opposto o *negativi*. Il filo accavalcato sulla gola di una carrucola, girevole senza forte attrito, portava all'estremo libero un piatto di egual peso del primo, ed un'asticina trasversale che scorrendo fra apposite guide impediva i moti di rotazione dei pesi. Trovandosi la carrucola a circa tre metri dalla lastra, potevo esser sicuro che la direzione delle forze negative si mantenesse sensibilmente costante, almeno per i limiti di esattezza cui aspiravo nelle mie ricerche.

Le misure delle saette di flessione si facevano con un catetometro di Starke e Kammerer, mirando col cannocchiale di questo strumento sul bordo terminale di una linguetta di carta incollata in prossimità dei due anelli e sporgente all'incirca mezzo millimetro dalla lastra.

Per produrre il carico usavo pesi di circa 96 grammi formati con lamina di piombo, cui si saldò per comodità di maneggio un'appendice di ottone. Tanto l'applicazione che la soppressione dei singoli pesi si compiva con tutte le cautele possibili, per procedere come se la forza fosse fatta variare gradatamente da un valore al successivo. I vari pezzi erano numerati, e nei calcoli si tenne conto del peso esatto di ciascuno.

Cicli unilaterali. — Il metodo tenuto per l'attuazione dei *cicli unilaterali* era il seguente:

Assoggettata la lastra a sforzi crescenti sino ad un determinato limite P, si operavano le trasformazioni da P a *zero* e da *zero* a P, si continuava in seguito ad aumentare il carico, e pervenuti ad una nuova forza P′ si facea compiere al corpo un secondo ciclo fra P′ e *zero*, e così di seguito.

Numerose esperienze vennero fatte in proposito; io mi limito a riportare i risultati di due serie, che del resto sono in tutto conformi alle altre che non saranno qui prese in esame.

La tabella seguente si riferisce ad una serie di esperienze: P denota il numero di pesi che costituiscono il carico; s la saetta computata a partire dalla posizione iniziale della mira, e le frecce nelle colonne contenenti le s servono ad indicare il senso di variazione della forza.

I valori riportati di E furono calcolati mediante la formula

$$E = \frac{4l^3}{ab^3} \frac{\Delta P}{\Delta s},$$

dove l, a, b simboleggiano rispettivamente la lunghezza, la larghezza e lo spessore della lamina, e ΔP la variazione della forza corrispondente alla variazione della saetta Δs. Stante l'inammissibilità della legge di Hooke, i valori di E fornirebbero l'elemento caratteristico per lo studio delle reazioni elastiche, potendosi la grandezza data da quella formula considerare come il modulo relativo alle singole trasformazioni fra limiti di forza assai vicini. Ciò varrà fino a quando non si pervenga a saette piuttosto grandi, poichè allora nel caso che trattiamo noi della flessione, indipendentemente dall'essere o no le forze elastiche proporzionali agli spostamenti delle particelle, cambiano colla forma del corpo le condizioni meccaniche in base alle quali si deduce la formula per la saetta, e quindi, la E perde, a rigore, il suo significato di modulo di elasticità. Tuttavia, a meno che non si vada a deformazioni esagerate, continueremo a tenerne conto per formarci un criterio approssimato della legge con cui variano le forze elastiche.

Allo scopo di vedere poi come si comporti nell'assieme la sostanza per le successive trasformazioni totali, ho voluto ricavare le medie di E relative tanto ai mezzi cicli che ai cicli interi, ed i valori ottenuti trovansi indicati rispettivamente con E_1 ed E_2.

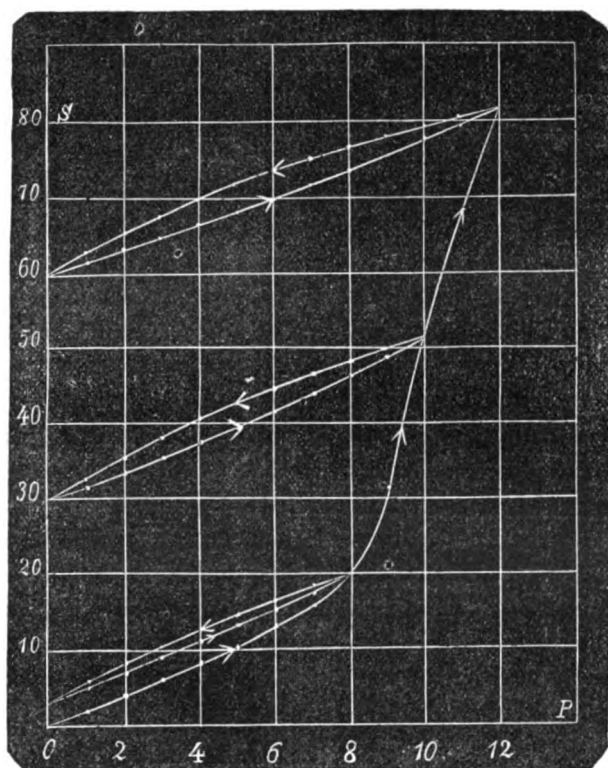
Talune delle serie da me compiute si riferiscono a lastre usate per la prima volta, altre a corpi i quali, deformati precedentemente, furono ridotti con un processo, di cui qui non mi posso occupare, in uno stato che, o si avvicina moltissimo a quello iniziale, o lo può sostituire per i fenomeni in esame. I risultati avuti nei due casi sono assai concordanti.

O_4 23 Marzo

TABELLA I.

P	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E
0	—		↑ 0.16		0.16		↑ 0.22		0.22		↑ 0.32		0.32			
		9540		9460		9690		9540		9610		9540		9540		
1	2.52		2.70		2.64		2.74		2.72		2.84		2.84			
		9510		9510		9770		9450		9770		9450		9580		
3	↓ 7.60		7.78		↓ 7.70		7.84		↓ 7.78		7.94		↓ 7.88			
		9560		9730		9620										
5	12.62		12.72		12.70			9750		9750		9700		9780		
		9780		10200		10110										
6	15.08		15.08		15.08		15.24		15.18		15.38		15.26			
						9770		10100		10020						
7					17.54		17.62		17.58			10140		10050		
						9700		10260		10090						
8					19.96		19.96		19.96		20.12		20.04			
										10090		10220		10220		
9									22.35		22.48		22.40			
										10120		10710		10260		
10									24.74		24.74		24.76			
11													27.10	10280		
														9930		
12													29.51			
E_1				9690		9761		9755		9814		9875		9862		
E_2						9726				9785				9847		

P	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E
0	↑ 0.60		0.60		↑ 1.52		1.52		↑ 4.04		4.04		↑ 6.06		6.06	
		9540		9770		9400		9770		9170		9690		9100		9650
1	3.12		3.06		4.08		3.98		6.66		6.52		8.70		8.54	
		9430		9510		9430		9770		9290		9580		9220		9580
3	8.24		↓ 8.14		9.20		↓ 9.04		11.86		↓ 11.56		13.94		↓ 13.58	
		9700		9750		9620		9750		9600		9780		9570		9780
6	15.68		15.54		16.70		16.44		19.38		18.94		21.48		20.96	
		10230		10170		10250		10190		10250		10250		10270		10320
10	25.10		25.02		26.10		25.90		28.78		28.34		30.86		30.80	
		10740		10650												
11	27.34		27.28													
		11020		10730		10780		10690								
12	29.52		29.52		30.56		30.40			11060		10840		11030		10390
				9510		11180		10780								
13			32.06		32.72		32.64									
				8700		11430		11010								
14			34.82		34.82		34.82									
									37.48		37.22		39.54		39.14	
15								7790		11500		10970				
							37.92		39.58		39.42			11620		10380
16								6500		11740		10990				
							41.64		41.64		41.62		43.70		43.54	
17												5960		12280		11320
											45.66		45.66		45.66	
E_1		9932		10108		10164		10178		10315		10281		10124		10372
E_2				9970				10171				10298				10398

L'annesso diagramma delle saette *s* in funzione delle forze flettenti si riferisce ai risultati avuti colla O_7 *ricotta* i quali si prestano meglio per una rappresentazione su piccola scala.

Dai risultati esposti e dal diagramma che li rappresenta in parte si vede che il fenomeno preso a considerare è analogo a quello studiato dal Warburg [1]) e dall'Ewing [2]) in condizioni simili nel magnetismo, ed abbraccia molti fatti che sono stati messi in rilievo nelle ricerche di elasticità.

Ad ogni ciclo corrisponde nel diagramma un cappio indicante che le deformazioni ottenute caricando la lastra sono rispettivamente minori di quelle relative alle stesse forze durante

1) *Wied. Ann.* 13, p. 141, 1881.
2) *Phil Trans. of the R. S. of London* 176, II, p. 523, 1886.

la scarica, e che cambiando il senso di variazione della forza agente, la sostanza presenta in principio una maggiore elasticità. Abbiamo dunque da fare con un fenomeno di vera isteresi. Che esso si produca con forze più piccole di quelle cui ci siamo arrestati nelle prime serie non è qui il caso di asserire; quello che possiamo affermare si è non trattarsi di anomalie, ma di un vero processo regolare secondo attestano la chiusura dei cappii ed il modo marcato con cui si produce il fenomeno nei cicli di grande ampiezza.

Del resto che le cose procedessero nel senso da noi trovato era da prevedersi, atteso il particolare messo in luce dal Wertteim [1]), che cioè anche colle più piccole deformazioni si hanno effetti permanenti quando le forze cessano di agire. Le nostre indagini dunque non rivelano fatti del tutto ignorati, ma li collegano presentandoli sotto un nuovo aspetto.

La curva che rappresenta l'andamento delle saette per forze crescenti a partire dallo stato *non deformato*, e che io per brevità chiamerò *curva caratteristica della deformazione*, non viene sensibilmente modificata dai cicli. Questo ho potuto constatare con lastre cimentate diverse volte di seguito a partire da quello stato. Si trova allora che, prendendo le mosse da condizioni analoghe ed agendo per forze crescenti, sia con continuità, sia colle interruzioni dovute ai cicli unilaterali, le saette che corrispondono ai diversi valori dello sforzo flettente sono per i punti della *curva caratteristica* presso a poco eguali.

Il risultato vale anche per cicli bilaterali, e perciò raccolgono nelle tabelle che seguono tutti i particolari che si riferiscono all'argomento, indicando con uno o due tratti orizzontali le interruzioni dovute rispettivamente ai primi cicli o a questi ultimi.

1) *Ann. de chim. et phys.* 12, p. 385, 1842.

O_4 TABELLA II.

P	5 Marzo		7 Marzo		8 Marzo		10 M. p. m.	
	s	Δs	s	Δs	s	Δs	s	Δs
0	—		—		—		—	
		2.51		2.49		2.52		2.51
1	2.51		2.49		2.52		2.51	
		2.47		2.49		2.48		2.48
2	4.98		4.98		5.00		4.99	
		2.54		2.56		2.54		2.56
3	7.52		7.54		7.54		7.55	
		2.50		2.54		2.50		2.50
4	10.02		10.08		10.04		10.05	
		2.47		2.44		2.47		2.48
5	12.49		12.52		12.51		12.53	
		2.43		2.44		2.45		2.44
6	14.92		14.96		14.96		14.97	
		—		—		—		—
6	—		—		14.96		14.98	
		2.69		2.41		2.40		2.41
7	17.31		17.37		17.36		17.39	
		2.40		2.39		2.38		2.38
8	19.71		19.76		19.74		19.77	
		—		—		—		—
8	—		—		19.73		19.77	
		2.39		2.40		2.38		2.38
9	22.10		22.16		22.11		22.15	
		2.41		2.41		2.41		2.40
10	24.51		24.57		24.52		24.55	
		—		—		—		—
10	—		—		24.53		24.55	
		2.41		2.41		2.39		2.42
11	26.92		26.88		26.92		26.97	
		2.42		2.41		2.40		2.38
12	29.34		29.39		29.32		29.35	
		—		—		—		—
12	—		—		29.36		29.37	
		2.53		2.55		2.52		2.52
13	31.87		31.94		31.88		31.89	
		2.77		2.66		2.68		2·76
14	34.64		34.60		34.56		34.65	
		—		—		—		—
14	--		—		34.50		34.65	

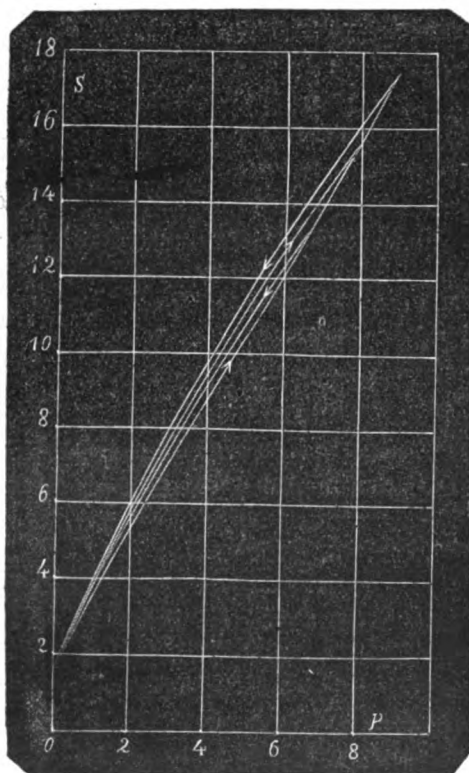
O_5 TABELLA III.

P	3 Apr. p. m.		4 Aprile		6 Aprile	
	s	Δs	s	Δs	s	Δs
0	—		—		—	
		1.11		1.11		1.12
1	1.11		1.11		1.12	
		2.26		2.27		2.27
3	3.37		3.38		3.39	
		2.26		2.28		2.27
5	5.63		5.66		5.66	
		2.20		2.19		2.19
7	7.83		7.85		7.85	
		1.10		1.09		1.09
8	8.93		8.94		8.94	
		—		—		—
8	—		8.92		8.95	
		1.10		1.10		1.08
9	10.03		10.02		10.03	
		2.15		2.16		2.17
11	12.18		12.18		12.20	
		1.09		1.09		1.09
12	13.27		13.27		13.29	
		—		—		—
12	—		13.26		13.27	
		1.10		1.10		1.10
13	14.37		14.36		14.37	
		2.26		2.22		2.26
15	16.63		16.58		16.63	
		1.18		1.20		1.16
16	17.81		17.78		17.79	
		—		—		—
16	—		17.80		17.80	
		1.21		1.22		1.22
17	19.02		19.02		19.02	
		1.32		1.31		1.30
18	20.34		20.33		20.32	
		—		—		—
18	—		20.34		20.32	
		1.41		1.38		1.43
19	21.75		21.72		21.75	
		1.48		1.52		1.47
20	23.23		23.24		23.22	
		—		—		—
20	—		23.26		23.20	

Assodata l'influenza trascurabile che i cicli esercitano sulla natura della curva caratteristica, siamo autorizzati a mettere in rilievo la diversa legge di deformazione di un corpo il quale, sottoposto prima all'azione di un carico, risenta l'impulso di una nuova forza a seconda che essa agisca nello stesso senso della precedente od in senso opposto, avendosi in questo caso

una deformazione più piccola che nell'altro ed accentuandosi la differenza coll'elevarsi del limite di forza cui ci riferiamo.

Resta però provato che la deformazione subìta dal corpo qualora si passi da P a P + P', è la stessa sia che il passaggio si produca direttamente, sia che si vada prima da P a *zero* e poi da *zero* a P + P'.

I fisici che si sono occupati delle proprietà elastiche hanno sperimentato in condizioni assai differenti. Alcuni hanno usato

quelle cautele che si richiedono per discostarsi il meno possibile dalla teoria; altri, visto come fosse difficile di compiere misure di piccole deformazioni e di evitare gli effetti permanenti, tenendo conto altresì della circostanza che un corpo deformato permanentemente acquista una maggiore elasticità e si comporta

in modo più regolare; sono stati di avviso che convenisse operare entro limiti piuttosto estesi dopo avere assoggettato il corpo sin da principio ad uno sforzo abbastanza elevato.

Questo vario modo di procedere non può portare a risultati concordanti, ed a persuadercene meglio sarà opportuno esaminare i particolari dell' ultimo processo col metodo esposto in altra Nota per vedere come si comporti un corpo a partire da uno stato di deformazione permanente.

Anche qui mi devo limitare, volendo riprodurre un diagramma in piccole proporzioni, a rappresentare i risultati avuti con una lastra ricotta.

O_4 22 Marzo

TABELLA IV

	s	E	*s*	E	*s*	E	*s*	E	*s*	E	*s*	E	*s*	E	*s*	E
0	↓ 6.04		↑ 6.03		↓ 6.03		↑ 6.04		↓ 6.04		↑ 6.04		↓ 6.04			
		9690		9580		9650		9610		9690		9610		9690		
1	8.52		8.54		8.02		8.54		8.52		8.54		8.52			
		9580		9560		9620		9540		9580		9510		9580		
3	13.56		13.59		13.54		13.60		13.56		13.62		13.56			
		9770		9760		9730		9800		9830		9750		9800		
5	18.48		18.52		18.48											
		9950		10110		9950										
6	20.90		20.90		20.90		20.96		20.90		21.02		20.92			
						10270		10190		10100		10230		10180		
7					23.24		23.32		23.28							
						10090		10440		10260						
8					25.62		25.62		25.62		25.72		25.64			
										10400		10580		10400		
9									27.94		28.00		27.96			
										10620		10900		10710		
10									30.22		30.22		30.22			
11													32.46	10740		
12													34.68	10830		
E_1		9725		9722		9718		9841		9837		9977		9973		
E_2						9720				9839				9975		

P	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E
0	↑ 6.04		6.04		↑ 6.05		6.05		↑ 6.07		6.07		↑ 6.15		6.15	
		9540		9690		9600		9730		9350		9780		9140		9780
1	8.56		8.52		8.58		8.52		8.64		8.54		8.72		8.62	
		9450		9580		9430		9770		9390		9770		9320		9770
3	13.66		↓ 13.56		13.70		↓ 13.58		13.78		↓ 13.60		13.90		↓ 13.68	
		9750		9780		9730		9800		9650		9830		9600		9880
6	21.06		20.94		21.12		20.94		21.26		20.94		21.42		21.02	
		10410		10370		10360		10360		10300		10320		10250		10340
10	30.32		30.23		30.42		30.24		30.62		30 28		30.82		30.34	
		10940		10790												
11	32.52		32.46			10930		10780								
		11130		10830												
12	34.68		34.68		34.82		34.70			11110		10890		11090		10960
				10980		11180		10980								
13			36.88		36.98		36.90									
				10910		11430		11010								
14			39.08		39.08		39.08		39.28		39.12		39.50		39.20	
								11180		11500		11070		11620		1180
15							41.24		41.38		41.30					
								10990		11740		11410				
16							43.44		43.44		43.42		43.66		43.56	
												10740		12030		11460
17											45.66		45.66		45.66	
E_1		10117		10109		10248		10262		10373		10380		10423		10423
E_2				10113				10255				10376				10423

Per i cicli ora studiati, sieno pure di piccola ampiezza, non mancano i fenomeni d'isteresi, e le variazioni del modulo seguono leggi analoghe a quelle dedotte con lastre cimentate a partire dallo *stato non deformato*. Ma l'andamento generale del fenomeno è ora mutato per il fatto che i cappii di una serie invece di trovarsi a diverse altezze, stanno tutti racchiusi sensibilmente in quello del ciclo di massima estensione, ed hanno in comune, per ampiezze non molto grandi, il punto d'incontro coll'asse delle saette. Quest'ultimo particolare, avvalorato dalle tabelle per la notevole coincidenza che presentano i valori di s relativi al carico *zero* in ciascuna serie, era stato già messo in rilievo dal Wiedemann [1]; però non risulta, secondo è in generale ritenuto, che la legge di deformazione del corpo sia per questi cicli di semplice proporzionalità alle forze agenti, o come vorrebbe il Tresca [2], che il limite di elasticità possa coll'uso ridursi quasi al carico di rottura; giacchè se il diagramma di ciascuna serie dà per i rami relativi alle forze crescenti archi

1) *Wied. Ann.* VI, p. 490, 1879.
2) C. R. 73, p. 1104, 1871.

quasi coincidenti con porzioni della curva più bassa nel ciclo di massima ampiezza, e quindi nel senso da *zero* a P accenna ad una legge di deformazione indipendente dal limite di forza cui ci si spinge, esso offre nei passaggi dalle forze estreme a *zero* curve distinte fra loro, ed in tutti i casi abbiamo da fare con linee che non sono mai rette.

Dall' esame dei fatti esposti in questa Nota e nella precedente, siamo ora in grado di analizzare i particolari dei metodi tenuti dagli sperimentatori nello studio delle proprietà elastiche. Abbiamo già visto che prendendo le mosse dallo stato iniziale, si raggiungono le stesse deformazioni sia aumentando gradatamente la forza, sia sopprimendo volta per volta il carico e sostituendone uno maggiore, ed i punti del diagramma su cui si cade sono quelli della *curva caratteristica;* mentre se dal principio si è esercitata sul corpo la forza massima, si perviene a punti che hanno, per carichi uguali, posizione ben differente, trovandosi questi ultimi ad un dipresso sulla curva che rappresenta il passaggio da *zero* a P nel ciclo di massima ampiezza.

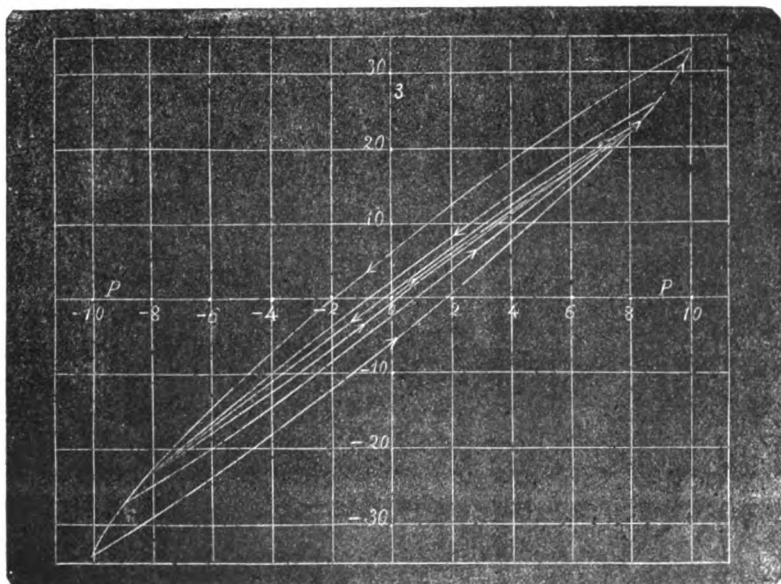
Cicli bilaterali. — Abbiamo ancora per i cicli bilaterali molta analogia coi fenomeni del magnetismo, come si rileva dalle annesse tabelle e dalla figura che ritrae il comportamento della O_{12} *ricotta.*

O₃ 6 Aprile

TAVOLA V.

P	s	E	s	E	s	E	P	s	E	s	E	P	s	E	s	E
							-12	-13.54		-13.54		-16	-18.08		-18.08	
									9430		9980			8940		10410
- 8			-9.07		-9.07		-11	-12.41		-12.45		-15	-16.88		-17.05	
				9600		9770			9560		9770			9400		9930
- 7			-7.96		-7.98		- 9	-10.17		-10.26		-13	-14.61		-14.90	
				9480		9570			9530		9620			9400		9860
- 5			-5.71		-5.75		- 7	- 7.93		- 8.04		- 9	-10.06		-10.56	
				9270		9310			9360		9400			9340		9380
- 3			-3.41		-3.46		- 3	- 3.37		- 3.50		- 5	- 5.49		- 6.01	
				9350		9330			9370		9270			9290		9270
0	—		0.02		-0.02		0	0.06		- 0.04		0	0.26		- 0.25	
		9480		9410		9380			9380		9380			9300		9310
3	3.39		3.43		3.40		3	3.48		3.38		5	6.00		5.50	
		9400		9440		9400			9790		9520			9770		9610
5	5.66		5.69		5.67		7	7.94		7.86		9	10.37		9.94	
		9740		9790		9740			9880		9790			9950		9610
7	7.85		7.87		7 86		9	10.10		10.04		13	14.67		14.39	
		9770		9950		9770			9960		9860			10170		9490
8	8.94		8.94		8.95		11	12.25		12.21		15	16.77		16.64	
						9900			10250		10060			10510		9250
9					10.03		12	13.29		13.27		16	17.79		17.80	
						9860					9740					8750
11					12.20		13			14 37		17			19.02	
						9780					9450					8250
12					13.29		15			16.63		18			20.32	
											9240					
							16			17.79						
E_1				9487		9481			9600		9565			9543		9533
E_2						9481					9582					9538
E'_2 [1])						9484					9578					9535

1) I risultati dell'ultimo rigo si riferiscono ad esperienze fatte il giorno 8 aprile, nelle stesse condizioni in cui furono compiute quelle del 6 aprile.

P	s	E	s	E
-18	-20.61		-20.61	
		8680		10580
-17	-19.38		-19.60	
		8560		10080
-15	-16 88		-17.48	
		9070		9430
-10	-10.99		-12.05	
		8940		9140
- 5	- 5.15		- 6.39	
		9130		9220
0	0.70		- 0.60	
		9320		9190
5	6.43		5.21	
		9730		9390
10	11.92		10.90	
		10030		9300
15	17.24		16.64	
		10390		8770
17	19.30		19.08	
		10470		8610
18	20.22		20.32	
				7470
19			21.75	
				7280
20			23.22	
		9393		9410
				9402
				9407

P	s	E	s	E
-20	-23.67		-23.67	
		6950		10810
-19	-22.13		-22.68	
		7600		10220
-17	-19.32		-20.59	
		8010		10040
-15	-16.71		-18.46	
		8670		9800
-10	-10.55		-13.01	
		8830		9100
- 5	- 4.50		- 7.33	
		8930		9070
0	1.46		- 1.44	
		9240		8950
5	7.24		4.53	
		9680		9040
10	12.76		10.44	
		10020		8800
15	18.09		16.51	
		10240		8330
17	20.18		19.08	
		10470		78 0
19	22.22		21.80	
		10710		7650
20	23.22		23.20	
		9184		9166
				9175
				9168

Cominciamo dal notare che i cicli si chiudono, che per le forze estreme di ciascuna alternazione si hanno saette da una parte e dall'altra sensibilmente della stessa grandezza, e che gli spostamenti della posizione primitiva per la forza *zero* sono all'incirca uguali fra loro in ogni ciclo. Ai medesimi risultati era pervenuto il Wiedemann [1]) nelle ricerche sulla torsione, osservando soltanto le escursioni massime e le deformazioni permanenti che vi corrispondevano; però, non avendo egli studiato tutte le particolarità del ciclo, è stato indotto ad ammettere che azioni in senso opposto ad altre esercitate prima sul corpo provochino una certa instabilità delle particelle, mentre dal nostro esame si vede che passando dalle forze positive alle negative, o viceversa, si ha una continuazione regolare del processo compiutosi venendo dal carico massimo positivo o negativo sino a *zero*.

1) V. loc. cit. p. 404.

È notevole che i valori assoluti delle saette relative alla seconda metà di ciascuno ciclo accennano alla riproduzione di quelli corrispondenti alla prima metà, come avviene per il magnetismo. Le piccole divergenze da questa legge pare siano dovute in parte ad un fenomeno di accomodazione, ed in parte alla disposizione sperimentale da me adottata. Ho potuto infatti rilevare, e ciò si vedrà meglio in altra Nota, che i due rami della *curva d'isteresi* nei diagrammi ottenuti per i cicli bilaterali tendono a divenire simmetrici dopo che si sono compiute diverse alternazioni fra i medesimi limiti di forza; e d'altro canto è probabile che il modo d'agire dei carichi negativi debba recare qualche complicazione. Ad avvalorare tale congettura, osserverò che l'esperienza relativa ai cicli bilaterali per la torsione del nichel [1]) forniscono risultati nei quali si riscontra un migliore accordo per i valori assoluti delle rotazioni che si riferiscono alle due metà di ciascun ciclo; e poichè in questo caso le forze si esercitano in modo simmetrico nei due sensi, vi è ragione di credere che l'apparecchio usato per la flessione può avere una influenza, sebbene sempre piccola, sul comportamento delle lastre nei cicli bilaterali.

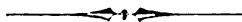
Riguardo alla legge di variazione del modulo si hanno risultati che dipendono dalla estensione del ciclo. Infatti per forze estreme P_1 di piccolo valore assoluto, si trovano moduli decrescenti da $\pm P_1$ a *zero* e crescenti da *zero* a $\mp P_1$, in guisa da prodursi in ogni ramo della curva rappresentatrice del ciclo un punto d'inflessione per $P = 0$; aumentando il valore P, si altera poco a poco la natura della curva per l'aggiunta di altri flessi, finchè colle ampiezze più grandi questi spariscono, avendosi allora una diminuzione continua del modulo tanto nella prima che nella seconda metà del ciclo. In rapporto con questi fatti pare stia l'altro, che l'elasticità media nei successivi cicli in principio cresce e poi diminuisce.

Sarà bene osservare che riguardo ai particolari pocanzi considerati, il corpo non segue le stesse leggi che valgono nei cicli bilaterali magnetici, attesa la circostanza che i flessi compari-

1) L'apparecchio usato per queste esperienze è analogo a quello del Wiedemann (vedi loc. cit., p. 487).

scono nelle curve dell'Eming quando si compiono cicli di grande estensione, ma si deve notare che mentre nel magnetismo la curva dell'intensità si eleva in modo più accentuato quando i valori del campo sono piccoli, per un corpo che si deforma, la cedevolezza cresce invece coll'aumentare della forza agente, onde l'analogia sotto questo punto di vista reggerebbe ancora.

Si comprende, tenendo conto dei fenomeni d'isteresi relativi ai cicli bilaterali, che la ricerca del modulo di elasticità col metodo dinamico non può condurre ai medesimi valori forniti dal metodo statico, a meno che nei due casi non si producano deformazioni piccolissime, le quali d'altra parte si prestano poco per misure esatte. Le oscillazioni di grande ampiezza servirebbero meglio allo scopo, ma esse tendono a darci i valori medî del modulo per i successivi cicli bilaterali che compie il corpo oscillando, colle incertezze dovute all'applicazione di una teoria che non risponde esattamente all'esperienza.

Dirò infine che dall'esame dei cicli unilaterali e bilaterali apparisce meno marcata l'influenza del processo di deformazione nel metallo crudo; ma è notevole che la cedevolezza delle lastre per piccole forze a partire dallo *stato non deformato* non si altera quando la sostanza venga ricotta, come ho potuto rilevare dal confronto dei risultati che si riferiscono alla medesima lastra cimentata prima e dopo il ricuocimento.

ESPERIENZE DI CORSO SULLE VIBRAZIONI LONGITUDINALI

Nota del Dott. F. CAMPANILE.

Una verga, fissa nel suo mezzo, sfregata nel senso della sua lunghezza con panno cosparso di colofonia, se metallica; e con pezzuola imbevuta di acqua leggermente acidulata con poche gocce di acido cloridrico, se di vetro, vibra e dà un suono determinato per una data sostanza e per una nota lunghezza. Il suono che essa rende, in tali condizioni, è dovuto a vibrazioni longitudinali [1]): il punto di mezzo, fisso, è un nodo e, se la nota è la fondamentale, vi sono due soli ventri agli estremi.

Il movimento si propaga parallelamente all'asse della verga vibrante, la quale subisce, in conseguenza, rapidi allungamenti con uno spostamento delle molecole, che ha il massimo valore agli estremi [2]).

Il Savart [3]) misurò l'ampiezza dello spostamento della estremità della verga per mezzo di uno sferometro e trovò che una verga di ottone di m. 1,4 di lunghezza e di mm. 35 di diametro si allungava di mm. 0,60 con una escursione, quindi, di mm. 1,20: una sbarra di 2 m. dello stesso metallo si allontanava di mm. 4.

Non si può nelle scuole ripetere l'esperienza del Savart, si cerca però di mostrare che le vibrazioni longitudinali delle verghe consistono in alternativi allungamenti ed accorciamenti delle due metà con l'apparecchio costruito dal König.

Un'asta cilindrica di ottone di circa 1 m. di lunghezza e di 1 cm. di diametro è fissa nel suo mezzo per una vite: una pallina di avorio, sospesa con cordoncini a due punti fissi di appo-

1) La verga si comporta come un tubo sonoro aperto alle due estremità. Chladni — Acta Ac. Moguntiacae — Esford. 1796 e Traité d'Acoustique p. 101.

2) Questa propagazione del movimento può produrre, come constatò per primo il Savart, la rottura di un tubo di vetro in frammenti anulari. L'esperienza riesce bene con un tubo di 2 m. di lunghezza e di 5 cm. di diametro. *Tyndall. le son,* Paris, 1869. pag. 174.

3) Jamin et Bouty, *Cours de Phy.* Paris. 1887. T. III, p. 62 e Daguin, *Traité de Phy.* Paris. 1878. T. I, p. 700.

sito sostegno, poggia contro una delle estremità della verga. Mettendo questa in vibrazione, nel modo detto innanzi, la palla freme e, se la vibrazione è energica, essa è spinta violentemente ogni volta che ne tocca l'estremo.

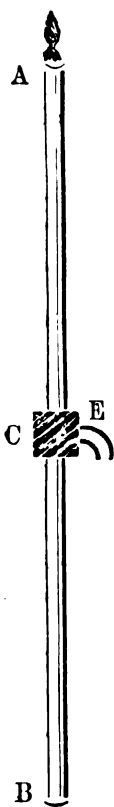
A mostrare appunto tali variazioni nella lunghezza della verga, quando vibra, si può ricorrere all'artifizio da me ideato e che qui riferisco.

Io adopero invece di una verga massiccia, un tubo di ottone AB lungo m. 1,15, del diametro di mm. 8, chiuso in B, e avente in A un piccolo forellino. Esso porta saldato nella sua metà un manicotto di ottone C del diametro di mm. 17 e alto mm. 15, munito di un tubo laterale E. Per E una corrente di gas illuminante può penetrare nel tubo.

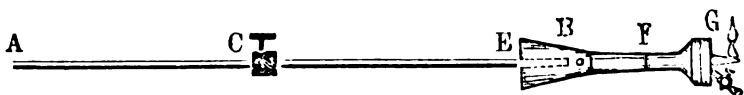
Si dispone AB verticale ed all'uopo lo si sostiene per la parte C in una morsa di un sostegno Bunsen, che si fissa solidamente al tavolo.

Si invia una corrente di gas illuminante per E e lo si accende in A, regolando il robinetto in modo da avere una fiamma dell'altezza di circa cm. 4.

Se le vibrazioni longitudinali producono variazioni nella lunghezza del tubo, ad ogni allungamento dovrà aversi un abbassamento della fiamma per una avvenuta rarefazione nella colonna di gas, e ad ogni accorciamento, invece, un allungamento della fiamma stessa per la susseguente compressione del gas. Queste variazioni nella lunghezza della fiamma potranno facilmente vedersi con uno specchio, come si usa per le capsule manometriche.

Facendo difatti vibrare il tubo AB, in C si forma un nodo e la fiamma si modifica. Se essa è più piccola di 4 cm. e la vibrazione è energica, si spegne facilmente: se ha un'altezza tra 4 a 5 cm. guardandone l'immagine in uno specchio girante od in uno specchio piano mosso in modo opportuno a mano, le dentellature appaiono nettissime e si ottengono con grande facilità, provando così gli spostamenti della verga nel senso della lunghezza.

L'esperienza riesce meglio se si fa vibrare il tubo sfregandone la metà AC, si evitano così le oscillazioni trasversali e si sta nel contempo in una posizione più comoda per sperimentare. Ho provato anche a sopprimere la parte CB, chiudendo poi il tubo in C, il suono non muta, ma, ridotta alla sola metà la colonna gassosa, l'esperienza non riesce così bene e con la stessa facilità di prima.

Nell'esperienza da me descritta, il tubo fa, direi, quasi da capsula manometrica, se, però, si ricorre a queste non è però indispensabile l'uso del tubo da me descritto, perchè con altre disposizioni che passo a descrivere si può usare un bastone massiccio, sia di ottone, sia di legno, sia di altra sostanza.

In un primo modo di sperimentare ho usato la disposizione indicata nella figura

AB è l'asta cilindrica di ottone, di legno ecc., fissa nel suo mezzo C nelle usuali morse in legno;

EF è il cono di ottone, dell'apparecchio del Prof. Emilio Villari per le interferenze con le lastre [1]), coll'asse orizzontale, cui è unita con tubo a cannocchiale una capsula manometrica del König;

G è una di queste capsule.

L'asse della verga AB è sul prolungamento di quello di EG e l'estremo B si interna nel cono, in maniera da non urtare contro le pareti interne.

Facendo vibrare la verga, le condensazioni e le rarefazioni, prodotte dagli spostamenti dello estremo B, dell'aria contenuta in EG, determinano le oscillazioni della fiamma, e le sue dentellature si osservano nello specchio girante.

Bisogna aver cura nell'eccitare la verga, per farle rendere il suono, a evitare le oscillazioni trasversali per impedire gli urti dell'estremità B con la parete interna del cono.

1) Villari. Intorno ad alcune esperienze di Acustica *R. Acc. delle Sc. di Bologna*, S. V. T. I, p. 676.

In un secondo modo di disposizione ho soppresso il cono EF ed ho, con un pezzo di tubo di caoutchouch, innestato la capsula G alla estremità B. Facendo vibrare la verga, l'altezza del suono che essa rende non è punto alterato e la fiamma oscilla energicamente, fino a spegnersi se la vibrazione è intensa.

Infine ho soppresso anche il tubo di gomma, ed ho adoperato la capsula manometrica con la membrana a nudo, disposta a breve distanza dall'estremo della verga vibrante ed il fenomeno non perde nulla nella sua intensità

Istituto Fisico, R. Università di Napoli.

SULL'INFLUENZA DEL SOLVENTE SULLA VELOCITÀ DEGLI IONI

Nota del Dott. A. CAMPETTI.

In un recente lavoro sulla differenza di potenziale tra le soluzioni acquose ed alcooliche di un medesimo sale (*Atti dell'Accademia di Torino*, Volume XXIX, 1894) ho avuto occasione di eseguire alcune esperienze relative al numero di trasporto per il cloruro di litio in soluzione alcoolica (alcool etilico quasi assoluto). Una delle forme di apparecchio adoperata si mostrò particolarmente adatta ad ottenere buoni risultati: perciò ho creduto opportuno di ripetere alcune delle esperienze e di eseguirne altre allo scopo di raccogliere alcuni dati relativi al valore del numero di trasporto di qualche sale in diversi solventi e riconoscere così almeno in qualche caso, se il solvente abbia o no influenza sulle velocità relative degli ioni del sale disciolto. I solventi adoperati sono stati l'alcool etilico e metilico: in questi non sono molti i sali che siano abbastanza solubili e presentino una conducibilità elettrica sufficientemente grande: inoltre per alcuni dei sali che pure sono solubili le esperienze non riescono bene a causa di fenomeni secondarii che hanno luogo nell'elettrolisi, come già ho notato che avviene adoperando cloruro di ammonio con anodo

di cadmio. Per queste ragioni le mie esperienze sono state rivolte a ricercare soltanto il valore dei numeri di trasporto del cloruro di litio e del nitrato di argento nei solventi sopradetti cioè alcool etilico e metilico.

Prima però di descrivere le esperienze eseguite vediamo di fare qualche considerazione sui dati che già si hanno relativamente alla conducibilità delle soluzioni acquose ed alcooliche ed ai numeri di trasporto.

Sia un medesimo sale disciolto nell'acqua ed in altro solvente e siano nell' acqua u e v le velocità dell' anione e del catione, λ la conducibilità molecolare, n il numero di trasporto relativo all'anione e indichiamo con un indice le medesime quantità riferite all' altro solvente. Avremo allora le note relazioni.

$$(\alpha) \qquad \begin{array}{ll} v = \lambda n & v_1 = \lambda_1 n_1 \\ u = \lambda (1 - n) & u_1 = \lambda_1 (1 - n_1) \end{array}$$

però

$$u + v = \lambda \qquad u_1 + v_1 = \lambda_1$$

Da queste si trae

$$\frac{v}{u} = \frac{n}{1 - n} \qquad \frac{v_1}{u_1} = \frac{n_1}{1 - n_1}$$

per conseguenza intanto, se per un dato sale il rapporto delle velocità degli ioni deve essere lo stesso nei due mezzi, deve essere $n = n_1$, uguali cioè i numeri di trasporto. Ma supponiamo pure che per un dato sale questa condizione sia verificata e consideriamo un altro sale contenente il medesimo anione, ma catione differente; se indichiamo le quantità ad esso relative coll'apice ed ammettiamo che la condizione dei sali nelle soluzioni siano tali da potere applicare rigorosamente la (α) allora, avendoli per il nuovo sale

$$v = \lambda^1 n^1 \qquad v_1 = \lambda_1^1 n_1^1$$

$$u^1 + v = \lambda^1 \qquad u_1^1 + v_1 = \lambda_1^1$$

otterremo

$$\frac{u^1}{v} = \frac{\lambda^1}{\lambda n} - 1 \qquad\qquad \frac{u_1{}^1}{v_1} = \frac{\lambda_1{}^1}{\lambda_1 n_1} - 1$$

e poichè $n = n_1$: sarà $\frac{u^1}{v} = \frac{u_1{}^1}{v_1}$ quando $\frac{\lambda^1}{\lambda} = \frac{\lambda_1{}^1}{\lambda_1}$, cioè se il rapporto delle velocità degli ioni deve essere indipendente dal solvente conviene che per i due sali della stessa serie considerati il rapporto delle conducibilità molecolari sia pure indipendente dal solvente.

Se ora noi prendiamo ad esempio una serie di cloruri per i quali sono note le conducibilità molecolari nell'acqua e nell'alcool etilico e le indichiamo rispettivamente con λ e λ_1 abbiamo

Sali	$\lambda.10^8$ [1])	Sali	$\lambda_1.10^8$ [2])
NH^4Cl	1040	NH^4Cl	170,2
LiCl	780	LiCl	167,5
$CaCl^2$	750	$CaCl^2$	47,2
$ZnCl^2$	770	$ZnCl^2$	6,4

Se anche consideriamo solo i primi due, per i quali, anche in soluzione alcoolica, la conducibilità del sale è abbastanza elevata si vede che, se anche ad esempio per il cloruro di litio il numero di trasporto fosse uguale in soluzione acquosa ed alcoolica e fossero quindi uguali i rapporti tra le velocità degli ioni Li e Cl nell'acqua e nell'alcool non potrebbero più essere uguali i rapporti delle velocità degli ioni NH^4 e Cl nei solventi stessi giacchè $\frac{1040}{780} > \frac{170,2}{167,5}$.

Adunque fin qui si potrebbe dire che o le formule (*a*) non sono più applicabili in questo senso che ad un medesimo ione conviene attribuire velocità diverse nei diversi sali ovvero che il rapporto tra le velocità degli ioni dipende effettivamente dal solvente. La prima ipotesi può essere vera, specie nei sali che come il cloruro di calcio e zinco posseggono in soluzioni alcooliche una dissociazione assai piccola; per riconoscere in quali

1) Kohlrausch. *W. Ann.* VI, 1879.
2) Vicentini. *Memorie dell'Accademia di Torino*, 1884.

casi si ha ragione di ammettere anche l'altra sarebbe utile di poter esaminare i numeri di trasporto per un numero assai esteso di sali: però anche dalle sole esperienze che ho potuto eseguire, tenendo pur conto degli errori inevitabili, credo di potere affermare che effettivamente il rapporto della velocità degli ioni può dipendere dal solvente.

Le esperienze furono eseguite coll'apparecchio già descritto nella mia nota precedente (l.c.) e che consiste essenzialmente di due vasetti di vetro con tubulatura laterale riuniti mediante tubi di *caoutchouc* a un tubo di vetro della lunghezza di circa 10 centimetri. Nella maggior parte delle esperienze, come sarà indicato a suo luogo, il liquido era separato in tre parti da due membrane di carta pergamena sottile legate attorno alla tubulatura e attraversate da un forellino per dare passaggio alla soluzione quando si vuole riempire l'apparecchio. In tal modo si evitava anche, più perfettamente, il mescolarsi dei varii strati liquidi. L'analisi anche qui fu eseguita col metodo di Volhardt per le soluzioni di cloruro di litio e aggiungendo direttamente una soluzione titolata di solfocianuro ammonico per le soluzioni di nitrato d'argento. Alla fine dell'esperienze con soluzioni in alcool etilico e metilico si esaminò il numero di trasporto dei sali adoperati anche nell'acqua per verificare se i numeri trovati in tal caso vadano d'accordo con quelli già noti per numerose esperienze.

1.ª *Soluzione di cloruro di litio in alcool etilico.* — Le soluzioni furono preparate con alcool già distillato e di densità 0,80717 a 0°: il cloruro di litio era disseccato di recente. Delle esperienze eseguite le prime due, che già ho riferite in una nota precedente, sono eseguite adoperando come anodo lo zinco amalgamato e senza membrane: ma ho notato che in tal modo il mescolarsi degli strati liquidi non è completamente evitato: l'esperienza riesce molto meglio adoperando come anodo il cadmio e interponendo le membrane: se anche tutto il cloruro di cadmio che si forma non si discioglie nel liquido, per la forma dell'apparecchio esso si deposita al fondo del vasetto e si può raccogliere completamente ad esperienza terminata lavando con acqua.

Perciò terremo piuttosto come numero di trasporto quello ottenuto nell'ultimo caso per quanto non differisca molto dal precedente.

In queste esperienze, come nelle seguenti T indica la durata dell'esperienza, t la temperatura, I l'intensità media della corrente che ha attraversato l'apparecchio sotto la differenza di potenziale E (in Daniell) p il peso dell'anione (cloro o NO^3) equivalente all'argento deposto nel voltametro, P il peso della soluzione che stava attorno all'anodo (o al catodo) g_1 e g_2 il peso in grammi dell'anione contenuto nel peso P dopo l'elettrolisi e di quello che sarebbe contenuto prima nella stessa quantità di solvente $n = \frac{g_1 - g_2}{p}$ il numero di trasporto trovato.

1.ª Anodo di zinco — apparato senza membrane.

Contenuto °/₀ di cloro della soluzione prima dell'esperienza 1,4830.

Contenuto °/₀ di cloro della soluzione all'anodo 1,671.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{Cl}
16°	8ʰ,13′	31	0,0041	17,133	0,0444	0,2862	0,2532	0,743

La soluzione intermedia analizzata dopo l' esperienza dette: cloro °/₀ 1,4860: ciò che non influisce sensibilmente nei resultati.

2.ª Contenuto °/₀ di cloro della soluzione prima dell'esperienza 0,7825 — Contenuto °/₀ di cloro della soluzione all'anodo 0,9058.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{Cl}
17°	8ʰ	31	0,0025	15,880	0,0273	0,1437	0,1240	0,722

3.ª Anodo di cadmio — apparato con membrane.

Contenuto °/₀ di cloro prima dell' esperienza 1,4342.

La soluzione intermedia dette dopo l' analisi una variazione piccolissima di cui fu tenuto conto nei calcoli.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{Cl}
17°	7ʰ,30′	30	0,0038	16,333	0,0381	0,2588	0,2322	0,70

4.ª Anodo di cadmio — apparecchio con membrane.

Contenuto °/₀ di cloro della soluzione prima dell' esperienze 0,9373. La soluzione intermedia dopo l' esperienza non presenta alcun cambiamento.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{Cl}
8°	16h	31,5	0,0025	15,009	0,0272	0,1604	0,1411	0,709

Se si tiene conto delle osservazioni fatte prima e consideriamo come di maggior valore queste due ultime esperienze perchè eseguite con apparecchio munito di membrane, potremo prendere come numero di trasporto del cloro nell'alcool etilico 0,705.

Soluzioni di nitrato d'argento in alcool etilico. — Nel caso delle soluzioni di nitrato d'argento si adoperava come anodo una verghetta di argento assai puro, di circa due millimetri di diametro. Se l' apparecchio non era munito di membrane la diffusione avveniva troppo rapidamente; perciò delle quattro esperienze la prima è eseguita con una sola membrana che divide il liquido attorno all' anodo dal liquido rimanente: le altre tre sono eseguite con due membrane. Oltre a ciò tanto la verghetta d' argento che serve da anodo come il filo di platino che fa da catodo sono avvolti con carta da filtro allo scopo di impedire, per il primo, che qualche particella di argento staccata all'anodo stesso durante l' elettrolisi si mescoli al liquido quando si analizza, e per il secondo, ad evitare che l'argento il quale si depone sotto forma dendritica si estenda in tutto l'apparecchio. Ad ogni modo era, per il catodo assai difficile evitare che qualche particella di argento deposto venisse trasportata col liquido da analizzare: siccome l' analisi si fa in soluzione acidulata con acido nitrico non si può tener conto dei risultati che si avrebbero per questo caso: perciò i numeri di trasporto sono tutti calcolati in base alla soluzione che sta attorno all' anodo.

1.ª Contenuto °/₀ della soluzione di NO^3 prima dell' esperienza 0,87002.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{NO^3}
16°	12h	37	0,0013	15,525	0,0369	0,1528	0,1352	0,49

In queste esperienze causa la minore quantità di ione trasportato, a parità delle altre condizioni, per la maggiore resistenza è inutile di dare il numero di trasporto con più di due cifre.

2.ª Contenuto °/₀ di NO^3 della soluzione prima dell'esperienza 0,8456.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{NO^3}
16°	12ʰ	36	0,0012	15,890	0,0333	0,1516	0,1348	0,51

3.ª Contenuto °/₀ di NO^3 della soluzione prima dell'esperienz a 0,8465.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{NO^3}
16°	11ʰ,45′	36	0,0011	15,901	0,0287	0,1500	0,1347	0,53

4.ª Contenuto °/₀ di NO^3 della soluzione prima dell'esperienza 0,8465.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{NO^3}
16°	10ʰ,30	36	0,0012	16,497	0,0283	0,1539	0,1397	0,50

Facendo conto delle tre ultime esperienze che sono eseguite con apparati con due membrane si ha come media 0,51 per numero di trasporto dell'ione NO^3 per il nitrato d'argento disciolto nell'alcool etilico.

Soluzioni in alcool metilico. — L'alcool metilico era della miglior qualità di Kahlbaum: per averlo libero di acqua per quanto è possibile ho proceduto come Holland [1]) agitando l'alcool metilico con solfato di rame anidro e distillando poi tra 70° e 75° centigradi. In tal modo si ottenne un alcool di densità 0,7960 a 18°; quello ottenuto da Holland aveva alla stessa temperatura la densità 0,7951 e però possiamo ritenere che il nostro sia sufficientemente anidro.

Per le soluzioni, l'analisi etc. si procedette come per le soluzioni in alcool etilico: sempre adoperando l'apparecchio con due membrane.

1) *Wied. Ann.*, 1893, 10, pag. 263.

Soluzioni di cloruro di litio.

1.ª Contenuto °/₀ di cloro della soluzione prima dell'esperienza 2,4879. La soluzione intermedia si mantiene inalterata.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{Cl}
16	11ʰ,30′	36	0,010	15,999	0,1580	0,49857	0,3957	0,651

2.ª Contenuto °/₀ di cloro della soluzione prima dell'esperienza 1,1601. La soluzione intermedia subisce un cambiamento che non altera sensibilmente il resultato.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{Cl}
16	11ʰ,45′	36	0,0063	15,661	0,0979	0,2429	0,1811	0,631

3.ª Contenuto °/₀ di cloro della soluzione prima dell'esperienza 1,1752.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{Cl}
16	12ʰ,15′	31	0,0063	15,835	0,1035	0,2515	0,1854	0,638

Da queste tre esperienze risulta come media del numero di trasporto relativo all'anione per il cloruro di litio in alcool metilico 0,64.

Soluzioni di nitrato d'argento. — Le esperienze eseguite con queste soluzioni riescono un po' meno concordanti delle precedenti giacchè la soluzione intermedia subisce sempre una leggera variazione nel sale contenuto e la correzione che perciò si deve portare alla analisi della soluzione all'anodo resta un po' incerta.

1.ª Contenuto °/₀ di NO^3 della soluzione prima dell'esperienza 0,97586.

	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{NO_3}
15°,5	12ʰ	36	0,0036	16,398	0,1027	0,2074	0,1605	0,46

2.ª Contenuto °/₀ di NO^3 della soluzione prima dell'esperienza 0,85147.

	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{NO_3}
16	11ʰ,53′	36	0,0036	16,437	0,0998	0,18795	0,1394	0,485

3.ª Contenuto °/₀ di NO^3 della soluzione prima dell'esperienza 0,8534.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{NO_3}
16	11,45	36	0,0022	16.367	0,0600	0,1675	0,1398	0.46

Come media dei valori ottenuti risulta dunque $n_{NO_3} = 0.47$.

Come abbiamo detto prima, sono state eseguite collo stesso apparecchio due esperienze per verificare se in quelle condizioni si ottengano per i numeri di trasporto del cloruro di litio e del nitrato d'argento valori concordanti con quelli noti per altre esperienze.

Notiamo intanto che per il cloruro di litio non si hanno determinazioni dirette del numero di trasporto, ma se si calcola dai dati relativi alla conducibilità molecolare e alla velocità dell'anione Cl nei sali analoghi si trova per questo numero il valore 0,70: quanto al nitrato d'argento si hanno numerosi dati sperimentali se teniamo conto specialmente degli ultimi lavori di Löb e Nernst [1]) e Bein [2]) si può ritenere che a temperatura ordinaria questo numero sia compreso tra 0,524 e 0,530. Vediamo ora i resultati ottenuti col nostro apparecchio.

Soluzione di cloruro di litio in acqua. — Contenuto °/₀ di cloro della soluzione prima dell'esperienza 0,5411.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{Cl}
17°	7ʰ,30	15	0,0085	16,400	0,0842	0,1480	0,0887	0,705

In questa eperienza la soluzione intermedia restò quasi inalterata: in modo che la correzione da portare non avrebbe influenza sensibile sul numero di trasporto.

Soluzione di nitrato di argento in acqua. — Contenuto °/₀ di NO^3 della soluzione prima dell'esperienza 1,2029.

t	T	E	I	P	p	g_1	g_2	n_{NO_3}
16	4ʰ,30'	25	0,014	19,768	0,1541	0,3172	0,2375	0,518

1) Löb und Nernst. *Zeit. für physikalische Chemie*, 1888.
2) Bein. *Wied. Annalen*, 1892. 3.

Riassumiamo i risultati ottenuti in un' unica tabella nella quale la prima colonna contiene i numeri di trasporto nell'alcool etilico, la seconda quelli nell' alcool metilico, la terza i numeri di trasporto trovati per le soluzioni acquose, la quarta i numeri di trasporto comunemente adottati.

n_{cl}	Alcool et.	Alcool met.	Acqua	Acqua
Cloruro di litio	0,71	0,64	0,705	0,70
Nitrato d' argento	0,51	0,47	0,518	0,527

Dall'osservazione dei numeri sopra riportati possiamo intanto concludere che per i due sali studiati il numero di trasporto (relativo all' anione) nell' acqua o nell' alcool etilico può ritenersi uguale, o almeno le differenze sono dell' ordine degli ioni sperimentali. Per le soluzioni dei sali stessi nell' alcool metilico invece il numero di trasporto relativo all' anione è un po' minore del numero stesso in soluzione acquosa. Per i due sali considerati dunque il rapporto della velocità degli ioni, pur essendo nell' alcool etilico e nell' acqua sensibilmente uguali, differisce invece un poco nell' alcool metilico di guisa che il solvente non eserciterebbe in tutti i casi la medesima influenza sui due ioni di cui l' elettrolito risulta. Ma anche nell' alcool etilico, come prima abbiamo dedotto dalla considerazione delle conducibilità molecolari conviene ammettere che per altri sali, come ad es. il cloruro di ammonio o questo rapporto varii secondo il solvente, oppure che in soluzione alcoolica, anche per una stessa serie di sali la velocità del medesimo ione varii notevolmente dall' uno all' altro sale.

Ad ogni modo, almeno in qualche caso l' influenza del solvente sulle velocità relative degli ioni mi sembra indubbiamente dimostrata.

Rendo vive grazie al Ch. Prof. A. Naccari che mi porse i mezzi per eseguire queste esperienze.

Torino — Laboratorio di Fisica dell' Università, Marzo 1894.

NUOVO OHMMETRO

pel Prof. Ing. AURELIO MAURI.

Se due circuiti, aventi le spire ortogonali, producono — essendo percorsi da due correnti I e i — due campi magnetici d'intensità H e h sensibilmente uniformi in prossimità di un ago calamitato, questo si dispone con l' asse inclinato rispetto alle linee di forza del campo H d'un angolo α la cui tangente è $= \frac{h}{H}$, e quindi proporzionale a $\frac{i}{I}$.

$$\text{tang}\ \alpha = C \frac{i}{I}$$

supposto non ci siano azioni magnetiche estranee. Sia un circuito formato da un gran numero di spire di un lungo filo sottile di grande resistenza R, un cui estremo comunichi con un capo dell'altro circuito, costituito di un grosso conduttore di piccola resistenza r; e l'altro estremo sia unito al capo libero di una resistenza incognita x, messa in serie col secondo circuito, la quale si voglia determinare mentre è percorsa da una corrente I. È facile dimostrare che $\frac{i}{I} = \frac{x + r}{R}$; e se α è l'angolo formato dall'ago magnetico col piano delle spire del circuito a filo sottile

$$\text{tg.}\ \alpha = C \frac{x + r}{R},$$

quindi

$$x = \frac{R}{C}\ \text{tg.}\ \alpha - r \quad \ldots\ldots \tag{I}$$

Su questo principio si fonda l'ohmmetro da me ideato, che può servire anche da bussola delle tangenti.

Esso è costituito da un rocchetto di rame, disposto con l'asse orizzontale, lungo 20 cm. e del diametro interno di 3 cm. ed

esterno di 4, avvolto da un lunghissimo filo di rame sottile, ben isolato, diviso in due o più tronchi, che si possono riunire in serie o in quantità, a seconda della resistenza che si vuol misurare.

Un disco di acciaio calamitato — lateralmente circondato da due masse di rame, per smorzare le oscillazioni — è appeso al centro del rocchetto mediante un'asticella avvitatavi che l'attraversa e che porta un lungo indice d'alluminio che scorre su una circonferenza graduata tracciata su uno specchio circolare posto al fondo di una scatola cilindrica. Questa è chiusa da una lastra di cristallo che al centro è forata e porta un tubetto di ottone che regge e circonda il filo di seta cui l'ago è sospeso. Con vite di pressione si può su quel tubetto fissare ad altezza e in giacitura opportune una calamita curvata ad arco di cerchio, per annullare l'azione del magnetismo terrestre sull'ago, il quale dovrà oscillare con estrema lentezza intorno allo zero della graduazione in virtù solo della forza di torsione del filo.

Parallelamente all' asse del rocchetto stanno due cerchi formati da 5 spire di lamina di rame larga 1 cm., del diametro medio di 30 cm., uno da una parte e l'altro dall' altra dell'ago; e i cui centri, allineati col centro di questo, ne distano di 75 mm. Anche questi due circuiti possono essere uniti tra loro in serie o in quantità.

Una cassetta di resistenze permette di variare la resistenza R del circuito del filo sottile ed anche di porvi una derivazione tra gli estremi.

L'intensità h del campo magnetico al centro del rocchetto, dovuto alla corrente i che ne percorre le spire è

$$h = \frac{\pi N i}{a_2 - a_1} \log_i \frac{a_2 + \sqrt{a_2^2 + b^2}}{a_1 + \sqrt{a_1^2 + b^2}}$$

in cui N rappresenta il numero delle spire, a_2 e a_1 i raggi esterno ed interno del rocchetto, b la sua semilunghezza.

L'intensità H, pure al centro dell'ago, ma dovuta alla corrente I che passa nei due circuiti di raggio media a, lontani a e di n spire ognuno, di larghezza l uguale allo spessore $\times$ 1,08, è

$$H = \frac{32\pi n I}{5\sqrt{5}a}\left(1 - \frac{l^2}{15a^2}\right)$$

H ha $\frac{1}{4}$ di questo valore se i due circuiti sono uniti in quantità.

Conoscendo le dimensioni delle varie parti dell'istrumento e il numero delle spire, sarebbe facile calcolarne la costante $C = \frac{h}{H}$; ma in pratica sarà meglio trovarla sperimentalmente. A tale scopo si adopra una pila costante o, meglio, un accumulatore, di cui si misura la forza elettomotrice E e la resistenza, e se ne manda la corrente attraverso resistenze opportune conosciute, separatamente nel circuito a filo sottile e in quello a filo grosso, servendosi dell'apparecchio come bussola delle tangenti, tolta la calamita compensatrice. Siano α_1 e α_2 le deviazioni dell'ago dal meridiano magnetico, corrispondenti alle intensità i e I delle correnti, nei due casi: si ha

$$i = k \text{ tg. } \alpha_1 ; \quad I = K \text{ tg. } \alpha_2$$

$$C = \frac{K}{k} = \frac{I}{i} \text{ tg. } \alpha_1 \text{ cotg. } \alpha_2$$

oppure — adoperato l'istrumento come ohmmetro — si osserva l'angolo corrispondente a una resistenza nota x, e dall'equazione (I) si ricava il valore di C. Converrà naturalmente prender la media di varie determinazioni fatte con diversi valori di x.

È evidente che dovransi avere nell'impiego dell'hommetro tutte quelle precauzioni che soglionsi prendere coi galvanometri. Così si eviteranno spostamenti — durante le esperienze — di masse magnetiche in vicinanza dell'istrumento; se ne terranno lontane le intense correnti, e converrà usare un commutatore per far due letture (di cui si prenderà la media) con due direzioni opposte di corrente. Il filo di seta di sospensione dell'ago dovrà essere il più sottile possibile e l'indice sarà parallelo all'asse magnetico dell'ago calamitato. Questo dovrà, per l'azione di una minima corrente, disporsi perpendicolarmente al piano delle spire, e deviare ugualmente a destra e a sinistra della posizione di riposo per l'azione della stessa piccolissima corrente, cambiandone la direzione.

Mi sono dapprima accertato che il campo magnetico è uniforme nello spazio dove si muove l'ago: adoperando l'istrumento come bussola delle tangenti riconobbi che è obbedita la legge delle tangenti. Fino a 80° di deviazione dell'ago l'approssimazione è di $\frac{1}{500}$ per il campo prodotto dal rocchetto, di $\frac{1}{100}$ per quello prodotto dal grosso conduttore. Converrà dunque far sì che l'angolo di deviazione, rispetto al piano di quest'ultimo riesca intorno o inferiore a 45°, tanto più che a quest'angolo corrisponde la massima sensibilità dell'istrumento. A tale intento si inseriranno col reostata resistenze opportune nel circuito del rocchetto, ponendola anche occorrendo, in derivazione con una resistenza che ne riduca la sensibilità in un rapporto determinato, e aggiungendo la relativa resistenza compensatrice; adoperando ancora quella porzione del filo sottile che ha un numero di spire conveniente; associando infine le due porzioni di filo in opposizione quando si tratti della misura di resistenze elevate, oppure in quantità per resistenze intermedie. La portata dell'istrumento è così resa — anche adoperando poche resistenze ausiliarie — quasi illimitata: dalla determinazione di una piccola frazione di ohm si può arrivare a quella di parecchie migliaia.

Credo quindi che il mio ohmmetro possa servir bene per uno studio preciso della variazione della resistenza dei conduttori in funzione della intensità della corrente che le attraversa, e, industrialmente, per la misura delle resistenze delle lampade elettriche a incandescenza.

Nell'istrumento da me fatto costruire adoperando il massimo numero di spire, ottenni

$$k = 0{,}000183; \quad K = 0{,}629;$$

quindi

$$\frac{1}{C} = 0{,}000291\,.$$

Per verificare la precisione che con esso si può raggiungere adoperai resistenze di filo di argentana coperto di seta, avvolto in doppio su un tubo di vetro immerso nel petrolio posto in un vaso di rame a pareti sottili, circondato da acqua rinnovantesi

continuamente: appena fatta la lettura coll'hommetro, ne misurava la resistenza col metodo del ponte di Wheatstone. Per le elevate resistenze mi valsi di lampade elettriche a incandescenza di cui precedentemente avevo determinato la resistenza, in funzione dell'intensità della corrente, adoperando un voltmetro di torsione di Siemens e un amperometro Carpentier, da me tarati con precisione. La corrente adoperata, presa dai conduttori dell'illuminazione elettrica della città, variava da 0,3 a 5 ampères. Non esporrò qui, per non dilungarmi soverchiamente, i risultati delle numerose determinazioni di quelle resistenze varianti da 0,1 a 1000 ohms: dirò solo che adoperando correnti intense l'approssimazione ottenuta fu talvolta del duecentesimo, in media del centesimo, che è più di quanto si può presentemente raggiungere in simil genere di misure.

È superfluo notare che il mio ohmmetro può servire da voltmetro e da amperometro, adoperandolo come bussola delle tangenti, quando siansi determinate le costanti k e K. Dirò solo che come voltmetro mi diede risultati di una precisione finora mai conseguita da nessun istrumento, potendosi contare sull' approssimazione del cinquecentesimo.

DI ALCUNE RECENTI MISURE CALORIMETRICHE ED IN PARTICOLARE DELLA MISURA DEL CALORE SOLARE

Prof. ADOLFO BARTOLI.

Il Prof. Bartoli ha letto nell'inaugurazione dell'anno accademico 93-94 della R. Università di Pavia un notevole discorso, nel quale espone in succinto le determinazioni da lui fatte del calore specifico dell'acqua fra 0 e 31° del calore inviato dal sole sulla terra, e della parte di questa energia assorbita dalle piante.

Per meglio determinare le relazioni quantitative che hanno i fenomeni naturali fra di loro, i fisici hanno volti i loro sforzi a rendere più precisi gli apparecchi di misura. I termometri in

ispecie quelli comodissimi a mercurio, furono oggetto di studi speciali negli ultimi anni da parte di privati e di istituti internazionali e ora mediante i termometri in vetro duro, nei quali le correzioni sono ben determinate e costanti, si può determinare una differenza di temperatura con la precisione di $\frac{1}{10000}$ di grado. Come corollario di tali resultati s'imponeva la revisione delle più importanti misure calorimetriche. Le variazioni del calore specifico dell'acqua erano state studiate da parecchi valenti sperimentatori, che avevano trovato valori poco concordi a cagione della mancanza di precisione nei termometri adoperati. Il Bartoli e Stracciati con una serie di oltre 4000 determinazioni, adoperando quattro metodi differenti, cioè aggiungendo ad una determinata massa di acqua alla temperatura dell'ambiente una massa nota di acqua a zero gradi, aggiungendo all'acqua del calorimetro una determinata massa di acqua a temperatura più elevata, immergendo in una data massa di acqua dei metalli scaldati a + 100, lasciando raffreddare o riscaldare l'acqua, hanno dato una formula empirica che rappresenta la capacità calorifica dell'acqua a tutte le temperature comprese fra 0 e 32°.

Mediante questo studio l'equivalente dinamico della caloria preso eguale 429, essendo a 0 l'acqua dei calorimetri adoperati, si riduce a 426 alla temperatura di + 20°.

Numerosi fisici dal Pouillet al Langlez si sono occupati di misurare l'energia delle radiazioni solari, di tutte o di alcune particolari come p. s. le luminose e le attiniche. Per lo studio delle radiazioni luminose servono con approssimazioni grossolane le palline d'Arago ed il lucimetro del Bellani. Per misurare le radiazioni attiniche si sono quasi sempre adoperati metodi fatti, perchè pretendevano misurare l'energia di queste dal calore sviluppato sotto l'influsso di tali raggi da azioni chimiche esotermiche.

L'A. ha adoperato un calorimetro a cassetta, analogo a quello adoperato da lui nelle misure pireliometriche, ma con la faccia anteriore costituita da una lastra di vetro. Si metteva nel calorimetro acqua satura di acido carbonico insieme a ramoscelli di piante; mentre si raccoglieva l'ossigeno svolto un'altro pireliometro determinava l'intensità delle radiazioni solari in quel-

l'istante. Il rapporto fra l'intensità di queste e la quantità di ossigeno svolto fu trovato quasi costante e poco diverso per varie pianticelle acquatiche adoperate.

L'A. ha altresì determinato il rapporto tra l'intensità di un fascio solare, che ha attraversato una soluzione di bicromato di potassa, e la parte di quest'energia assorbita dalle piante mediante lo stesso calorimetro fisiologico; ha trovato tale rapporto esser circa 20:1 poco diverso per le varie piante adoperate.

Ma questi attinometri danno risultati grossolani e non suscettibili di un grande accordo fra di loro.

L'intensità totale delle radiazioni solari si può misurare con grande precisione [1]. Tra i due metodi, il dinamico e lo statico, l'A. ha prescelto il primo adoperato per la prima volta dal Pouillet.

L'A. con la collaborazione del Prof. Stracciati ha modificato il pireliometro Pouillet, proteggendolo dalle capricciose variazioni di temperatura dell'ambiente, e rendendone uniforme la temperatura con appositi agitatori, adoperato i termometri di grande precisione. In varie parti d'Italia a varie altezze dal livello del mare a 3400 m. sopra questo, furon fatte dal 1886 in poi migliaia di determinazioni, che hanno condotto a questi resultati. In ciascun gruppo d'esperienze per cui lo spessore ε dell'atmosfera traversata dai raggi solari vari poco vale la formula del Lambert

$$Q_\varepsilon = Ap^\varepsilon$$

Q_ε essendo le calorie ricevute da un decimetro quadro di superficie nera, $A p$ due costanti, A costante diurna, p coefficiente di trasparenza atmosferica. A e p diminuiscono col crescere della tensione del vapor acqueo nell'atmosfera, mantenendosi indipendenti dallo stato igrometrico. Se f è tale tensione risulta una relazione empirica $A = \varphi(\varepsilon, f)$ dove ponendo $\varepsilon = 0$, $f = 0$ si ottiene per A un valore superiore a 3,2.

1) È da proscriversi l'uso della pila termoelettrica. Il bolometro di Langley non può dare misure precise, in compenso, mediante esso, si è potuto constatare che l'atmosfera assorbe di più i raggi più refrangibili.

È stata risolta altresì la questione se l'intensità delle radiazioni solari sia collegata con lo stato apparente della superficie solare. Non fu trovata alcuna dipendenza contrariamente alle poche esperienze del Frölich, che adoperando la pila termoelettrica; aveva creduto trovare una relazione tra il calore inviato dal sole e la macchia di questo.

L'A. chiude il suo discorso dicendo che tali ultime misure più che per uno scopo pratico si son fatte per l'intima soddisfazione che arreca l'avere contribuito alla ricerca del vero, alla quale soltanto devono mirare gli sforzi di tutti i veri scienziati.

SULL'ACQUA PURA.

F. KOHLRAUSCH e A. HEYDWEILLER.

(Sunto della Nota inserita nei *Sitzbr. d. K. P. Ak. der Wiss. zu Berlin*, XVI, 1894, pp. 295-308).

Il Kohlrausch, colla distillazione nel vuoto, aveva ottenuto dell'acqua molto pura che a 18° aveva una conduttività specifica uguale a $0,25 \times 10^{-10}$, ossia circa 3 volte minore di quella distillata a contatto dell'aria (*Pogg. Ann. Erg. Bd.* 8, 1876).

Uno dei recipienti che allora servivano alla distillazione, rimase per circa 10 anni pieno di acqua; e in quel tempo fu talmente privato delle parti solubili, che la conduttività specifica dell'acqua in esso contenuta non variava in un giorno più di $0{,}01.10^{-10}$; ossia restava praticamente costante nel tempo che occorre per fare una determinazione di resistenza. Questo fatto dimostra che il vetro, restando a lungo a contatto con l'acqua, perde la sua solubilità.

Servendosi di quel recipiente, gli A. hanno ora ottenuto, sempre con la distillazione nel vuoto, dell'acqua che ha alle temperature di

$$0^{\circ} \qquad 18^{\circ} \qquad 25^{\circ} \qquad 34^{\circ} \qquad 50^{\circ}$$

la conduttività specifica

$$0{,}011, \quad 0{,}040, \quad 0{,}058, \quad 0{,}089, \quad 0{,}176 \times 10^{-10};$$

cioè un millimetro di tale acqua ha la resistenza di 40 milioni di chilometri di filo di rame dello stesso spessore. È quindi l'acqua più pura che sia stata mai ottenuta.

La Memoria contiene la descrizione dell'apparecchio usato nella distillazione, e l'indicazione delle precauzioni da prendersi per ottenere l'acqua così pura.

A contatto dell'aria, l'acqua aumenta la sua conduttività in modo molto notevole: in 42^h un campione di acqua aumentò la conduttività specifica da $0{,}05 \times 10^{-10}$ a $0{,}60 \times 10^{-10}$. Essa aumenta pure se è attraversata per lungo tempo dalla corrente; ma cessata la corrente riprende più o meno lentamente il valore primitivo.

Gli A. accennano anche alla dipendenza della conduttività dell'acqua dalla temperatura, e confrontano i resultati ottenuti con la teoria della dissociazione. Da tale studio resulta che l'acqua assolutamente pura dovrebbe avere la conduttività specifica di $0{,}0361 \times 10^{-10}$; il valore più piccolo misurato è di $0{,}0404 \times 10^{-10}$; che accenna a pochi millesimi di milligrammo di impurità per litro d'acqua.

Le misure eseguite hanno permesso agli A. di calcolare anche la quantità di idrogeno dissociato che si trova in un dato volume d'acqua. A 18° per es. essa è di $0{,}000080 \times 10^{-6}$ mg. per litro.

A. Stefanini.

RIVISTA

Comptes rendus — Aprile 1894.

14. 15. — Ed. Sarasin e Kr. Birkeland. *Sulla riflessione delle onde elettriche all'estremo di un filo conduttore che termina in una lamina* (pp. 793-796). — In una precedente Nota [1]) gli A. hanno cercato di mettere in evidenza il modo col quale le induzioni elettriche si propagano nel mezzo ambiente attorno all'estremità libera di un filo conduttore, lungo il quale si propagano

1) *Comptes rendus*, 6 Nov. 1893.

delle onde elettriche. In questa Nota essi espongono i risultati ottenuti armando di un disco metallico l'estremità del conduttore che prima era lasciata libera; e mostrano come questi resultati confermino le loro vedute sulla natura della riflessione.

P. CURIE. *Proprietà magnetiche del ferro a diverse temperature* (pp. 796-800). — L' A. riporta i risultati interessanti dello studio da lui fatto sulle proprietà magnetiche del ferro dolce fra le temperature di 20° e 1375°, variando l' intensità dei campi magnetizzanti da 25 a 1300 unità C. G. S. Esso ha adottato il metodo già impiegato precedentemente per lo studio dei corpi debolmente magnetici. [1])

16. G. MESLIN. *Sulla costituzione delle onde parageniche di diffrazione* (pp. 853-856). — L' A. studia in questa Nota le proprietà delle onde parageniche di diffrazione ottenute facendo cadere sopra un reticolo i raggi provenienti da un punto luminoso.

I. MACÉ DE LÉPINAY. *Acromatismo e cromatismo delle frange d' interferenza* (pp. 856-859). — L'A. applica la teoria esposta in una precedente Nota [2]) al caso che si verifica frequentemente, in cui le frange e le curve di cromatismo sono parallele e tratta poi alcuni casi particolari.

P. CURIE. *Sulle proprietà magnetiche del ferro a diverse temperature* (pp. 859-862). — Esaminando i resultati ottenuti in uno studio già comunicato precedentemente (v. sopra) l'A. mostra che non vi è una temperatura determinata per la quale il ferro si trasforma, cosicchè l'espressione *temperatura di trasformazione del ferro* ha un significato un po' vago, e l'A. crede che potrebbe chiamarsi così la temperatura media dei punti di inflessione delle curve che rappresentano la relazione fra l' intensità di magnetizzazione e la forza magnetizzante alle varie temperature.

P. IANET. *Sopra un metodo elettrochimico di osservazione delle correnti alternate* (pp. 862-864). — L' A. espone in questa Nota un metodo grafico, fondato sulla decomposizione elettrolitica, col quale si possono studiare le frequenze delle alternazioni e le differenze di fase; e ne mostra l'applicazione ad alcuni casi particolari.

DÉSIRÉ KORDA. *Problema generale dei trasformatori a circuito magnetico chiuso* (pp. 864-868). — L' A. tratta analiticamente il problema di determinare le curve periodiche delle correnti primaria e secondaria, prodotte da una forza elettromotrice alternativa applicata ai morsetti del primario, essendo dato un trasfor-

1) *Comptes rendus*, 1893, Tomo CXV. pp. 805 e 1292, Tomo CXVI, p. 136.
2) *Nuovo Cimento*, Serie Terza, Tomo 35, p. 199.

matore il cui nucleo chiuso è costituito da una sostanza della quale si conosce la curva di magnetizzazione.

17. — A. LE BEL. *Sulla variazione del potere rotatorio sotto l'influenza della temperatura* (pp. 916-918). — L'A. svolge in questa Nota alcune considerazioni sull'argomento, le quali non si possono riassumere in brevi parole.

E. BOUTY. *Sulla capacità elettrica del mercurio e le capacità di polarizzazione in generale* (pp. 918-919). — L'A. ricorda gli studi fatti sull'argomento dal Lippmann, dal Blondlot e da lui stesso, ed espone i resultati di sue nuove ricerche sperimentali.

R. SWYNGEDAUW. *Sulla divisione della scarica di un condensatore fra due conduttori derivati di cui l'uno presenta una interruzione* (pp. 920-922). — L'A. ha fatto le sue misure col dispositivo seguente. Una batteria di due bottiglie di Leida può esser caricata per mezzo di una macchina di Holtz. Il conduttore che riunisce le due armature presenta: 1° un interruttore a sfere; 2° un rocchetto traversato dalla scarica totale; 3° una biforcazione di cui una branca è un rocchetto traversato da una parte della scarica; l'altra branca è un interruttore a punte di platino, opportunamente isolate. Con adatti apparecchi l'A. ha misurato lè quantità di elettricità che traversavano alla scarica della batteria le due parti della biforcazione ed ha trovato che

I. Quando si lascia ferma la distanza esplosiva dell'interruttore a sfere, la quantità di eletttricità che traversa il rocchetto derivato cresce in modo continuo con la distanza esplosiva dell'interruttore derivato (a punte).

II. Affinchè tutta la scarica passi per il rocchetto derivato la distanza esplosiva dell'interruttore a punte deve essere funzione crescente della distanza esplosiva dell'interruttore a sfere.

18. — JAMES CHAPPUIS. *Sopra un nuovo metodo di determinazione delle temperature critiche per mezzo dell'indice critico* (pp. 976-977). — L'A. continuando un suo studio, precedentemente comunicato, sugli indici di rifrazione dei gas liquefatti e dei loro vapori saturi, ha esaminato le variazioni di questi indici in vicinanza della temperatura critica. adoprando un dispositivo che gli permetteva l'impiego delle frange di interferenza, giudicando questo metodo come il più delicato che possa usarsi in tali ricerche. Esso ha potuto così determinare con precisione *l'indice critico* e la temperatura critica.

A. PONSOT. *Sopra un nuovo metodo per la determinazione dell'abbassamento del punto di congelazione delle soluzioni* (pp. 977-980). — L'A. espone un nuovo metodo per la determinazione dell'abbassamento del punto di congelazione delle soluzioni, metodo

che gli sembra suscettibile di maggiore esattezza di quelli ordinariamente adottati. Darà conto in una prossima Nota dei resultati ottenuti.

A. Bartorelli.

The physical Review. New York, Vol. I, N.° 6. Maggio-Giugno 1894.

L. W. Austin. *Ricerche sperimentali sull' elasticità susseguente di trazione e di torsione* (pp. 401-425) — L' A. rammenta gli studî di W. Weber (*Pogg. Ann.* XXXIV e LIV), di F. Kohlrausch (*Pogg. Ann.* CXIX; CXXVIII; CLVIII; CLX), di Boltzmann (*Pogg. Ann. Erg. Bd.* VII), di Miller (*Sitz. Ber. d. K. bayr. Akad.* 1878) e ritiene interessante di ripetere una serie d' esperienze sull' elasticità susseguente sia di trazione, sia di torsione per diverse specie di fili.

Le conclusioni a cui giunge si possono riassumere come segue.

L' elasticità susseguente di trazione presenta le stesse leggi di quella di torsione; essa è press' a poco proporzionale alla forza deformatrice; le curve che rappresentano lo scomparire di tali elasticità sono simili quando la durata della deformazione è breve; lo sono meno quando la durata aumenta.

L'elasticità susseguente aumenta proporzionalmente alla temperatura (tra 8° e 23° C. circa). La temperatura ha influenza assai piccola sulla velocità della scomparsa dell' elasticità, però per temperature basse questa velocità è sensibilmente maggiore.

Le elasticità susseguenti del rame, dell'argento e dell'ottone stanno fra loro come 7 : 3 : 2 per la torsione e come 4 : 3 : 2 per la trazione. Il coefficiente di temperatura sembra essere, in entrambi i casi, di circa 0,033.

I risultati relativi all' andamento dell' elasticità durante una deformazione continuata per lungo tempo e dopo la cessazione della medesima non sono soddisfacenti. Tutto ciò che può dirsi è questo: per piccole forze agenti per diversi giorni, la deformazione (allungamento o torsione) scomparisce dopo un tempo presso a poco eguale a quello richiesto a produrre la deformazione stessa.

W. S. Franklin e E. L. Nichols. *Sullo stato dell' etere che circonda un corpo in moto* (pp. 426-441).

W. S. Franklin. *Tre problemi sul moto vibratorio* (pp. 442-450). — Di queste due Memorie ci limitiamo a segnalare il titolo.

G. Faè.

Wied. Ann. Vol. 51, N° 4, 1894.

F. Mylius e O. Fromm. *Sulla formazione delle lamine metalliche galleggianti, nell' elettrolisi* (pp. 593-621). — Sono studiate le condizioni nelle quali il catodo immerso in soluzioni di sali metallici si riveste di lamine galleggianti metalliche, quando l' elettrolita è attraversato dalla corrente.

E. Goldstein. *Sulla così detta stratificazione della luce catodica delle scariche d' induzione.* (pp. 622-637). — La luce catodica dei tubi di Geissler si divide, com' è noto, in tre strati, che son ritenuti come formanti tre parti di una medesima radiazione, nettamente limitati. Ma l' A. fece notare fino dal 1886 (*Sitzber. Berl. Ak.*) che almeno il così detto primo strato invade anche gli altri due, che si può del tutto separare da essi, i quali non si posson quindi ritenere come una continuazione del primo.

Usando catodi concavi l'A. ha ora potuto osservare che anche gli altri due strati sono manifestazioni di radiazioni assolutamente diverse, che si compenetrano mantentendo inalterate le loro proprietà.

Anche la luce negativa secondaria si compone di due specie diverse di luce: una, corrispondente ai raggi del secondo strato, che si propaga rettilineamente; e un' altra che si piega attorno agli ostacoli e che corrisponde al terzo strato della luce catodica.

W. Voigt. *Contribuzione alla teoria molecolare della piezo-elettricità* (pp. 638-660). — Riferendosi alla teoria esposta dal Riecke (*Wied. Ann.* 49, pag. 559), l' A. tratta i fenomeni piezo-elettrici senza riferirsi a un sistema di poli, ma tenendo conto soltanto delle proprietà presentate dalla simmetria del cristallo.

F. Melde. *Su alcuni metodi per determinare i numeri di vibrazione di note alte* (pp. 661-693). — Quando le note son molto alte, il loro confronto con quelle rese da diapason normali o da sirene riesce coll' orecchio assai difficile, potendosi sbagliare fra una nota e la sua ottava.

L' A. ha potuto ottenere il tracciato grafico delle vibrazioni anche rapidissime, spostando parallelamente a sè stessa una lastrina di vetro (spalmata di stearina rammollita con olio che vi si stende sopra con un dito) a contatto con una sottile punta portata dal corpo vibrante. Osservando la lastra al microscopio, si vede se il tracciato è regolare; se non lo è, si scancella col dito e si ripete la prova: presto si arriva ad ottenerlo in modo da potersene servire.

Se sulla lastrina si registrano contemporaneamente le vibrazioni di un diapason e del corpo studiato, è facile avere il numero delle vibrazioni cui corrisponde la nota di questo.

Per eccitare le vibrazioni l'A. invece dell'arco di violino trova molto più conveniente una bacchetta di vetro bagnato, che striscia su un pezzo di sughero incavato a triangolo e fissato al corpo da eccitare. Così l'operatore può servirsi delle due mani, insieme, e mettere contemporaneamente in vibrazione due corpi.

Per molti particolari sul modo di operare, vedasi la Memoria originale che contiene disegni numerosi.

A. WINKELMANN e O. SCHOTT. *Sull'elasticità e sulla resistenza alla trazione e alla pressione di diversi cristalli, in relazione colla loro composizione chimica* (pp. 697-729).

Sui coefficienti di resistenza termica di diversi vetri, in relazione alla loro composizione termica (pp. 730-746). — Gli A. hanno sperimentato su 18 qualità di vetri; ed i valori trovati pel modulo d'elasticità son compresi fra 4693 e 7592 kg per mm^2; per la resistenza alla trazione trovarono valori fra 3,5 e 8,5 Cg e per quella alla compressione fra 60,6 e 120,8 Cg per mm^2.

Con formule della forma $P = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots\ldots$ si può rappresentare il valore delle costanti elastiche in relazione alla composizione chimica, e la Memoria contiene i valori delle costanti a per le diverse specie di elasticità; le x sono le parti in peso dei componenti del vetro.

Nella seconda Memoria, gli A. studiano la resistenza che il vetro oppone alla rottura per rapide variazioni di temperatura, e indicano come anche questa possa dedursi dalla composizione chimica.

M. EISIG. *Lo spettro lineare dell'ossigeno* (pp. 747-760). — Quantunque sia stato molto studiato, lo spettro dell'ossigeno non si può dire completamente conosciuto, perchè le diverse parti sono studiate da osservatori diversi e con metodi che non consentono la stessa esattezza.

Servendosi di un reticolo del Rowland, l'A. ha determinato le righe di tutta la porzione che si può fotografare di quello spettro. L'ossigeno era ottenuto con l'elettrolisi di acqua distillata, e accuratamente asciugato; ed era reso luminoso con scariche elettriche in tubi di Geisler di costruzione particolare. Lo spettro di confronto fu quello del ferro nell'arco voltaico.

Confrontando i resultati ottenuti con l'atlante solare del Rowland, l'A. conclude, al pari di Trowbridge e Hutchins, che fra lo spettro dell'ossigeno e quello del sole non vi è alcuna relazione precisa; ma occorrono altre determinazioni per decidere se l'ossigeno si trovi o no nel sole.

A. STEFANINI.

Philosoph. Mag. Vol. 37 — Marzo 1894.

A. SMITHELLS. *La luminosità dei gas* (pp. 245-259). — Riferendosi ad un suo precedente lavoro (*Proc. Chem. Soc.* 105) e a quelli del Pringsheim (cfr. *N. Cim.* 33 pag. 184), l'A. espone alcune esperienze dalle quali resulta che il vapore d'iodo può esser reso incandescente ad una temperatura inferiore a quella che porta il vetro al color rosso. Secondo Hittorf, Siemens e altri i gas non diverrebbero incandescenti nemmeno se scaldati a 1500°; ma l'A. fa osservare che è molto difficile determinare esattamente la vera temperatura di una fiamma, e che quindi non si può asserire che gli stessi gas non diventino incandescenti alla medesima temperatura quando son prodotti in una fiamma. Se il calore svolto nelle combinazioni chimiche fosse impiegato a riscaldare i prodotti della combustione, questi verrebbero portati a temperature elevatissime (circa 6000°) e quindi molto probabilmente diverrebbero luminosi.

Passando poi a studiare gli spettri della fiamma, l'A. ritiene molto improbabile che per es. i sali di sodio sieno dissociati nella fiamma in modo da render libero il sodio, o che la riduzione del metallo avvenga per processi puramente chimici; egli ritiene più accettabile l'ipotesi di Arrenius sulla dissociazione in ioni. Non si può peraltro asserire che lo spettro del sodio sia la conseguenza diretta dell'azione chimica cui prendon parte gli atomi.

A. M. MEYER. *Ricerche di acustica* (pp. 259-288). — In questa Nota, che fa seguito ad altre pubblicate nel 1874 e 1875, l'A. si occupa della legge che connette l'altezza di un suono con la durata della sua sensazione residua, cioè di quel tempo durante il quale la sensazione di un suono è percepita senza variazione di intensità, dopo che le vibrazioni cui è dovuto sono cessate. Inoltre sono determinati i più piccoli intervalli consonanti fra le note semplici, dai quali è parimente dedotta la durata delle sensazioni sonore residue.

J. DANIELL. *Studio della polarizzazione sopra diaframmi metallici sottili in un voltametro*. Parte II. (pp. 288-300). — Vedi *N. Cim.* Aprile 1894, pag. 202.

G. M. MINCHIN. *Calcolo del coefficiente d'autoinduzione di una corrente circolare di data apertura e di data sezione* (pp. 300-304). — Per una spira circolare formata con un filo di spessore 2c, se *a* è il raggio del filamento centrale della spira, e ponendo $L = \log_e \frac{8a}{c}$, l'A. trova il coefficiente d'autoinduzione per una corrente continua dato da

$$\pi \left\{ 4a\,(L-2) + 2c\left(L - \frac{5}{4}\right) - \frac{c^2}{16a}\,(2L+19) \right\}.$$

Se a e c son misurati in centimetri, il valore così trovato è in unità assoluta, e si riduce a sechoms dividendolo per 10^9.

Se la corrente interessa solamente la superficie, il coefficiente diviene

$$\pi \left\{ 4a\,(L - 2) + 2c\left(L + \frac{3}{2}\right) + \frac{c^2}{16\,a}\,(4L + 11) \right\} .$$

M. P. Rudski. *Nota sulla termodinamica del sole.* (pp. 304-306). — A proposito di un teorema di A. Ritter, secondo il quale la temperatura di un corpo celeste dovrebbe accrescersi quando esso emette calore, l'A. dimostra che invece un corpo celeste, se non è influenzato da altri, in seguito all'emissione del calore deve raffreddarsi. Ma una caduta di meteoriti, come l'ha supposta lord Kelvin, può esser sufficiente a compensare la perdita di calore per irraggiamento.

G. Gore. *Cambiamenti di temperatura prodotti dal contatto di liquidi con polvere di silice etc.* (pp. 306-316). — L'A. ha proseguito gli studi di Pouillet, Daniell, Meisner etc., e trova che in tutti i casi conosciuti il contatto di un liquido con una polvere insolubile svolge del calore, e ne discute le cause.

G. J. Stoney. *Sui limiti della visione, con speciale riguardo alla visione degli insetti* (pp. 316-330). — All'ultima riunione di Nottingam il presidente dell'Associazione Britannica annunziò che è stata fotografata l'immagine prodotta dall'occhio composto di un insetto. In seguito a ciò l'A. espone le sue ricerche sul modo col quale tale immagine viene formata; e da esse, fra altre cose importanti sulla fisiologia della visione, resulta che gli insetti non posson vedere oggetti molto minuti.

G. Gore. *Energia meccanica delle molecole gassose* (p. 340). — Avendo eseguito per molti gas il prodotto dei pesi molecolari per i quadrati delle velocità molecolari, l'A. li ha trovati sensibilmente costanti; talchè egli ne deduce che l'energia meccanica delle molecole gassose, a pressione e a temperature eguali, è la stessa per tutti i gas.

Nel fascicolo di Aprile il Lodge (p. 419) fa osservare a questo proposito che la costanza dell'energia cinetica media delle molecole, per diversi gas alla medesima temperatura e pressione, si deduce dalla teoria cinetica, ma soltanto per i gas perfetti.

A. Stefanini.

LA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DELL'ARGENTANA IN MEZZI DIVERSI

Nota di MARIO SALA
Studente di fisica, nella Università di Pavia.

La ripetizione dell'esperimento, fatto dal signor Stanford [1], che condurrebbe a modificare la definizione della unità elettrica di resistenza mi venne dato, nello scorso anno dal prof. Bartoli, come argomento di ricerca sperimentale.

Mi accinsi subito allo studio critico e sperimentale, impiegando però nella riproduzione della esperienza alcune modificazioni suggeritemi dal prof. Bartoli. Mi viene ora mostrato dal predetto professore una rivista di fisica contenente uno studio [2] sperimentale del signor Carhart, confermativo di ciò che già io trovai in quel che feci fin' ora.

Sospendo adunque le esperienze per darne un brevissimo cenno.

Il signor Stanford afferma che la resistenza elettrica d'un conduttore percorso da corrente varia anche a seconda del dielettrico che lo circonda.

L'apparecchio per l'esperienza consiste in un tubo di rame lungo tre piedi e del diametro di un pollice chiuso alle estremità con due dischi di rame. Lungo l'asse del tubo è disteso un filo di rame del diametro di un mm. fissato con vite al centro di uno dei dischi e passante per il centro dell'altro disco da cui è isolato.

Le resistenze furon misurate con un ponte di Wheatston e l'intesità con un galvanometro.

1) *Leland Stanford Junior University Publications. Studies in Electricity* N. 1; *Phil. Mag.*, January, 1893, Vol. 35, N, 212, p. 65.

2) *The electrical conductivity of copper as affected By the surrounding medium The Physical Review,* Vol. 1, N. 5, march-april, 1894.

Chiamata uno la conduttività nell'aria per altri dielettrici trovò i seguenti numeri:

Petrolio	1,0018	vapore d'alcool	0,9981
Spirito di legno	0,9998	vapori d'etere solforico	0,9975
Alcool assoluto	0,9981	gasolina	0,9982 ecc.
Benzina	0,9994	. . . .	

L'apparecchio da me usato, ossia la resistenza incognita inserita in uno dei lati del ponte Wheatston, consiste in un filo d'argentana di un coefficiente termico piccolissimo, coefficiente studiato su questo filo, dieci anni or sono dal prof. Bartoli.

Il filo d'argentana aveva la superficie ben lucida e ben pulita; fu piegato a larga spira in modo che su due estremità potessero venir saldate a due grossi conduttori di rame.

La spirale con le saldature era racchiusa entro un recipiente cilindrico di rame, a perfetta tenuta, messo in buona comunicazione col suolo.

Affine di rendere meno sentite le variazioni dovute alla temperatura ambiente, la resistenza inserita nell'altro lato del ponte fu presa con un filo uguale di argentana di resistenza identica a quella della spirale, cosicchè il corsoio del reocordo era giusto a metà della lunghezza della graduazione.

La pila era composta di quattro grossi elementi ed il galvanometro era di squisite sensibilità, essendo reso quasi perfettamente astatico col mezzo di una calamita: la scala era lontana dallo specchio due metri: si ebbe cura del perfetto isolamento dei circuiti: i contatti erano fra grossi fili di rame amalgamato che s'introducevano in bicchieri di mercurio col mezzo di leve di ebanite.

Per assicurarmi che il galvanometro aveva una sensibilità tale da rilevare le variazioni di resistenza accennate dallo Stanford, credetti necessario determinare esattamente la sensibilità. Ottenni infatti che anche variazioni cento volte più piccole di quelle trovate dal Stanford mi dovevano essere marcatamente palesi.

Dapprima il mezzo dielettrico nel quale esperimentai fu l'aria. Spostando convenientemente il corsoio ottenni uno spostamento affatto nullo all'apertura ed alla chiusura.

Conservando poi inalterata la temperatura e lasciando tutto invariato sostituii all'aria il gas illuminante, poi l'acido carbonico, poi il petrolio purificato.

Le esperienze le rifeci numerose volte per ognuno di questi dielettrici, lasciando lunghissimo intervallo tra una esperienza e l'altra, nè mi riuscì ottenere dalla bussola mai in nessuna prova alcuno spostamento.

Come già dissi avrei continuato ad esperimentare su altri molti mezzi dielettrici, se la pubblicazione del signor Carhart non fosse per ora un sufficiente controllo alle mie esperienze, riserbandomi però a continuarle più tardi, con altri metalli e in altri mezzi dielettrici.

Gabinetto di Fisica della Università di Pavia, 15 Aprile 1894.

INFLUENZA DEI PROCESSI DI DEFORMAZIONE SULLE PROPRIETÀ ELASTICHE DEI CORPI

Nota del Dott. M. CANTONE.

PARTE SECONDA.

Sul modo di eliminare le deformazioni permanenti.

Una grave difficoltà si opponeva in principio allo studio dei processi di deformazione, non conoscendosi ancora il mezzo di ricondurre il corpo deformato permanentemente nello stato primitivo, o in generale, in condizioni paragonabili fra loro e per le quali si avessero le stesse proprietà elastiche nei due sensi. Or io basandomi sull'esperienza nota, che una sbarra un poco piegata si può riportare per mezzo di vibrazioni allo stato iniziale, e tenendo conto dell'analogia tra i fenomeni di elasticità e quelli del magnetismo, ho pensato che, come si toglie al corpo già sottoposto all'induzione di un rocchetto la polarità residua

mediante correnti alternate e decrescenti, fosse possibile in modo analogo raddrizzare le lastre deformate permanentemente, usando carichi positivi o negativi che si succedano con intensità sempre minore.

L'esperienza ha confermato in parte le mie previsioni, giacchè col metodo ora indicato si avvicinano poco a poco all'origine i punti d'incontro della *curva d'isteresi* coll'asse delle forze, sino ad aversi, ad operazione compiuta, il ritorno della lastra ad una forma assai vicina alla primitiva. Così le O_1, O_5, ed O_{11} *ricotta*, col procedimento anzidetto, delle saette residue di 0,32,^{mm} 0,37,^{mm} 1,00^{mm} conservarono una parte che non superò 0,04^{mm}.

Nel caso di deformazioni permanenti piuttosto grandi, il metodo descritto o delle *alternazioni decrescenti*, come lo si può chiamare, non basta a conseguire tutto l'effetto desiderato inquantochè il corpo, pur perdendo buonissima parte della flessione residua, resta un poco piegato nel senso in cui si esercitò la prima volta la forza massima usata nelle serie.

Però, a mio credere, è da ritenere che tale risultato non si debba ascrivere a difetto del metodo in questione, bensì al fatto che il corpo il quale abbia subìto sforzi troppo grandi, perde la proprietà di presentare deformazioni permanenti uguali nei due sensi, accennando ad oscillare attorno una posizione spostata rispetto alla primitiva nel senso avanti cennato; sicchè la non completa efficacia del processo di *scarica* dipenderebbe in ultima analisi dalle deformazioni cui prima si è sottoposto il corpo.

Basterà, per provarlo, considerare come si comporti una lastra che partendo dallo stato originario compie cicli bilaterali di ampiezze crescenti. Si vede allora che la media delle letture ottenute col carico *zero* nell'andata e nel ritorno, si mantiene in principio quasi costante e coincidente coll'altezza iniziale della mira, per variare poi nel senso indicato; attuando ad un certo punto il processo delle *alternazioni* si perviene ad una lettura sul catetometro diversa dalla primitiva, ma vicinissima alla media di quelle fatte nell'ultimo ciclo per le deformazioni residue in alto ed in basso, come attestano le tabelle seguenti che contengono, in succinto, parte della storia di talune lastre.

In ogni tabella la seconda colonna si riferisce alle letture avute col carico *zero* in seguito ad una trasformazione che ha

origine da una forza indicata nella prima colonna, dove in generale il simbolo P·O serve a denotare il passaggio da P a *zero;* la terza colonna porta nel primo ed ultimo rigo le altezze della mira al principio ed alla fine della serie, e negli interlinei le medie dei valori della seconda colonna per i singoli cicli bilaterali. Lo *zero* inziale è distinto coll' asterisco *, e quello ottenuto colle *alternazioni decrescenti* è racchiuso fra parentesi.

O_9 TABELLA I.

26 Aprile			27 Aprile (cont.)		
0*	—	133.07	18·0[1]	130.30	131.78
10·0	132.63	132.79	— 18·0	133.27	
— 10·0	132.95		18·0	130.37	131.80
11·0	132.62	132.78	— 18·0	133.24	
— 11·0	132.94		18·0	130.42	131.81
12·0	132.44	132.67	— 18·0	133.20	
— 12·0	132.90		18.0	130.44	131.82
13·0	132.26	132.58	— 18·0	133.20	
— 13·0	132.90		(0)		131.84
14·0	132.00	132.44			
— 14·0	132.89				
15·0	131.78	132.38			
— 15·0	132.98				
16·0	131.34	132.22			
— 16·0	133.10				
17·0	130.88	132.07			
— 17·0	133.26				
18·0	130.10	131.84			
— 18·0	133.57				
18·0	130.40	131.89			
— 18·0	133.38				

O_{11} *ricotta* TABELLA II.

8 Giugno			10 Giugno		
0*	—	128.68	0	—	128.65
2·0	128.66	128.68	10·0	127.90	128.59
— 2·0	128.70		— 10·0	129.28	
3·0	128.64	128.67	11·0	127.02	128.51
— 3·0	128.70		— 11·0	130.00	
4·0	128.65	128.69	12·0	124.86	128.12
— 4·0	128.73		— 12·0	131.38	
5·0	128.66	128.70	13·0	120.95	127.22
— 5·0	128.74		— 13·0	133.50	
6·0	128.62	128.68	14·0	115.24	126.24
— 6·0	128.75		— 14·0	137.24	
7·0	128.58	128.70	14·0	117.32	126.19
— 7·0	128.81		— 14·0	135.06	
8·0	128.46	128.69	14·0	119.00	126.62
— 8·0	128.92		— 14·0	134.24	
9·0	128.20	128.64	14·0	119.68	126.63
— 9·0	129.08		— 14·0	133.58	
10·0	127.64	128.57	(0)		126.73
— 10·0	129.50				
(0)	—	128.64			

1) La lastra trovavasi caricata in principio con 18 pesi dal giorno precedente.

Si constata agevolmente dal complesso dei risultati trascritti che la posizione attorno cui le nostre sbarre si deformano, va spostandosi, e che il nostro metodo di scarica ci permette di mantenerla dove fu portata dal ciclo di massima estensione, e dalla quale non si allontana in modo sensibile per altri cicli di ampiezza non superiore, unilaterali o bilaterali. »

Risultati ancora più regolari si ebbero, per il processo di cui ci occupiamo, nella torsione del nichel ricotto: in tal caso deformazioni permanenti sino a circa 75 divisioni della scala (cioè ad $^1/_6$ della deformazione temporaria massima), si mantennero uguali da una parte e dall' altra in ogni ciclo a meno di $^1/_{100}$ del loro valore, e si riuscì colla scarica successiva ad ottenere il ritorno esatto del corpo alla forma originaria.

A render meno variabile, nella flessione, la media delle letture corrispondenti al carico *zero*, ho trovato utile far compiere alla lastra, a partire dallo stato iniziale, cicli bilaterali con ampiezze che crescono gradatamente: allora le saette residue sono presso a poco uguali in valore assoluto, e la scarica operata in seguito colle *alternazioni decrescenti* conduce ad un'altezza della mira che non si discosta molto dalla primitiva.

Tale è il comportamento della O_{11} *ricotta* per la serie cui si è accennato in principio di questa nota; se è stato possibile eliminare in essa quasi tutta la deformazione permanente (1,00^{mm}), ciò si deve alla circostanza che nella serie citata il valore della forza estrema, passando da un ciclo bilaterale al successivo, fu fatto variare sin dal principio per l' aggiunta di un sol peso.

Uguale successo, mediante l' artifizio sopra menzionato, non ebbero le nostre ricerche sulla flessione dell' ottone, quando si arrivava a saette esagerate, ma si potè sempre avere colle *alternazioni crescenti* un notevole vantaggio per riguardo agli spostamenti dello *zero*. Se lo scopo non fu raggiunto del tutto, io credo ne sia causa la disposizione sperimentale, poichè l'uso della carrucola, che non fu possibile evitare, portava, come altrove si disse, qualcosa di simmetrico nel modo d' agire delle forze, ciò è tanto vero che nella torsione, dove l'apparecchio risponde meglio all'esigenze delle ricerche, si accenna ad un comportamento più regolare.

In ogni modo è da ritenere che il metodo delle alternazioni decrescenti permetta di conseguire, per il corpo che si deforma a *temperatura costante*, uno stato veramente *normale*.

Chiarisco l'idea. È noto che i metalli di cui disponiamo hanno subìto processi termici o meccanici che non ci garantiscono un'uguaglianza di struttura nei varî punti e nelle varie direzioni; non si può quindi considerare lo stato iniziale di siffatti corpi come privo di deformazione. Tenute presenti queste circostanze, a noi interessa conoscere se esista uno stato realizzabile a piacere, e rispetto al quale il corpo abbia legge costante di deformazione per forze che agiscano successivamente o nello stesso senso o in sensi opposti.

Col nostro metodo di scarica parmi si raggiunga lo scopo in modo quasi completo. Dalle tabelle che riporterò appresso si vedrà infatti che l'altezza $[L]_0$ della mira, ottenuta colle alternazioni decrescenti in diverse serie di esperienze, si mantiene per ciascuna lastra pressochè invariata, e che la legge secondo cui si deforma il corpo per forze crescenti a partire dallo *zero* di scarica non subisce modificazioni notevoli da un giorno all'altro. Moltissimi risultati sperimentali potrei addurre a conferma di questi fatti, oltre quelli che qui saranno trascritti; li tralascio per amore di brevità, limitandomi solo ad aggiungere che nei metalli ricotti, i quali presentano, a parità di forza maggiori deformazioni temporarie e permanenti, si ottennero col metodo citato in diverse serie posizioni di riposo della mira che differivano fra loro di una quantità inferiore ad $^1/_{1000}$ della saetta permanente massima.

Che la legge di deformazione del corpo a partire dallo *zero* di scarica rimanga immutata quando si passa dalle forze positive alle negative, non viene avvalorato in maniera assoluta dalle mie ricerche, giusta l'esperienze che riassumo nelle tabelle seguenti, ma resta accertato che le deviazioni da un caso all'altro sono piccole, e che perciò possono rientrare nei limiti di errori inerenti alle nostre condizioni sperimentali.

O_4 TABELLA III.

P	5 Marzo $[L]_0 = 132.78$ s	Δs	6 Marzo a. m $[L]_0 = 132.74$ s	Δs	P	6 Marzo p. m. $[L]_0 = 132.78$ s	Δs
0	—		—		0	—	
		2.51		2.50			−2.46
1	2.51		2.50		−1	−2.46	
		2.47		2.52			−2.49
2	4.98		5.02		−2	−4.95	
		2.54		2.52			−2.48
3	7.52		7.54		−3	−7.43	
		2.50		2.52			−2.49
4	10.02		10.06		−4	−9.92	
		2.47		2.46			−2.46
5	12.49		12.52		−5	−12.38	
		2.43		2.42			−2.46
6	14.92		14.94		−6	−14.84	
		2.39		2.40			−2.41
7	17.31		17.34		−7	−17.25	
		2.40		2.40			−2.43
8	19.71		19.74		−8	−19.68	
		2.39		2.39			−2.43
9	22.10		22.13		−9	−22.11	
		2.41		2.41			−2.39
10	24.51		24.54		−10	−24.50	
		2.41		2.40			−2.46
11	26.92		26.94		−11	−26.96	
		2.42		2.41			−2.52
12	29.34		29.35		−12	−29.48	
		2.53		2.53			−2.64
13	31.87		31.88		−13	−32.12	
		2.77		2.70			−2.83
14	34.64		34.58		−14	−34.95 [1]	

O_6 TABELLA IV.

P	11 Aprile a. m. $[L]_0 = 135.96$ s	Δs	P	13 Aprile $[L]_0 = 135.98$ s	Δs
0	—		0	—	
		1.62			−1.59
1	1.62		−1	−1.59	
		3.23			−3.25
3	4.85		−3	−4.84	
		3.18			−3.18
5	8.03		−5	−8.02	
		3.17			−3.13
7	11.20		−7	−11.15	
		3.18			−3.09
9	14.38		−9	−14.24	
		3.14			−3.15
11	17.52		−11	−17.39	
		3.26			−3.28
13	20.78		−13	−20.67	
		3.62			−3.64
15	24.40		−15	−24.31	
		2.12			−2.19
16	26.52		−16	−26.50	

Nella torsione del nichel siamo anche per questo riguardo in condizioni migliori, poichè in due serie compiute, dopo la *scarica alternata*, con forze crescenti nei due sensi si ebbero letture sulla scala che presentano un notevole accordo nei loro valori assoluti per carichi uguali sui due piatti.

Non sempre lo stato originario coincide col normale, potendone talvolta differire per una casuale deformazione permanente, che stante la sua piccolezza sfugga al nostro occhio e che basti a rendere diverse le proprietà elastiche della sbarra per deformazioni da una parte e dall' altra. In tali casi non è da aspet-

1) Nel mettere l'ultimo peso si è data una scossa al piatto.

tarsi che il nostro metodo di scarica ci porti all'altezza iniziale della mira, poichè con esso si riesce ad eliminare gli effetti residui dovuti a forze positive o negative più piccole in valore assoluto del carico limite da cui si parte nella *riduzione a zero.*

Mi è stato facile provare la cosa con una esperienza. Portata una lastra nello stato normale dopo avere usato lo sforzo massimo di 20 pesi, le si fece aquistare con un carico successivo + 12 una deformazione permanente, che sparì ricaricando il corpo con + 14 ed attuando poi il processo delle alternazioni. Si produsse allora collo stesso carico + 12 la medesima saetta di prima, e rifatta la scarica, a partire però da — 14, si ebbe risultato identico a quello ottenuto nell'altro caso.

Processo di accomodazione.

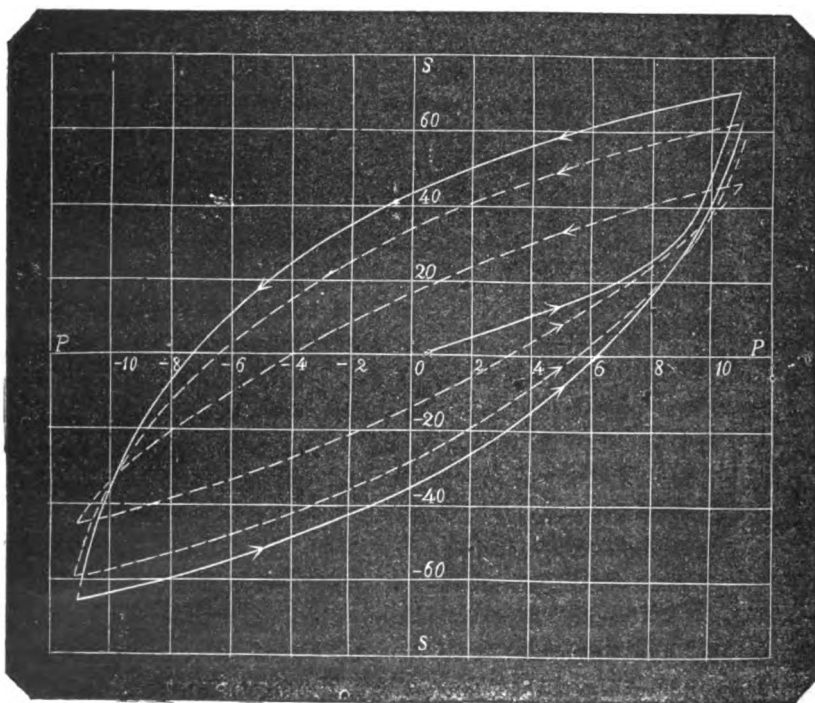
Nell'esporre i particolari relativi ai cicli di deformazione ho lasciato sotto silenzio una circostanza che non deve sfuggire al nostro esame, qualora si voglia avere un'idea esatta del comportamento dell'ottone sottoposto a forze deformatrici.

Se esercitiamo su una lastra sforzi d'intensità crescente, ed arrivati *per la prima volta* ad una flessione piuttosto grande compiamo un ciclo bilaterale, questo d'ordinario non si chiude; infatti, tornando ad agire il carico massimo primitivo, si perviene ad una saetta più piccola di quella corrispondente all'inizio del ciclo.

Siffatta anomalia tende a sparire nei cicli successivi con un processo lento di vera *accomodazione*, il cui esame formerà l'oggetto della presente Nota.

L'annessa figura, costruita in base ai risultati avuti colla O_{12} *ricotta*, mostra l'andamento del fenomeno: la curva a tratto continuo si riferisce alla deformazione da *zero* a + 11 ed al primo ciclo, quella tratteggiata al secondo ciclo e quella punteggiata al 15°.

Rileveremo anzitutto che l'imperfetta chiusura del primo ciclo per le diverse lastre non è un fatto isolato, bensì la conseguenza di una legge che segue il corpo lungo tutta la trasformazione da P_1 a — P_1 e da — P_1 a P_1, avendosi per la forza estrema — P_1 una saetta in valore assoluto minore della primi-

tiva e, sempre a parte il segno, un impicolimento graduale delle saette che si riferiscono al passaggio da — P_1 a P_1 rispetto ai valori che per la stessa frazione di mezzo ciclo si aveano venendo a P_1 a — P_1. Risultano pertanto diverse le deformazioni permanenti, ed in generale manca la simmetria nella curva rappresentatrice.

Se non che i cicli successivi, nel mentre tendono a chiudersi, accennano a rendere i vari cappî simmetrici, ma non rispetto all'origine, sibbene attorno a un punto che si va spostando sull'asse delle saette, in principio nel senso del quale agì la prima volta la forza massima, e poi lentamente in senso opposto, sino a raggiungere una posizione stabile che coincide collo *zero di scarica*, quando questa venga eseguita, dopo alquanti cicli, col metodo delle *alternazioni*.

Non posso garantire che lo spostamento del centro di simmetria sia caratteristico del fenomeno che si studia stando a quanto si osservò in una precedente Nota, sulla natura della

curva rappresentatrice dei cicli bilaterali, e tenuto conto di ciò che nell'accomodazione del nichel ricotto si hanno torsioni permanenti presso a poco uguali nei due sensi.

Tuttavia restano inalterati gli apprezzamenti sull'indole generale del fenomeno. Difatti, ammesso pure che lo spostarsi dello *zero* sia dovuto ad una causa disturbatrice capace di modificare la legge che seguirebbe il corpo in condizioni sperimentali perfette, non può ascriversi ad esso l'accomodazione, sia perchè, come vedremo fra poco, questa continua anche quando diviene costante la media delle letture relative alle deformazioni permanenti, sia perchè nelle ricerche del Wiedemann [1]) sulla torsione dell'ottone, il fenomeno di accomodazione procede sulle linee principali colle stesse modalità da noi rilevate.

Una completa regolarità non si ottiene col processo di cui ci occupiamo, essendovi d'ordinario anche nel caso dei cicli chiusi, ai quali si perviene sempre col metallo crudo dopo le prime alternazioni, una forma non perfettamente simmetrica della curva che li rappresenta, giusta quanto si deduce dalla ispezione delle saette. Parmi però che il fatto sia da attribuire alla disposizione sperimentale, ed a questo convincimento son portato dal vedere che anche partendo dallo *stato non deformato* si hanno, per forze crescenti, una volta in un senso ed una volta nell'altro, saette negative superiori in valore assoluto a quelle positive che si ottengono con ugual numero di pesi, anomalia che rivela palesemente in questo caso una imperfezione dell'apparecchio.

Per la O_9 avviene la chiusura dei cicli quasi dal principio, non ostante la grandezza della deformazione massima da cui si partì fosse piuttosto grande; ma è da osservare che la O_9 non arrivò al carico massimo primitivo con forze crescenti con continuità, sibbene mediante una serie di cicli bilaterali con forze estreme che aumentavano volta per volta del valore corrispondente ad uno dei pezzi di piombo. Risulterebbe dunque che questo modo di procedere serva ad agevolare l'assetto del corpo, in quanto il lavorìo inerente ai cicli più bassi costituisce una parte del processo di accomodazione.

Per riguardo all'andamento del modulo importa qui osservare

1) *Wied. Ann.* 6, p. 492

che i valori di E nei successivi cicli vanno decrescendo, se si considerano forze appartenenti al primo o terzo *quarto* di ciclo, e che aumentano più rapidamente per carichi vicino alla fine di ogni mezzo ciclo. Ne consegue un aumento di E_2, marcato quando si passa dal primo al secondo ciclo, e che tende poco a poco a sparire.

È notevole che le variazioni del modulo per ogni colonna si rendono nei successivi cicli meno accentuate, onde col fenomeno in esame non solo si accresce il valor medio di E, ma anche si modifica il comportamento del corpo nel senso di aversi minori divergenze dalla legge di Hooke.

Se si interrompe per qualche ora il lavorìo del corpo non si manifesta notevole disturbo nell'accomodazione, quando invece il riposo si protrae per uno o più giorni si perde parte dell'effetto prodotto dai cicli precedenti. E nello stesso senso pare che agisca la scarica col metodo delle *alternazioni*.

L'accomodazione, si disse avanti, oltre che colla variabilità delle saette relative ai punti estremi del ciclo, si apprezza col graduale decrescere delle deformazioni permanenti. Ciò fu notato dal Wiedemann [1]) nello studio che questi fece sulla torsione dell'ottone. Nelle nostre ricerche risulta di più che anche quando i cicli si chiudono, continua a scemare la differenza fra le letture corrispondenti alla forza zero per ciascun ciclo, generandosi col procedere dell'assetto del corpo una continua diminuzione dell'*area d'isteresi*. Siffatto elemento, a causa delle sue accentuate variazioni, ci permette un esame più minuzioso del fenomeno che abbiamo impreso ad analizzare. Esso ce ne rivela l'esistenza anche quando è difficile scorgere variazioni sistematiche sia del modulo medio che delle letture corrispondenti al carico *zero*.

Sarà bene pertanto studiare il processo di accomodazione in base alle sole aree d'isteresi; ed a ciò si presta la seguente tabella, dove nella prima colonna sono indicati i giorni di esperienze, nella seconda le lastre che si cimentano, nella terza le forze estreme impiegate nei vari cicli, e nelle altre i valori delle aree.

1) *Wied. Ann.* 6, p. 492.

TABELLA V.

Giorni di esperienza	Lastre	P_1	Aree d'isteresi						
			1° ciclo	2° ciclo	3° ciclo	4° ciclo	5° ciclo	8° ciclo	5° ciclo
4 Marzo . .	O_4 [1])	14	117.27	69.96	61.72	—	—	—	—
5 „ . .	„	„	59.39	—	—	—	—	—	—
6 „ . .	„	„	57.25	50.58	—	—	—	—	—
11 „ . .	„	16	186.10	176.12	—	—	—	—	—
12 „ . .	„	„	182.91	175.42	166.43	—	—	—	—
18 „ . .	„	17	345.56	301.69	—	—	—	—	—
19 „ . .	„	„	295.96	269.79	—	—	—	—	—
2 Aprile . .	O_5 [2])	20	93.80	86.76	81.41	—	—	—	—
3 „ a. m.	„	„	83.95	79.39	75.53	—	—	—	—
3 „ p. m.	„	„	83.30	79.14	75.84	—	—	—	—
9 „ a. m.	O_6	16	142.58	88.53	—	—	—	—	—
9 „ p. m.	„	„	76.98	72.12	71.05	69.09	69.67	—	—
10 „ . .	„	„	76.71	70.34	67.95	67.82	—	—	—
11 „ a. m.	„	„	74.03	69.71	67.62	—	—	—	—
11 „ p. m.	„	„	71.08	67.85	66.58	65.94	63.34	—	—
12 „ . .	„	„	72.88 [3])	66.61	66.[illegible]4	65.76	—	—	—
26 „ . .	O	18	91.67	75.29	—	—	—	—	—
27 „ . .	„	„	75.14 [4])	71.51	69.04	68.13	—	—	—
4 Maggio . .	„	„	67.31	64.86	62.11	—	—	—	—
13 „ p. m.	O_6 [5]) *ric.*	10	188.50	158.39	135.01	—	—	—	—
15 „ . .	„	„	139.09 [6])	122.39	112.72	106.86	108.39 [7])	—	—
17 „ . .	„	„	115.00	105.28	100.74	—	—	—	—
18 „ . .	„	„	101.73	—	—	—	—	—	—
17 Giugno . .	O_{12} *ric.*	11	128.25	996.1	—	—	—	—	459.2
17 Luglio a. m.	„	„	746.4	642.8	—	—	—	434.3	—
17 „ p. m.	„	10	174.8	149.7	—	—	—	—	—
18 „ . .	„	„	162.9	148.0	141.1	—	—	—	—

1) Dal 23 Febbraio al 3 Marzo la lastra avea compiuto cicli unil. da 0·2 a 0·14.
2) Dal 26 Marzo al 1 Aprile la lastra avea compiuto cicli unil. e bil. con forze estreme sino a 20.
3) In principio della serie la lastra era caricata con 16 pesi dal giorno prec.
4) In principio della serie la lastra era caricata con 18 pesi dal giorno prec.
5) Il 13 Maggio a. m. la lastra avea compiuto un ciclo bil. fra 10 e — 10 e poi era stata *ridotta a zero*.
6) In principio della serie la lastra si trovava caricata con 10 pesi dal giorno prec.
7) L'ultimo quarto di questo ciclo si compì il 17 Maggio.

In ogni rigo le aree [1]) vanno decrescendo a partire da un valore massimo che si fa, per la stessa lastra, di giorno in giorno più piccolo, ma che sorpassa a processo inoltrato quello ottenuto alla fine della serie precedente, in modo da rivelarsi la tendenza del corpo a perdere in tal caso col riposo parte dell'effetto dovuto al lavorìo del giorno avanti.

Che si possa ottenere colla *continua* deformazione del corpo, fra i medesimi limiti di forza, uno stato di regime normale è probabile, attesa la lentezza con cui in ultimo descrivono le aree, però a me, non ostante le lunghezze serie di esperienze fatte, non è riuscito mai di ottenerlo; nè ho creduto valesse la pena di raggiungere lo scopo, occorrendo a ciò ricerche laboriosissime per la continuità con cui si dovrebbero eseguire, colla certezza d'altro canto di non potere realizzare condizioni assolutamente stabili a causa della influenza che il riposo esercita sulle proprietà elastiche pei corpi.

Il ricuocimento rende più accentuata e più lenta l'accomodazione. Così per la O_{12} *ricotta* si passa nella prima serie, dopo 15 alternazioni, dal valore dell'area 1282 all'altro 459. A parte la grandezza dell'effetto, la natura del fenomeno è però sempre la stessa.

Importa osservare che nella O_6 *ricotta* con una deformazione massima inferiore a quella che presenta la O_6 *cruda*, l'area d'isteresi è notevolmente più grande, e tale si mantiene nelle varie fasi del processo. Il risultato, valendo anche per cicli unilaterali, come ho potuto accertare colla O_7, ne segue aversi entro gli stessi limiti di deformazione un maggior lavoro meccanico consumato dal corpo nello stato ricotto lungo il percorso del ciclo.

Si può rendere più breve l'assetto del corpo fra dati carichi estremi, facendolo lavorare prima in un campo più esteso di forze. Così per la O_{12} *ricotta* fu possibile avere sin dal primo ciclo cappî chiusi fra + 10 e — 10 dopo averle fatto subire trasformazioni fra + 11 e — 11. Un'influenza dello stesso genere si riscontra per le aree d'isteresi giusta i risultati di esperienze apposite fatte colla O_1.

1) Il valore dato di ciascuna area ci fornisce il lavoro delle forze esterne, prese come unità delle lunghezze e delle forze rispettivamente il millimetro ed il grammo.

Sin qui per i cicli bilaterali. Ben diverso è il caso di quelli unilaterali, poichè allora sin dal primo ciclo si ha la chiusura del cappio, e nei successivi, anche con deformazioni limiti piuttosto grandi, non si trovano mutamenti notevoli nelle proprietà elastiche del corpo, come attestano i risultati contenuti nella tabella VI.

O_7 14-15 Aprile **TABELLA VI.**

P	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E	s	E
14			32.45		32.45		32.39		32.39		32.39	
				12070		12000		12000		12000		12000
13			30.68		30.67		30.61		30.61		30.61	
				11680		11750		11750		11750		11710
11			27.01		27.02		26.96		26.96		26.95	
				11390		11330		11450		11480		11360
9			23.24		23.23		23.21		23.22		23.17	
				11070		11100		11100		11010		11180
7			19.37		19.37		19.35		19.33		19.34	
				10730		10780		10760		10870		10810
5			15.38		15.40		15.37		15.39		15.38	
				10520		10570		10620		10520		10570
3			11.31		11.35		11.34		11.32		11.33	
				10260		10310		10310		10360		10330
1			7.12		7.18		7.17		7.17		7.17	
				10090	[1]	10230		10430		10430		10430
0	—		5.00		5.07		5.12		5.12		5.12	
		10590		10860		10690		10750		10690		10640
1	2.02		6.97		7.07		7.11		7.12		7.13	
		10580		10640		10660		10720		10720		10720
3	6.08		11.01		11.10		11.12		11.13		11.14	
		10620		10750		10830		10810		10780		10830
5	10.11		14.99		15.05		15.08		15.10		15.09	
		10440		10890		10920		10920		10950		10890
7	14.21		18.92		18.97		19.00		19.01		19.02	
		9800		11010		11040		11010		10980		11010
9	18.58		22.81		22.85		22.89		22.91		22.91	
		8910		11070		11100		11130		11130		11130
11	23.40		26.69		26.72		26.75		26.77		26.77	
		7540		11280		11370		11400		11430		11400
13	29.09		30.49		30.49		30.51		30.52		30.53	
		6360		10900		11370		11370		11430		11490
14	32.45		32.45		32.39		32.39		32.39		32.39	
E_1				10960		10993		11028		11028		11024
E'_1				10932		10993		11008		11007		11007
E_2				10946		10993		11018		11017		11016

1) Saetta iniziale del 15 Aprile. L'ultima del giorno avanti era 5.09.

TABELLA VII.

Giorni di esperienza	Lastre	P_1	Aree d'isteresi				
			1° ciclo	2° ciclo	3° ciclo	4° ciclo	5° ciclo
8 Febbraio . .	O_0 *ric.*	12	20.64	15.38	14.17	—	—
9 " . . .	"	"	19.65	14.42	—	—	—
14 Aprile . . .	O_7	14	4.29	3.80	3.02	2.87	2.66
26 " . . .	O_8	18	3.27	2.78	2.52	—	—
25 Agosto . . .	O_{11} *ric.*	10	3.52	2.62	2.22	2.07	1.95

Che un processo di accomodazione si compia con forze agenti sempre nello stesso senso, lo prova il variare del modulo specialmente verso la fine dei successivi mezzi cicli, e se ad un certo punto l'aumento graduale che per esse si verifica nelle prime serie accenna a sparire, tanto da aversi colla O_7 negli ultimi tre cicli valori medî del modulo costanti, non è questo indizio che si arresti il lavorìo interno del corpo, giacchè le aree d'isteresi (V. tab. VII), decrescono continuamente, anche nei casi in cui è difficile riconoscere sensibili variazioni per le letture dello stesso rigo.

Il Wiedemann [1]) avea trovato che coll'agire della stessa forza torcente varie volte in un senso, crescono e le deformazioni massime e le permanenti; nelle nostre esperienze il fatto è confermato per queste ultime, mentre per le prime o non vi sono mutamenti apprezzabili, o se esistono hanno luogo nei due sensi; pare dunque, stando ai risultati esposti, che per effetto dell'accomodazione, oltre al continuo decremento dell'area d'isteresi, si produca, riferendoci alla rappresentazione grafica, una rotazione del cappio attorno al punto figurativo della massima deformazione.

Il fenomeno che abbiamo esaminato in questa Nota trova riscontro in un fatto analogo studiato dall'Ewing [2]) per il ferro nel suo classico lavoro. Si trova anche qui un effetto più pro-

1) V. loc. cit. p. 489 e 490.
2) *Phil. Trans. of the R. S. of London*, 176 II, § 55.

nunziato nel caso del metallo ricotto, ed i caratteri generali del fenomeno sono del tutto conformi a quelli che riguardano le deformazioni, solo che, laddove il fisico inglese constata imperfetta la chiusura dei cicli per forze magnetiche estreme di piccolo valore, nelle nostre ricerche ciò si verifica in modo tanto più marcato quanto più grande è la saetta da cui si parte nel compiere il ciclo. Il sig. Ewing osserva che il fenomeno si apprezza meglio prendendo le mosse da punti della *curva caratteristica* dove più rapida è la salita, lo stesso si può dire per il corpo che si deforma, come si rilevò altrove [1]), per cui neanche in questo caso vi sarebbe un vero difetto di analogia.

SULLA RAPIDITÀ DEI FENOMENI FOTO-ELETTRICI DEL SELENIO

Nota del Dott. QUIRINO MAJORANA.

È da tempo conosciuta la proprietà del selenio di variare di resistenza elettrica sotto l'azione di un fascio di raggi luminosi. Bell la utilizzò nel suo fotofono. Mercadier riuscì ad ottenere, servendosi di un ricevitore a selenio, un suono composto di 1800 vibrazioni a minuto secondo.

Tali fatti hanno permesso di conchiudere che l'energia luminosa eserciti sulla resistenza elettrica del selenio un'azione, la quale, di qualunque natura essa sia, si produce e scomparisce con una certa rapidità.

Noto incidentalmente come Bellati e Romanese volendo constatare sino a qual punto arrivasse tale rapidità, istituirono un'esperienza [2]) le cui conclusioni non mi son parse sufficientemente rigorose.

Molti hanno pensato alla possibilità di utilizzare l'accennata proprietà del selenio in un apparecchio atto alla trasmissione delle immagini mobili, per mezzo dell'elettricità. Riflettendo alla

1) Vedi *Rend. Acc. dei Lincei* vol. II, 2° sem.
2) Atti del R. Istituto Veneto di scienze lettere ed arti. Anno 1883.

natura di un tale apparecchio, si arriva alla conclusione che esso sarebbe realizzabile qualora si potesse scomporre l'immagine in un numero grandissimo di piccole particelle luminose; tali particelle dovrebbero esercitare delle azioni sulla resistenza elettrica di un conduttore (p. es. il selenio), le quali dovrebbero prodursi e sparire in circa 2 milionesimi di secondo ciascuna. Non insisto sulla dimostrazione di ciò perchè altro è lo scopo della presente Nota. Ma espongo un'esperienza da me fatta, al fine di vedere se l'azione della luce sul selenio fosse tanto rapida.

Cellule al selenio. — La proprietà foto-elettrica del selenio non si mette in evidenza che in ispeciali condizioni di tale corpo. È controversa, finora, la spiegazione di questo fenomeno. Sembra a me molto fondata l'ipotesi di attribuire a dei seleniuri l'azione della luce sul selenio. È infatti accertato che gli elettrodi fra cui si interpone il selenio, debbano essere formati da alcuni metalli piuttosto che da altri, al fine di avere un massimo nella manifestazione del fenomeno.

I migliori metalli atti alla costruzione di cellule al selenio sono l'ottone, lo zinco od il ferro ed il rame leggermente stagnati. Oltre agli elettrodi fra cui si interpone il selenio, occorre badare allo stato di questo. Il selenio affinchè sia sensibile deve essere cristallino ed è bene che, per il suo facile uso, sia della più piccola resistenza elettrica. Ambedue queste condizioni si raggiungono mantenendolo per qualche tempo ad una temperatura prossima al suo punto di fusione.

Molte sono le disposizioni degli elettrodi metallici fra cui si interpone il selenio. Io ho cercato di ridurre le dimensioni della cellula il più che mi è stato possibile, pur non lasciando ad essa una resistenza eccessivamente grande. Ciò, perchè è incomodo lavorare con delle cellule le quali presentino una grande superficie su cui debba cadere la luce. La superficie da me adottata è stata di circa un centimetro quadrato. Il metallo adoperato è stato l'ottone. Ho anche adoperato il rame, che in commercio si trova in foglie molto più sottili; ma a mio giudizio si comporta meglio quella lega.

Ogni cellula era composta di circa 100 lastrine di ottone dello spessore di $^1/_{15}$ di millimetro, poste l'una sull'altra e separate da altre lastrine di mica di $^1/_{30}$ di mm. di spessore. La

grandezza di ciascuna lastrina era quella indicata in figura (fig. 1). Ognuna di esse portava un' appendice A, la quale era a destra per le lastrine di ordine pari, a sinistra per quelle impari. La mica in figura è rappresentata dal rettangolo MNPQ. Un pacchetto di lastrine così fatto veniva fermato con una morsetta, venendo con ciò a toccarsi fra loro le lastrine pari, e le lastrine impari. Due serrafili uniti alle due serie di lastrine servivano ad inviare la corrente elettrica. La superficie presentata dal lato MN, veniva portata a pulimento in guisa da rendere impossibile qualsiasi contatto metallico fra due lastrine consecutive. Il tutto così preparato veniva scaldato alla temperatura di fusione del selenio (211°) e, con una matita di questo metalloide, veniva deposto uno strato sensibile sottilissimo sopra la faccia MN. Dopo qualche istante il selenio acquistava un colore diverso a causa della sua cristallizzazione, e, senza che tutta la massa si fosse raffreddata ulteriormente, veniva posto in un recipiente chiuso e circondato da un bagno di paraffina mantenuto alla temperatura di 195°. In tale stato veniva tenuto per parecchie ore, lasciando poi che si raffreddasse lentissimamente. Occorreva evitare qualsiasi abbassamento brusco di temperatura, anche perchè essendo la faccia MN molto liscia e debole l'aderenza del selenio, questo si sarebbe potuto facilmente staccare.

Fig. 1.

È consigliabile rivestire delle cellule costruite nel modo indicato, di uno strato di vernice bianca trasparente ed isolante. Ciò ha per iscopo di rendere consistente lo strato di selenio e di difenderlo dagli urti accidentali. Una cellula costruita nel Febbraio 1893, funziona bene anche ora, senza che mai si sia guastata. Essa presenta, quando non è esposta alle radiazioni luminose, una resistenza di 258100 ohm, e, quando viene colpita dalla luce solare a cui sieno stati previamente tolti i raggi calorifici, una resistenza di soli 867700 ohm; cioè un abbassamento di circa $^2/_3$ della resistenza totale.

Noto qui un'altra disposizione da me adoperata per le cellule a selenio. Le lamine di ottone invece di portare l'appendice A della fig. 1 sono semplicemente rettangolari, e sono rappresentate nella fig. 2 da RSUT. La parte di metallo che esce al di fuori della mica, la quale è indicata col rettangolo MPNQ, è

posta alternativamente a sinistra e a destra di quella, di guisa che, quando tutte le lamine sono strette a mezzo di un morsetto quelle di ordine pari e quelle di ordine impari si toccano fra loro, venendo legate a 2 serrafili distinti. Le facce MN e PQ vengono portate a pulimento in guisa da evitare contatti metallici. Un sistema così preparato, guardato attraverso le facce MN e PQ, si lascia traversare da una notevole quantità di luce. Ho pensato di usufruire di questa proprietà al fine di avere una cellula più sensibile.

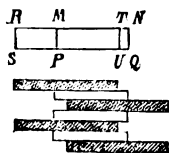



Fig. 2.

Infatti nella prima disposizione, qualora si faccia una sezione con un piano normale alla faccia sensibile e alle lamine, la luce viene a colpire il lato destro della figura 3, dove i rettangoli tratteggiati rappresentano le lastrine metalliche, e gli altri quelli di mica. Ora lo strato di selenio, per quanto sottile si faccia, ha un certo spessore ed è opaco perfettamente alla luce [1]). Probabilmente quindi l'azione luminosa viene ad essere limitata sino a piccola profondità dello strato. Ma se si pensa che la corrente elettrica che traversa il selenio è molto più intensa accanto ai lati corti di quei rettangoletti che in figura rappresentano la mica, si deduce subito come si dovrebbe avere maggiore sensibilità nella cellula, qualora la luce invece di entrare dal lato destro entrasse dal sinistro. Ciò è realmente permesso dalle cellule costruite nel secondo modo, per la trasparenza della mica.

Fig. 3.

Con tal principio ho costruito una cellula; ma ho riconosciuto che il suo modo di funzionare era a un dipresso lo stesso, tanto che la luce entrasse a destra che a sinistra. Ciò non infirma il ragionamento precedente, ma trova una logica spiegazione nel fatto che la mica assorbisce una notevole quantità della luce da cui è traversata. Forse, se si riuscisse a renderne più piccola la larghezza delle lastre, si potrebbe avere un notevole aumento di sensibilità.

1) Il selenio quando è in istrati sottilissimi è di un bel rosso per trasparenza. È però difficile deporre uno strato tanto sottile sulla faccia sensibile della cellula.

Io pertanto ho abbandonato l'uso di una tale cellula, o per dir meglio mi sono servito di essa come della prima, facendo cioè cadere la luce direttamente sul selenio.

Legge con cui il selenio ritorna alla resistenza primitiva dopo essere stato illuminato. — Descrivo la disposizione da me adottata per la ricerca di tale legge.

Uno specchio S (fig. 4) portato da un asse A, può a mezzo della puleggia P subire un movimento di rotazione; il piano dello specchio, come rilevasi dalla figura, è parallelo all' asse A. Questo non è solidale col tamburo TT' che è ad esso concentrico, di

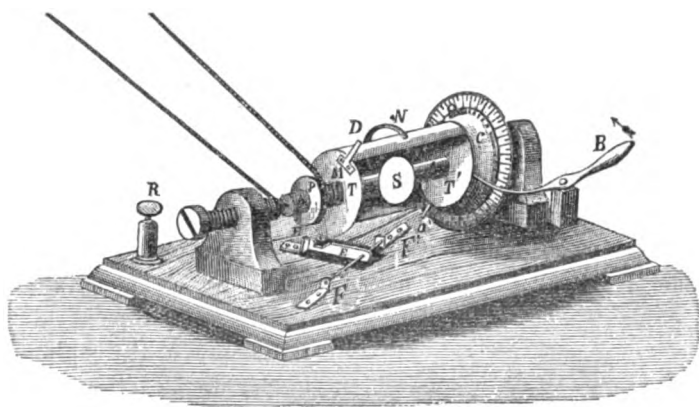



Fig. 4.

guisa che lo specchio può rotare indipendentemente da TT'. Il detto tamburo è formato da due dischi T e T', i quali sono traversati dall' asse A e congiunti da una lamiera cilindrica che li abbraccia soltanto per 180°. L'asse A porta con sè un cerchio C graduato in gradi, che gira insieme ad esso.

Il tamburo è costantemente spinto verso la parte destra dell'asse a causa di una molla a spirale M. Un braccio B impedisce, quando è nella posizione della figura, che il tamburo T obbedisca alla molla M, ed in tale posizione un'appendice *a'* di T non è mai urtata da altra appendice *a*, solidale col cerchio graduato, quando questo gira. Ma se si libera il tamburo T, spingendo il braccio B secondo la freccia, esso si sposta per effetto della molla M, e quando *a'* viene ad urtare con *a*, T comincia a rotare anch' esso.

Ma il tamburo T porta ancora l'appendice D, e quando D incontra il pezzo E, questo si abbassa girando attorno a due cuscinetti F ed F', costringendo tutto il tamburo T a spostarsi verso sinistra; ciò perchè E non è ortogonale all'asse di rotazione di S, ma alquanto inclinato o porta un rialzo *d*, come si vede nel dettaglio (fig. 5).

Quando D è arrivato ad incastrarsi nell'incavo I del pezzo E, T si è spostato di tanto quanto basta affinchè *a* non urti più con *a'*. È allora chiaro che lo specchio prosegue la sua rotazione indipendentemente dal tamburo. Infine una molla N, fissata al sostegno dell'istrumento, comunica con un serrafilo R (fig. 6) invisibile nella fig. 4, e, quando il tamburo gira, stabilisce un contatto con un pezzo metallico *m*, largo circa un millimetro, che è collegato con la lamiera cilindrica di T. Il pezzo *m* è alquanto più sporgente rispetto all'asse di rotazione degli altri punti della lamiera. Nella fig. 6 la parte tratteggiata rappresenta un rivestimento di ebanite, che ha per iscopo di impedire che la molla N tocchi T, quando questo gira.

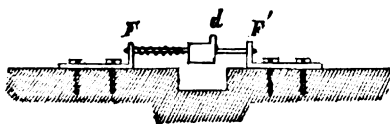
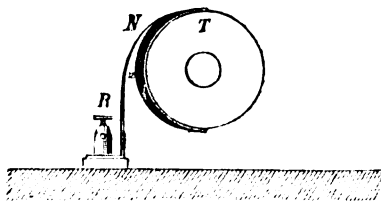



Fig. 5.

Fig. 6.

Il contatto tra N ed *m* ha per effetto di mettere in comunicazione metallica il serrafilo R con l'altro R' che vedesi nella fig. 6 attraverso T l'asse dell'istrumento, ed i cuscinetti. La molla N può essere cambiata con altra più o meno lunga, in guisa che il tamburo T stabilisca il contatto di *m* ad un intervallo di tempo più o meno grande, dall'istante in cui esso comincia a muoversi.

Noto ancora che T deve essere costruito il più possibilmente leggero, al fine che la sua inerzia non arrechi ritardo sensibile nel moto dello specchio quando esso deve cominciare a muoversi.

Descritto l'apparecchio, dico ora del modo di adoperarlo.

Un raggio di luce solare, dopo avere abbandonato la parte calorifica in tubo cilindrico limitato da facce piane, parallele e trasparenti e ripieno di soluzione di allume, viene a cadere sullo specchio e da questo riflesso. Normalmente alla posizione segnata in figura e ad una distanza che si può far variare a piacere, è situata una cellula a selenio. Se il tamburo T stesse sempre fermo nella posizione della figura, per ogni giro dello specchio il raggio luminoso verrebbe a colpire una volta il selenio. Ma, quando si vuol fare una misura, il tamburo T è situato con l'appendice D rivolta in basso e propriamente dove è segnata la lettera H; ed il braccio B impedisce che *a* girando tocchi *a'*. Un galvanometro a sistema astatico e ad alta resistenza è in circuito con l'apparecchio, col selenio e con un elemento di pila normale. Se allora mentre lo specchio gira con una velocità conosciuta, si muove il braccio B secondo la freccia, il tamburo T viene spinto a destra per effetto di M e, quando *a* viene ad urtare con *a'*, anch'esso comincia a rotare. Ma la sua rotazione viene limitata soltanto ad un giro per effetto del congegno E. In questo unico giro il raggio di luce colpisce una volta sola il selenio e la molla N chiude una volta sola il circuito elettrico, la qual chiusura produce una deviazione impulsiva nel galvanometro. Faccio osservare come il modo di funzionare dell'apparecchio non consenta che di avere delle deviazioni impulsive, dipendentemente dal tempo per cui vien chiuso il circuito della molla N. Inoltre queste deviazioni essendo piccole (inferiori ai cinque centimetri) ed essendo il cannocchiale a scala situato alla distanza di m. 2,56 dal galvanometro, assumo le deviazioni ottenute come proporzionali alle intensità delle correnti. Non solo, ma poichè la resistenza del galvanometro e della pila sono trascurabili di fronte a quella della cellula adoperata (258.100 ohm), così, a meno di un fattore costante per tutte le misure, le deviazioni del galvanometro rappresentano i valori della conducibilità variabile della cellula.

Tra l'istante in cui il selenio è colpito dalla luce e quello in cui il circuito viene chiuso, esiste un intervallo di tempo che viene apprezzato precedentemente, leggendo sul cerchio graduato il numero dei gradi che passa tra la posizione dello specchio in cui questo riflette sul selenio e quelle in cui si stabilisce il con-

tatto a mezzo della molla N. Se allora si fanno delle letture quando non si adopera il raggio di luce e quando questo si rimette, si osserverà se l'azione di quel raggio luminoso perdura sul selenio sino ad un tempo che è dato appunto dal numero di gradi letto sul tamburo e dalla velocità di rotazione dello specchio.

Nelle esperienze da me fatte lo specchio era mosso da un movimento di orologeria. Non essendo questo movimento uniforme, dovevo, al principio di ogni misura, dare tutta la carica, e far sempre scattare il braccio B dopo lo stesso tempo dal principio del moto. Lo specchio così quando avveniva il contatto elettrico, aveva sempre la velocità di un giro ogni 15",8.

Nelle misure che in seguito riporto compariscono, altre deviazioni ottenute quando in circuito si è posto il selenio illuminato o buio, ed altre ottenute quando al posto di tal metalloide è stata posta una resistenza che ho chiamato R.

Osservando le deviazioni ottenute col selenio buio e con la resistenza R, si può vedere come esse sieno rimaste all' incirca costanti, assicurando ciò la costanza della pila, della R e del selenio buio.

La R, poichè io non aveva a mia disposizione delle resistenze metalliche confrontabili con quella della cellula a selenio adoperata, era una resistenza liquida. Essa aveva un valore di circa 210,200 ohm.

Nella tavola seguente riporto le medie di molte osservazioni da me fatte.

Gradi del tamburo	1°30'	11°30'	23°0'	38°30'	52°0'	65°0'	74°0'	87°30'	103°30'	124°30'	143°0'	156°0'	169°0'
Secondi tra luce e contat.	0".066	0".50	1".01	1".69	2".29	2".86	3".26	3".85	4".64	5".46	6".29	6".86	7".44
Resistenza R	22.70	22.79	22.65	22.77	22.68	22.60	22.88	22.74	22.65	22.81	22.70	22.78	22.65
Selenio oscuro	18.51	18.60	18.46	18.59	18.48	18.67	18.45	18.52	18.45	18.59	18.47	18.42	18.38
Selenio illuminato	23.72	22.26	21.51	20.81	20.42	20.03	19.94	19.62	19.36	19.15	18.93	18.88	18.81
Resistenza del selenio (migliaia di ohm)	201.42	214.63	222.23	229.61	233.98	238.58	239.61	243.52	246.79	249.49	252.40	252.06	254.14

Dalla quale si ha:

Valore medio di R. . . . . 210.200 ohm

Valore medio del selenio non illuminato 258.100 ohm

Le cifre dell'ultima linea della precedente tabella sono state dedotte in base alla conoscenza del valore di R.

Riportandole come ordinate al disopra di una retta che rappresenti il tempo o i gradi del tamburo, si è ottenuta la curva della fig. 7. Tale curva è relativa alle condizioni speciali dei vari elementi che rientrano nel fenomeno; cioè alle intensità del raggio luminoso riflesso nello specchio alla distanza del selenio dallo specchio ($1^m,90$) ed alla velocità di questo. Ma è logico ammettere che se la cellula a selenio in un certo istante ha una data

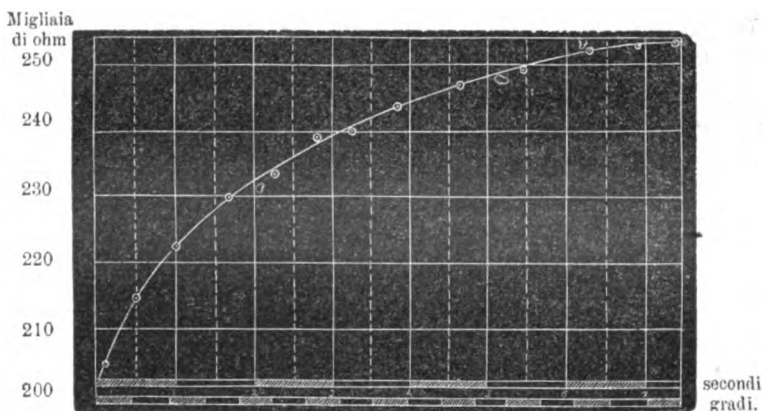



Fig. 7.

resisistenza, diversa dall'ordinaria, da quell'istante la resistenza vada aumentando successivamente, e ciò sempre la stessa guisa indipendentemente dall'essere stata prima colpita da luce più o meno intensa e per tempi più o meno lunghi.

È in base a questa considerazione che io mi sono limitato a fare le osservazioni riportate, senza cambiare mai più la distanza della cellula dallo specchio e la intensità del raggio luminoso. Solo, se avessi adoperato un raggio di luce più intenso avrei ottenuto in più un tratto di curva precedente a quello disegnato nella figura.

Dalla natura della curva della fig. 7, si rileva facilmente che l'azione della luce sul selenio è molto lenta, e che essa non è utilizzabile nel problema della visione a distanza con l'elettricità, tale come è stato presentato da Weiller, Sutton, Brillouin ed altri.

APPARECCHIO DA LEZIONE PER LA COMPOSIZIONE DELLE OSCILLAZIONI PENDOLARI

Nota del Prof. AUGUSTO RIGHI.

(Largo sunto della Nota pubblicata nel *Rendiconto delle Sessioni della R. Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna*. 18 Febbraio 1894).

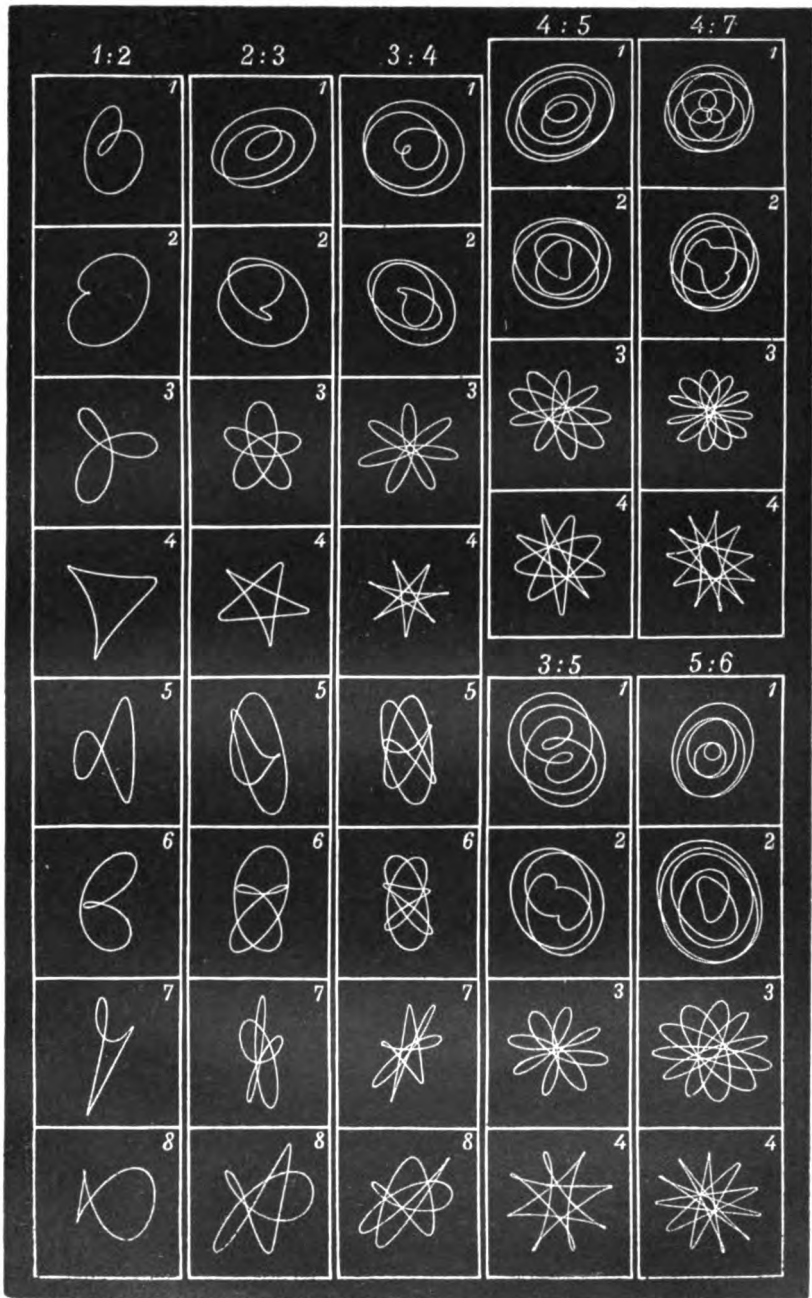
Furono inventati molti apparecchi per la composizione di due moti pendolari [1]), allo scopo di riprodurre in modo lento le note curve di Lissajous. Molti di questi apparati sono complicati e costosi (Tisley, Browning, Mos), mentre gli altri (Blackburn, Dobson, Hagen). costituiti da un' unica massa oscillante sospesa ad un doppio filo disposto in modo da figurare la lettera Y, sono invece assai semplici, ma presentano numerosi inconvenienti pratici, e di più non permettono di realizzare il caso più interessante, che è quello nel quale le due oscillazioni componenti hanno egual periodo. L'apparecchio da lezione che l'A. descrive è esente dai difetti che hanno gli apparecchi congeneri, pur essendo di facile e poco costosa costruzione.

Sulla base rettangolare di legno AB (fig. 1). che deve essere collocata bene a livello, sorge un robusto telaio rettangolare CDEF, con regoli sporgenti GH, GI, L, M, ed un regolo verticale GN nel mezzo. A questo sistema, che costituisce il sostegno,

1) Per la bibliografia del soggetto vedasi specialmente:
Pisko-*Die neueren Apparate der Akustic*. Wien. 1865.
Mos-*Pogg. Ann.* CXXI p. 646.
J. Hagen-*Z. S. für Math. u. Phys.*, XXIV, p 285.
Winkelmann-*Handbuch der Physik.*, I. p. 862.

Tav. I.

A. RIGHI.

N. Cimento, Serie 3. vol. XXXV.

sono attaccati due pendoli. Uno di essi, che può oscillare parallelamente al piano del telaio, è costituito da un anello di piombo, O, nel mezzo del quale è posto un imbuto a punta affilata pieno di sabbia [1]), il quale anello è connesso a due aste d'ottone P, Q. sospese alle estremità H ed I del regolo HI per mezzo di due lunghe molle da orologio. Queste molle passano

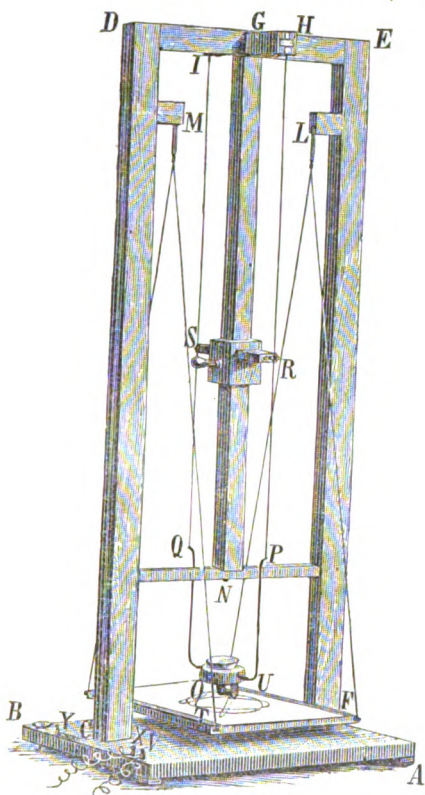



Fig. 1.

entro morsetti d'ottone fissati ad un regolo RS che può scorrere sul regolo GN e fissarvisi a qualunque altezza. In tal modo si può variare a piacere la lunghezza del pendolo.

1) È a preferirsi l'ordinario polverino colorato che trovasi presso le cartolerie. Devesi adoperare la parte più fina, separandola con un fino setaccio. Si può poi rendere stabile la figura, ricevendo la sabbia sopra una carta spalmata di soluzione di gomma, oppure sopra una carta fotografica, che poi si espone alla luce.

Il secondo pendolo è costituito dalla tavoletta orizzontale TU. sospesa in L ed M per mezzo di due brevi molle e di quattro aste rigide di ottone. Questo secondo pendolo può oscillare in un piano perpendicolare al piano di oscillazione del primo, per cui quando i due pendoli oscillano contemporaneamente, la sabbia disegna su una carta posta sulla tavoletta le curve di Lissajous, e con tale regolarità, che lasciando continuare le oscillazioni per alquanto tempo, il sottil getto di sabbia torna esattamente sulla traccia già formata.

Lungo il regolo GN sono segnate le principali posizioni nelle quali deve fissarsi il corsoio mobile RS onde ottenere le curve corrispondenti ai diversi rapporti dei numeri d'oscillazioni che i due pendoli fanno in tempi eguali. Dall'alto al basso leggonsi quindi sul regolo GN le indicazioni seguenti: 1 : 1, 9 : 10, 8 : 9, 7 : 8, 6 : 7, 5 : 6, 4 : 5, 7 : 9, 3 : 4, 5 : 7, 7 : 10, 2 : 3, 5 : 8, 3 : 5, 4 : 7, 5 : 9, 1 : 2.

È però necessario, onde produrre con comodità le curve di Lissajous, di essere in grado di provocare ed arrestare a piacere l'efflusso della sabbia dall'imbuto. A questo intento l'A. ha aggiunto all'anello O una piccola elettrocalamita che col movimento della sua armatura può aprire o chiudere il foro dell'imbuto. Se poi nel circuito della pila che aziona la detta elettrocalamita si inserisce un interruttore automatico, per es. quello di Foucault, la curva risulta naturalmente disegnata a brevi tratti separati, la cui lunghezza varia in ragione della velocità con cui è percorsa la curva. Si ha così un metodo semplice per riconoscere come varia la velocità nei diversi punti, ciò che è particolarmente istruttivo nel caso del rapporto 1 : 1.

Per segnare sul regolo GN le posizioni da darsi al regolo RS onde ottenere determinati rapporti fra i periodi d'oscillazione dei due pendoli, l'A. ha trovato prima per tentativi le posizioni corrispondenti ai rapporti 1 : 1 ed 1 : 2, la prima delle quali è verso la sommità di GN, e l'altra presso l'estremità inferiore, e poi ha misurato il loro intervallo l. Essendo i numeri d'oscillazioni in tempi eguali inversamente proporzionali alle radici delle lunghezze dei pendoli, ne ha dedotto la lunghezza l_0 del pendolo portante la tavoletta, che è $\frac{4}{3}\,l$. Avuto l_0, per trovare la posizione del corsoio che dà un rapporto $n : m$ (essendo m mag-

giore di n), basta risolvere l'equazione $\frac{l_0}{l_0-x} = \frac{m^2}{n^2}$ nella quale x è la distanza fra il punto cercato sul regolo GN, ed il punto segnato 1 : 1.

Sarebbe facile modificare l'apparecchio affinchè si prestasse anche alla composizione di due oscillazioni oblique. Perciò basterebbe fissare il regolo HI su GN, e rendere quest'ultimo mobile intorno al proprio asse verticale di figura.

Le principali dimensioni dell'apparato sono le seguenti: CD = *m.* 1, 56; ED = *m.* 0, 65; HI = *m.* 0, 29; GN = *m.* 1, 20; LM = *m.* 0, 39.

Un congegno non rappresentato nella fig. 1 permette di far produrre all'apparecchio la curva che corrisponde ad una determinata differenza di fase, e di riprodurla con assoluta certezza di riuscita quante volte si desidera.

Il principio di questo congegno si comprende con facilità quando si osservi la fig. 2.

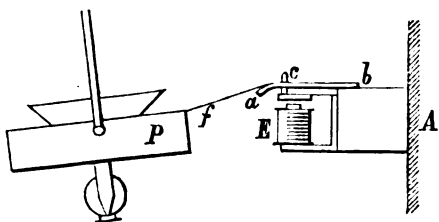



Fig. 2.

La fig. 3 rappresenta un altro modello di apparecchio, più semplice perchè non possiede elettrocalamite, che può esso pure servire a tracciare le curve di Lissajous (quantunque con minor precisione), ma che è più particolarmente destinato alla composizione di due oscillazioni pendolari elittiche.

Le modificazioni apportate all'apparecchio in questa seconda forma si comprendono facilmente dall'esame della figura.

Se si vogliono ottenere con questo apparecchio le curve di Lissajous bisogna scostare dalla posizione di riposo i due pendoli, e farli partire possibilmente senza urti laterali, abbassando a mano i piuoli che li trattengono, simili a quello *c* della fig. 2,

e collocati in F e G (fig. 3). Se al contrario si vogliono comporre due oscillazioni elittiche, si mettono in moto i due pendoli direttamente colla mano.

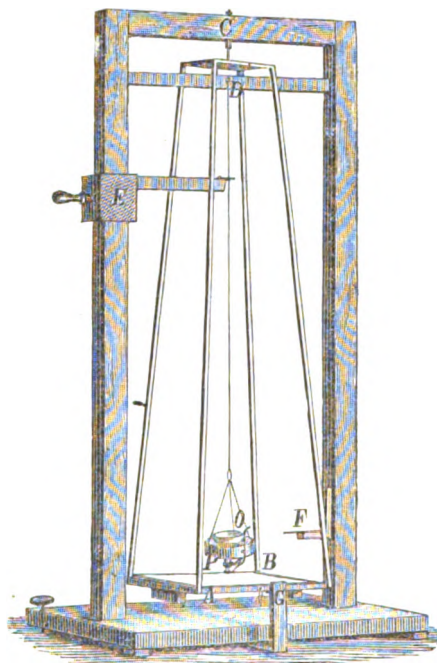



Fig. 3.

La varietà delle curve che si ottengono in tal caso è grandissima, e la fig. 4, (Tav. I) tratta da una fotografia, ne mostra alcune ottenute in casi speciali, e con valori 1 : 2, 2 : 3, 3 : 4, etc., del rapporto fra i due periodi d' oscillazione.

A. BARTORELLI.

SUI VENTILATORI ELETTRICI

del Dott. LUIGI PASQUALINI.

(Largo sunto della Memoria pubblicata nella *Rivista Marittima*, Decembre 1893, Maggio 1894).

In questo interessante studio sui ventilatori elettrici il Prof. Pasqualini stabilisce una maniera assai logica e chiara di trattare la questione della ventilazione per mezzo di apparecchi meccanici aeromotori. Nel corso del suo lavoro, già abbastanza condensato in una cinquantina di pagine, la parte sperimentale si associa assai bene alla parte teorica e da considerazioni particolari ai ventilatori elettrici si passa a considerazioni generali sul movimento dell'aria nelle condotte complesse. Procureremo riassumere qui, più che il lavoro, le idee dell'A., principalmente per invogliare chi voglia acquistare idee chiare sugli apparecchi di ventilazione, a leggere lo studio completo.

Un fluido aeriforme si muove in una condotta per effetto di una differenza di pressione, ossia di una forza aeromotrice: alla radice quadrata di questa f. a. m. è proporzionale la velocità che si stabilisce, ossia la portata: il rapporto della differenza di pressione al quadrato della portata è quello che dicesi ***resistenza*** della condotta: in una condotta chiusa la massima differenza di pressione è

$$H = \int dh = Q^2 \int dr \, .$$

Ciò è noto a tutti. La resistenza di ogni singolo tratto di condotta è funzione della lunghezza, forma e dimensioni delle pareti, e della densità dell'aria: la resistenza alla densità 1 è una costante ρ della conduttura: alla densità δ è

$$r = \rho \delta \, .$$

Ogni circuito di ventilazione, con la bocca di aspirazione e quella di mandata nell'atmosfera, può sempre considerarsi come cir-

cuito chiuso, completato da un tratto di sezione infinitamente grande, nell' atmosfera: non esistenti i termini dell' $\int dr$ per esso tratto fuori che per due termini relativi alla resistenza delle bocche estreme. Per mantenere un flusso d'aria Q alla densità δ nella condotta di resistenza ρ è necessaria una differenza di pressione utile

$$h = \rho \delta Q^2 ,$$

ma la quantità Q di aria deve traversare anche il ventilatore, che presenta esso stesso una resistenza ρ_0: quindi in realtà si richiede lo sviluppo di una f. a. m. totale:

$$H = Q^2 \delta (\rho + \rho_0) .$$

La differenza $H - h$ è una perdita di carico nel ventilatore: la f. a. m. è una funzione della velocità del ventilatore: la portata una funzione della f. a. m., ossia della velocità, e della resistenza della conduttura. Nella stessa conduttura darà maggior effetto un ventilatore di maggior f. a. m. a parità di giri, e di minor resistenza interna: questi due dati caratterizzano un ventilatore, ma per la pratica è necessario conoscere il lavoro assorbito nell' unità di tempo. Scelte convenientemente le unità, millimetri d'acqua per le pressioni, metri per le velocità, metri cubi a secondo per le portate, (e giova osservare che ne deriva per unità di resistenza quella di una conduttura che sotto la pressione di un millim. d'acqua lascia passare 1 m³ d'aria della densità unitaria), scelti i watt come unità di potenza, in vista dell' applicazione del motore elettrico l' A. stabilisce la formula della potenza

$$P_{watt} = 9.81\, QH + AN(H - BQ^2 \delta) + L_r \qquad (1)$$

in cui

Q è la quantità d'aria per 1″;
H la f. a. m.
N il numero dei giri per 1″;
A e B due costanti del ventilatore;
L_r la potenza consumata per attrito sui perni a N giri.

Il primo termine, si capisce, è il lavoro per vincere gli attriti nella condotta: il secondo, generalmente trascurato o messo

male a calcolo, è dovuto alla pressione statica che si esercita sulle palette del ventilatore. Se il ventilatore funziona a bocca chiusa, a comprimere aria in un ambiente chiuso, tale pressione antagonista è la stessa f. a. m. H: se invece vi è una qualche portata, questa pressione è la f. a. m. diminuita di un qualche cosa proporzionale al quadrato della velocità, ossia della portata. La formula mostra, derivando, che per

$$Q > \frac{9.81\,H}{2\,A\,N\,B\,\delta},$$

aumenta il lavoro sull'asse al diminuire della portata: pei ventilatori elicoidali il prodotto A B è grande, cosicchè praticamente si ha il maggior assorbimento di lavoro quando il ventilatore lavora a bocca strozzata: il contrario accade nei ventilatori centrifughi nei quali il lavoro speso è massimo quando minima è la resistenza della condotta esterna.

Non è massima in tal caso l'effetto utile: è facile riconoscere che si ha il massimo effetto quando la resistenza della conduttura è doppia di quella del ventilatore. Il rendimento poi si ha in generale dalla espressione

$$\eta = \frac{9.81\,Q\,H}{9.81\,QH + AN\,(H - BQ^2\delta) + L_r}$$

L'A. mostra poi come sperimentalmente si possano dedurre i valori di A e B per un dato ventilatore. Si esige una misura preliminare del termine L_r: conviene da molte osservazioni dedurre la curva

$$L_r = \varphi\,(N)\,.$$

Il numero dei watt assorbiti dal ventilatore potrà determinarsi in ogni caso misurando i volt e gli ampère necessari al motore elettrico e togliendo i watt perduti per effetto Joule nei conduttori. Da una misura a bocca chiusa ($Q = 0$) si ha per la (1)

$$P_{watt} = ANH + L_r$$

donde A, e in questa misura si devono leggere volt, ampère, millimetri d'acqua di pressione e giri.

Da una ulteriore esperienza a bocca più o meno aperta si deduce B dalla (1) con le stesse misure di prima, più una mi-

sura della portata Q, alla quale misura si può sostituire una misura di h, pressione utile per l'efflusso, ed è lo stesso perchè si può sempre calcolare la portata come radice quadrata della perdita di carico $H - h$ nel ventilatore divisa per la resistenza, ove questa sia già nota. Tutte queste misure sono difficili a fare con esattezza e perciò è sempre conveniente fare delle serie di esperienze. Nel caso dei ventilatori centrifughi pei quali non si manifestano certe complicazioni che appaiono negli elicoidali, si può osservare a bocca chiusa che la f. a. m. H è proporzionale al quadrato del numero dei giri. Conviene dunque fare una serie di misure a velocità differenti e dedurre il valore medio della costante

$$K = \frac{H}{N^2 \delta}$$

in seguito di che alla velocità N conviene assegnare la f. a. m. $KN^2\delta$ anzichè la osservata. Quindi da una serie di osservazioni a bocca chiusa e a velocità differenti si può calcolare il valore medio di

$$A = \frac{P - L_r}{KN^3 \delta} .$$

Similmente conviene dedurre B da una serie di osservazioni a bocca aperta. Necessariamente la misura della resistenza interna esige una misura di portata: esige poi una misura di pressione che può risparmiarsi col calcolo. Se alla velocità di N giri, cui corrisponde la f. a. m. H si ha la portata Q la pressione utile è

$$H_0 = \frac{H - 1000 \frac{Q^2}{2g\, s^2} \delta}{Q^2} .$$

Molte tabelle di dati sperimentali persuadono il lettore della esattezza dei ragionamenti e lo invogliano a verificarle con un ventilatore elettrico. Non sono necessarii molti mezzi per fare queste esperienze che conducono alla costruzione del diagramma del ventilatore, dal quale a colpo d'occhio si possono vedere tutti i possibili stati di funzionamento dell'apparecchio.

Il diagramma è costituito da varii sistemi di curve:

1. Il sistema delle caratteristiche del motore elettrico: ogni curva è tracciata per N = costante ed ha per ascisse gli

ampère nell'armatura e per ordinate i volt di f. c. e. m: il rettangolo delle coordinate ci dà dunque i watt utili. Nel caso dei motori in serie, generalmente adoperati, queste caratteristiche sono curve omologiche: le ordinate di una curva hanno un rapporto costante con le corrispondenti di un'altra curva.

2. Il sistema delle curve di egual potenza che sono iperboli equilatere: il rettangolo delle coordinate ci dà ancora dei watt.

3. Il sistema di curve di egual portata. Per costruire tali curve si calcola P per Q = costante e per N variabile. Alla velocità N_1 corrisponde la potenza P_1: l'iperbole P_1 taglia la caratteristica N_1 in un punto che appartiene alla curva Q = alla costante che si considera.

Si completa il diagramma con altre curve.

Per ogni velocità si ha una certa portata massima: a N_1 giri $Q_{1\,max.}$: la curva di portata costante $Q_{1\,max.}$ taglia la caratteristica N_1 in un punto al disopra del quale non è evidentemente possibile il funzionamento del ventilatore. Tutti questi punti sulle varie caratteristiche ci determinano una curva di massime portate, curva che è anche di resistenza = costante, perchè la massima portata si ha con la resistenza minima, con quella cioè del ventilatore e della sua bocca di uscita.

Il campo di funzionamento del complesso ventilatore elettrico è limitato inferiormente dalla curva di portata O, ossia di resistenza costante infinitamente grande: tra queste due curve si potrebbero tracciare tutte le curve di resistenza costante, lo che complicherebbe assai il diagramma: perciò conviene costruire quelle sole curve che possono servire in vista d'una data applicazione.

Passando dall'apparecchio aeromotore alle condutture d'aria, l'A., continuando nello stesso metodo di ragionamento, stabilisce per esse condotte teoremi analoghi a quelli che si verificano pei circuiti elettrici.

1. Un complesso di condutture diramate da un medesimo punto e convergenti in un medesimo punto presenta una resistenza di cui la radice quadrata è data dal prodotto delle radici delle resistenze dei singoli rami diviso per la somma delle radici stesse.

2. In un circuito qualunque chiuso di una rete di condotte d'aria la somma algebrica delle forze aeromotrici uguaglia la somma algebrica dei prodotti delle resistenze dei varii rami pei quadrati delle rispettive portate.

Nell'applicazione alla ventilazione non si può non tener conto delle variazioni di temperatura e di pressione in quanto chè portano delle differenze di volume: la differenza di temperatura stabilisce poi delle f. a. m. le quali possono aggiungersi od opporsi a quelle stabilite dall'apparecchio aeromotore.

Ora è facile, almeno teoricamente, tener conto di ciò. Poichè fra due punti di una conduttura si ha la differenza di pressione

$$\Delta h = \rho \delta Q^2$$

se B è la pressione, e t la temperatura, riducendoci a 0° e alla pressione barometrica di 760 dovremo porre

$$\Delta h = \rho \delta_0 (1 + \alpha t) \frac{760}{B} Q_0^2$$

dove δ_0 è la densità a 0° e Q_0 il volume a 0° e 760 mill. di pressione.

Perciò la f. a m. diventa

$$H = Q_0^2 \int \frac{\rho \delta_0 (1 + \alpha t)}{B} \frac{760}{}$$

e tutto quello che si è detto è applicabile in generale purchè si assuma per portata il volume ridotto a 0° e 760° e nel calcolare la resistenza dei varii tratti si ritenga la densità eguale a quella a 0° moltiplicata per il binomio di dilatazione e per il rapporto delle pressioni. Ciò riguardo al calcolo delle resistenze delle condutture, per le quali nel lavoro del Dott. Pasqualini si trovano i soliti coefficienti ridotti però in vista delle unità scelte. Riguardo alla f. a. m. introdotta per le differenze di temperatura essa in un circuito chiuso è data da

$$\int \frac{\delta_0}{1 + \alpha t} dh$$

il quale integrale deve essere esteso a tutto il circuito, percorrendolo sempre in un senso: se esso risulta positivo, si ha una

f. a. m. che tende a far muovere l'aria nel senso della eseguita integrazione. In pratica, divise le condutture in tratti in cui la temperatura sia costante, si avrà la f. a. m. dalla somma

$$H = \delta_0 \Sigma \frac{\Delta h}{1 + \alpha t}$$

essendo Δh la differenza d'altezza fra le sezioni estreme di ciascun tratto di conduttura.

Il lavoro esaminato si chiude con un esempio numerico di calcolo per la ventilazione di certi ambienti. Piuttosto che riassumere cifre diremo qualche parola sui mezzi impiegati per fare le dette esperienze sui ventilatori elettrici. Sono stati usati vari tipi di ventilatori elicoidali della compagnia americana C. & C., costruiti dalla Società Edison a Milano. Alla bocca di mandata si applicavano secondo i casi tubi di zinco, di vario diametro e lunghezza, muniti talvolta di valvole a farfalla. Le portate erano misurate coi ben conosciuti areometri di Richard. È sempre necessario misurare le velocità di efflusso in vari punti della bocca di mandata ed assumere valori medi. Le pressioni si misuravano con manometri ad acqua, e sempre con due o tre, perchè disponendo di lievi lunghezze di tubi non si riusciva ad avere pressione uniforme alla bocca di efflusso, e si adottava il valore medio letto. Il numero dei giri del ventilatore era desunto da un tachimetro a indicazione continua le cui indicazioni erano state trovate esattissime nei limiti dell'errore di lettura previa taratura mediante un diapason elettromagnetico: giova notare che è della massima importanza commettere il minimo errore nella determinazione del numero dei giri, che nelle formule, esplicitamente o implicitamente entrano sempre alla terza potenza.

In quanto al motore elettrico, trattandosi di motore in serie, si aveva in circuito, un amperometro Ayrton e Perry abbastanza esatto e un voltmetro Weston ai poli. La resistenza elettrica del motore è stata determinata a caldo, con molte misure frenando il motore e misurando ancora la corrente e la differenza di potenziale ai poli e calcolando il rapporto E/I, metodo dei più pratici nelle applicazioni industriali, specialmente trattandosi di piccole resistenze. La corrente era fornita a una dinamo Vic-

toria compound: è indispensabile avere grande costanza di potenziale per l'alimentazione del motore elettrico onde non essere condotti talvolta ad errori grossolani per la variazione del numero dei giri.

DOTT. GIULIO MARTINEZ.

RIVISTA

Comptes Rendus, — Maggio 1894.

19. — H. GILBAULT. *Emissione dei suoni* (pp. 1037-1039). — L'A. espone il seguito degli studi sull'emissione dei suoni di cui ha dato conto in una precedente Nota [1]). Ora egli ha messo in calcolo l'attrito interno che si può sviluppare in un corpo in vibrazione trovando così in qual modo doveva esser modificata la formola stabilita prima per esprimere la legge di decrescenza delle amplitudini di una sorgente sonora.

M. DUFOUR. *Uguaglianza delle velocità di propagazione di onde elettriche cortissime nello spazio e lungo fili conduttori* (pp. 1039-1042). — L'A. ha trovato con apparecchi e metodo che in questa Nota descrive, che anche per lunghezze d'onda cortissime, cioè fino a cm. 8, 5, le velocità di propagazione delle ondulazioni elettriche nello spazio e lungo i fili conduttori restano uguali. Sarasin e de la Rive [2]) avevano stabilito questa proposizione per lunghezze d'onda fra 80 cm. e 8 m., e l'Hertz [3]) per lunghezze d'onda di 30 cm. circa.

20. — P. VILLARD. *Sulle proprietà fisiche del protossido d'azoto puro* (pp. 1096-1099). — L'A. espone due metodi per ottenere ben puro il protossido d'azoto, metodi che sono applicabili anche ad altri gas. Riporta il risultato delle misure fatte per determinare la densità del protossido d'azoto puro liquido e quella del suo vapor saturo a diverse temperature. Stabilisce infine per valore della temperatura critica il valore 38°,8; allora il volume,

1) *Nuovo Cimento* — Terza Serie, Tomo 35, pag. 84.
2) *Archives des Sciences phys, et natur.* t. XXIX, p. 358 e 441, (1893).
3) *Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft* p. 19.

la densità e la pressione critici sono rispettivamente dati da 0,00436 0,454 77 atm. 5.

21. — H. SENTIS. *Sulla tensione superficiale delle soluzioni saline* (pp. 1132-1133). — L'A., avendo apportato varie modificazioni ai particolari del metodo precedentemente indicato [1]) per lo studio della tensione superficiale delle soluzioni saline, espone in questa Nota i resultati numerici del suo studio sperimentale.

P. CURIE. — *Proprietà dei corpi magnetici a varie temperature* (pp. 1134-1136). — L'A. ricorda di aver mostrato che il coefficiente di magnetizzazione specifica k dell'ossigeno varia in ragione inversa della temperatura assoluta T, ossia che $k = \frac{A}{T}$ dove A è una costante [2]); e che la medesima legge seguono approssimativamente i coefficienti di magnetizzazione del solfato di ferro e del cloruro di manganese in soluzione e quello del palladio puro. Egli riporta in questa Nota i valori di A pei detti corpi ed i valori di k per il ferro, il nichel e la magnetite, trovati nelle sue precedenti ricerche [3]). Dall'esame poi delle curve rappresentatrici del fenomeno deduce la conclusione che « la legge « dell'inversa della temperatura assoluta è una legge limite che « conviene al coefficiente di magnetizzazione dei corpi ferro-ma- « gnetici quando la temperatura è sufficientemente lontana da « quella di trasformazione ».

22. — H. PELLAT. *Variazione della tensione superficiale con la temperatura* (pp. 1193-1196). — L'A., fondandosi sui principi della termodinamica e sull'ipotesi, assai verosimile a priori, che il calore specifico dello strato superficiale di un liquido sia identico a quello delle parti interne, dimostra che la tensione superficiale di uno stesso liquido a contatto del suo vapore saturo è una funzione lineare della temperatura assoluta, purchè fra i limiti considerati le variazioni di temperatura producano fenomeni reversibili, e lo stato del sistema sia definito dalla temperatura assoluta e dalla estensione della superficie libera del liquido.

A. BARTORELLI.

1) *Journal de Physique* 1887.
2) *Comptes rendus* t. CXV, p. 1292 (1893).
3) *Nuovo Cimento*, Serie terza, Tomo 35, pp. 242, 244.

Journal de Physique — Marzo (seguito), Aprile e Maggio
Serie III. T. III. 1894.

A. AIGNAN. *Sul potere rotatorio specifico dei corpi attivi disciolti* (pp. 111-120). — Secondo Biot, il potere rotatorio specifico deve restare invariabile sotto tutte le influenze che modificano solamente le mutue distanze dei gruppi molecolari senza alterare la loro costituzione. Nonostante l'opinione contraria, generalmente adottata e basata su esperienze del Landolt, l'A. mostra che è possibile mettere in armonia la legge di Biot coll' esperienza, invocando, per svilupparne le conseguenze, in luogo della teoria delle *combinazioni in proporzioni continuamente variabili* il fatto bene stabilito *della dissociazione nel seno delle dissoluzioni.*

G. GOURÉ DE VILLEMONTÈE. *Contribuzione allo studio degli egualizzatori di potenziale* (pp. 120-129). — Si adopera generalmente per misurare il potenziale in un punto dell' aria e per eguagliare il potenziale degli strati d'aria che ricoprono l'interno di un conduttore e l'esterno di un altro conduttore, il metodo della *pallina mobile* o il metodo dello *sgocciolamento.*

Il principio di questi metodi è stato spesso l'oggetto di discussioni teoriche e raramente il soggetto di verifiche sperimentali. L'A. cerca sperimentalmente entro quali limiti l'eguaglianza del potenziale di due conduttori della medesima natura può essere realizzata con questi metodi.

H. ABRAHAM. *Sulla misura dei coefficienti d'induzione* (pp. 145-158). — Quando si determina un coefficiente d'induzione, paragonandolo a una resistenza e a un tempo, si raggiunge difficilmente il centesimo col galvanometro balistico. Si aumentano la sensibilità e la precisione ripetendo periodicamente le impulsioni, il che produce una deviazione permanente.

L' A. con esperienze dimostra che si può andare più in là nella sensibilità di esattezza, servendosi di *un galvanometro differenziale*, che permette di compensare questa deviazione. *Le misure arrivano allora molto facilmente alla sensibilità di un centesimo e possono fornire anche il millesimo senza grandi difficoltà.*

JOSEPH DE KOWALSKI. *Sulla legge dell' unità termodinamica* (pp. 159-162). — Premesso che nello stato attuale della scienza è sopratutto utile studiare le proprietà generali delle *equazioni caratteristiche dei corpi*, indipendentemente dalle forme speciali, che si potrebbero dare a quelle equazioni, l' A. studia una classe di fatti sulle così dette *soluzioni ternarie*, per cui si aumenta la verosimiglianza, colla quale si potrebbe ammettere come legge generale che: « *L' equazione caratteristica di un sistema di* n *corpi*

differenti, tra n + 3 *parametri, è indipendente dalla natura di questi corpi, purchè i parametri siano espressi in unità specifiche.*

J. Macé de Lépinay. *Sulle frangie di Herschel* (pp. 163-167). — Numerose sono le particolarità delle frangie di interferenza di Herschel *alla luce bianca*, di cui Mascart ha dato la teoria. Per queste frangie colorate l'A dimostra la proprietà *che la distanza fra due frangie consecutive, brillanti o nere, è costante;* proprietà tanto più singolare in quanto che la larghezza delle frangie, quando si esaminano a *luce omogenea*, aumenta secondo una legge pure stabilita in questa nota, quando ci si allontana dal limite di riflessione totale.

Verifiche sperimentali convalidano la legge data dall'A.

Notiamo che l' A. trova molto comodo, per ottenere le frangie di Herschel, di formare una sottile lamina di aria, di spessore uniforme, per mezzo di due lamine di vetro piane, separate da due frammenti di un medesimo filo di platino ($^1/_{10}$ di mm. di diametro), immasticate agli orli e immerse verticalmente in un vaso di vetro rettangolare.

Georges Meslin. *Di alcune frangie rigorosamente acromatiche* (pp. 168-171). — L' A. riceve su di un reticolo circolare a tratti equidistanti un fascio luminoso proveniente da un foro molto piccolo (due fenditure in croce) illuminato dal sole: se i raggi cadono sulla parte centrale e se si esamina il fascio luminoso con una lente di grande campo, si osserva un numero considerevole di anelli concentrici equidistanti *assolutamente acromatici*, cioè alternativamente bianchi e neri.

L' A. studia alcune particolarità del fenomeno e ne dà una dimostrazione teorica molto semplice.

L. Marchis. *Sulla tensione dei vapori delle dissoluzioni* (pp. 193-205). — Questo lavoro si compone di tre parti:

1. Esposizione dei principali metodi sperimentali che hanno servito alla misura della tensione dei vapori delle dissoluzioni di un corpo fisso in un liquido volatile;

2. Enunciato dei principali risultati ai quali ha condotto questo studio sperimentale;

3. Applicazioni delle leggi sperimentali alla determinazione dei pesi molecolari;

André Broca. *Studi teorici e sperimentali sulle sensazioni visuali e sulla fotometria* (pp. 206-218). — Nei loro studî fotometrici prima Bouguer e poi Masson furono colpiti da questo fatto, che l'occhio percepiva una differenza fra due zone luminose quando questa differenza aveva preso un certo valore, dipendente dall'intensità comune prima alle due zone. Questa osservazione speri-

mentale è stato il punto di partenza dei tentativi fatti da Weber e da Fechner per trovare una relazione tra la grandezza della sensazione visuale e quella dell' eccitazione.

L'A. riprende questo studio e i suoi risultati sperimentali lo conducono a conseguenze relative alla pratica fotometrica.

CH. ED. GUILLAUME. *Metalli atti alla costruzione dei metri campioni* (pp. 218-223). — Esaminati i difetti dei soliti metri campioni a prezzo non elevato, l'A. ha fatto uno studio sul nikel; sul bronzo bianco (35 Ni e 65 Cu); sul bronzo di alluminio (10 per 100); sul bronzo fosforoso, per vedere quale di essi corrispondesse meglio alle condizioni necessarie per la costruzione di un metro campione *di un prezzo non troppo elevato.* Dietro le ricerche sulla loro elasticità, sulla dilatazione e sull' azione del ricuocimento a 100° viene alla conclusione che il nikel solo riunisce tutti i vantaggi metrologici; poi viene il bronzo bianco: impropri alla costruzione di metri con tracciato diretto sono il bronzo di alluminio ed il bronzo fosforoso.

Data però la difficoltà di ottenere il nikel privo di punteggiature l' A. consiglia, per ora, il bronzo bianco.

E. CRESCINI.

Archives des sciences phys. et nat. — Marzo e Aprile 1894.

C. CAILLER. *Nota sull' attrazione degli strati sferici infinitamente sottili* (pp. 225-231). — Thomson prima nelle sue ricerche sul *principio delle immagini*, poi con una dimostrazionne sintetica, ha dimostrato che, quando la densità d' uno strato sferico infinitamente sottile varia in ragione inversa del cubo della distanza a un punto fisso A esterno alla sfera.

1.° Essa varia anche in ragione inversa del cubo della distanza ad un altro punto A' coniugato del primo rispetto alla sfera.

2.° L'attrazione della superficie sui punti interni è la stessa che quella di una massa posta in A, e la sua azione sui punti esterni è la stessa di quella di un'altra massa posta in A'.

Orbene, l' A., esaminando questa teoria, trova e dimostra in modo molto semplice che è ben facile dedurne l' azione esercitata sui punti interni ed esterni da uno strato sferico, di cui la densità varia in ragione inversa di una potenza impari, eguale o superiore a tre, o in ragione diretta di una potenza pari qualunque della distanza di ciascuno de' suoi punti a un punto fisso A.

Detto. *Alcune osservazioni sul movimento planetario* (pp. 325-351). — L'A. dimostra le due proprietà seguenti del moto planetario:

Se si prendono due posizioni P e P' di un pianeta sull' orbita che esso descrive attorno al sole S.

I. Le velocità del pianeta in P e P', prese secondo la bisettrice esterna dell'angolo PSP', sono eguali e del medesimo senso.

II. Queste medesime velocità, prese secondo la bisettrice interna, hanno una somma eguale alla proiezione su questa bisettrice di un certo vettore di grandezza costante e di direzione invariabile.

L' A. prova poi reciprocamente che le leggi di Keplero sono una conseguenza necessaria sia dell'una, come dell'altra di queste due proprietà, purchè si ammetta che la traiettoria sia in un piano passante pel sole.

Il carattere delle due proprietà in discorso, secondo l'A., è che esse sono più semplici della legge di Newton: esigono solo la nozione di velocità, non derivano come quella di Newton dalla differenziazione delle equazioni di Keplero, ma costituiscono, separatamente, un integrale del movimento planetario, da cui possono dedursi, come conseguenza, tutti gli altri integrali.

L'A. osserva anche e dimostra che vi sono dei movimenti *differenti del movimento planetario*, i quali s' effettuano conformemente alle due leggi ora esposte: in generale questi movimenti hanno luogo su traiettorie gobbe: in un caso particolare tuttavia le traiettorie diventano piane e sono delle coniche di cui il piano non passa per S.

L' A. studia alcune proprietà di questi *movimenti*.

E. CRESCINI.

Wied. Ann. Vol. 52, N° 5, 1894.

G. QUINCKE. *Sulla misura della tensione superficiale dell'acqua e del mercurio nei tubi capillari* (pp. 1-22). — L'A. descrive un metodo assai semplice per misurare l'altezza della colonna d'acqua in un tubo capillare, e l'angolo di raccordamento dell'acqua e del mercurio col vetro.

Dalle misure fatte egli trova che per l' acqua l'angolo di raccordamento non è mai 0°, e che è tanto maggiore quanto maggior tempo è decorso dalla fabbricazione del tubo. La tensione superficiale, per lo stesso vetro a 18°, è poi tanto più grande quanto maggiore è il diametro del tubo. Per vetri diversi cambia notevolmente, accennando a soluzioni del vetro nell' acqua; e le sostanze che si sciolgono fanno diminuire la tensione superficiale.

PH. LENARD. *Sulla deviazione magnetica dei raggi catodici* (pp. 23-33). — I raggi catodici erano ottenuti col metodo già descritto dall' A. (cfr. *N. Cim.* 35, pag. 149). Sottoponendoli all' azione di un magnete, questi raggi son deviati; ma la devia-

zione non dipende dal mezzo nel quale si propagano, nè dalla loro intensità, e si mantiene costante per tutta la lunghezza dei raggi.

Se si mantiene costante la pressione nel tubo di osservazione e si fa variare in quello ove si producono, si hanno raggi catodici di refrangibilità diversa, la quale si manifesta con la diversa diffusione che subiscono nei gas che attraversano. Quando la pressione nel tubo di osservazione è piccolissima e i raggi catodici non son più separati per diffusione, possono venir separati con un magnete, come accade pei raggi luminosi che attraversano un prisma.

Queste osservazioni confermano quanto aveva stabilito Hertz nel 1883, cioè che il magnete non esercita la sua azione sui raggi catodici, bensì sul mezzo che li propaga, che è l'etere. E mentre la rotazione magnetica del piano di polarizzazione della luce è un'azione che si esercita sulla materia ponderabile, la deviazione dei raggi catodici dimostra che un campo magnetico può modificare lo stato dell'etere.

L. ZEHNDER. *Ricerche sui raggi di forza elettrica; il modo più semplice di ottenerli* (pp. 34-55). — L'A. descrive minutamente gli apparecchi che gli hanno servito a riprodurre le esperienze di Hertz.

Questa descrizione, che non è possibile riassumere senza l'aiuto dei disegni di cui è corredata, sarà consultata con vantaggio da chi voglia eseguire in lezione le esperienze di Hertz.

Detto. *Sull'azoturo di sodio* (pp. 56-66). — Preparando dei tubi di scarica per l'esperienze di Hertz, l'A. ha riconosciuto che il sodio metallico assorbe notevolmente l'azoto atmosferico; in questa Nota rende conto delle osservazioni fatte sul composto che viene a formarsi.

E. WIECHERT. *Osservazioni alla Nota del signor Milthaler « sull'uso della manganina nei rocchetti di resistenza »* (pp. 67-74). — Il Milthaler consiglia di sottoporre il filo di manganina a numerose variazioni di temperatura prima di usarlo per i rocchetti di resistenza (cfr. *N. Cim.* 33, p. 228); ora l'A. mostra come i resultati trovati per le variazioni di resistenza in seguito a quelle variazioni di temperatura possano esser trovate teoricamente con un metodo di calcolo dedotto dalla teoria che egli stabilì per l'elasticità susseguente. Da tale calcolo resulterebbe che nelle esperienze del Milthaler il valor finale della resistenza elettrica non fu raggiunto.

K. E. F. SCHMIDT. *Sulla polarizzazione ellittica nella luce riflessa. — II. Andamento del fenomeno sugli specchi di cristallo*

(pp. 75-92). — In questa seconda parte (cfr. *N. Cim.* 35, p. 203) l' A. espone i resultati delle misure fatte su diverse specie di vetro e su alcuni cristalli di spato calcare, e stabilisce alcune relazioni che potranno servire a facilitare la soluzione analitica del problema assai complicato della polarizzazione ellittica della luce riflessa.

H. Kayser e C. Runge. *Sugli spettri dello stagno, piombo, arsenico, antimonio e bismuto* (pp. 93-113). — Gli A. pubblicano le misure delle lunghezze d' onda delle righe degli elementi sopra indicati, fatte sulle fotografie degli spettri ottenuti con un reticolo Rowland.

In questi spettri non si riconosce quella regolare disposizione delle righe, che presentano gli elementi dei primi tre gruppi del sistema di Mendelejeff; ma pure un certo numero di gruppi di righe si ripete più volte, in modo che dai numeri delle vibrazioni di un gruppo si deducono quelli d' altri gruppi, con l' aggiunta di una costante.

Detti. *Contributo alla cognizione degli spettri a righe* (pp. 114-118). — Esaminando nuovamente le fotografie degli spettri da essi ottenuti, e i cui resultati furon pubblicati nelle *Memorie dell' Acc. delle scienze di Berlino* (1888-1892), gli A. hanno riconosciuto che sono esatte le deduzioni del Rydberg sulla distribuzione delle righe in gruppi particolari, che sono partitamente descritti in questa Nota.

J. R. Rydberg. *Contributo alla cognizione degli spettri a righe* (pp. 119-131). Continuando le sue ricerche (cfr. N. *Cim.* 35, pag. 42), l'A. riferisce i risultati del confronto fra gli spettri del calcio e dello stronzio. Da tutti gli studi fatti su questo soggetto sembra che resulti l'esistenza di un solo sistema di vibrazioni per ogni elemento, e la possibilità di rappresentare tutte le righe di uno spettro con una sola formula.

W. Wien. *Temperatura ed entropia della radiazione* (pp. 132-165). — Partendo da un teorema del Kirchhoff, l'A. mostra come si possa determinare la temperatura e l' entropia di una radiazione dalla sola cognizione del suo stato in un dato momento, anche se essa è data separata del tutto dai corpi che l' hanno prodotta.

W. Kawalki. *Ricerche sulla diffusibilità di alcuni elettroliti nell' alcole. Contributo alla teoria della costituzione delle soluzioni* (pp. 166-190). (Continua).

Th. Des Coudres. *Sulla variazione temporaria dell'autoinduzione nelle pile chiuse a concentrazione con amalgama* (pp. 191-204). — Se in una pila mercurio, solfato di zinco, zinco, si fa passare una cor-

rente costante per un certo tempo e diretta dallo zinco al mercurio, il mercurio si ricopre di amalgama e la differenza di potenziale fra i due metalli diminuisce. Interrompendo poi la corrente lo zinco deposto si diffonde nel mercurio e la differenza di potenziale aumenta. L'A. studia come varia col tempo quella differenza di potenziale, e ne deduce il coefficiente di diffusione dello zinco nel mercurio.

O. BÜRY. *Osservazioni alla memoria del signor Pringsheim « Sulla legge di Kirchhoff e sull' irraggiamento dei gas »* (pp. 205-206). — Secondo il Pringsheim il vapor di sodio non diverrebbe luminoso alla temperatura delle fiamme ordinarie, ma emetterebbe luce soltanto quando il sodio è ridotto da un suo sale. L' A. ritiene che l'esperienza citata dal Pringsheim in appoggio di tale asserzione non sia decisiva; perchè non è escluso che in quell' esperienza si possa trattare anche di ossidazione del sodio.

P. MOLENBROEK. *Sulla teoria dei raggi liquidi* (pp. 207-208). — L' A. dimostra con le coordinate cartesiane un teorema che già dimostrò coi quaternioni, e cioè: in ogni punto nel quale la superficie libera di un raggio liquido taglia le superficie di livello, queste hanno i raggi di curvatura principali uguali e contrari.

A. STEFANINI.

Philosoph. Mag. Vol. 37 — Aprile 1894.

J. J. THOMSON. *Sull' elettricità delle goccie* (pp. 341-358). — Questo soggetto è già stato studiato da Lenard (cfr. *N. Cim.* 34, p. 46); ora l' A. ha fatto delle esperienze per determinare l' influenza che sull' elettricità delle goccie hanno i diversi gas nei quali si producono, e i liquidi di cui son formate. Se le goccie di acqua si formano nell' idrogeno, l'effetto è l'inverso di quello che si ha quando si formano nell' aria, e nel vapor acqueo privo d'aria non mostrano nessuna elettricità; ciò indica che l'effetto è dovuto a delle azioni chimiche.

Sulla superficie di separazione fra goccie e gas si forma un doppio strato elettrico; lo strato negativo è dalla parte del gas, con un gas elettronegativo come l'ossigeno, se la goccia è formata con acqua o con una soluzione di sostanze facilmente ossidabili, come acido pirogallico, fenolo, eosina, fluoresceina; è dalla parte della goccia con un gas elettropositivo come l' idrogeno, non solo per i liquidi indicati, ma per tutti quelli studiati dall'A. eccetto il mercurio, che è stato trovato sempre positivo, tanto nell' ossigeno che nell' idrogeno. Se le goccie son formate con soluzioni di sostanze fortemente ossidanti, come acqua ossigenata, triossido di

cromo, permanganato potassico etc., lo strato positivo sembra sia sempre nel gas, qualunque sia il gas.

Tutto ciò porta a concludere che la causa dell'elettrizzazione sia da ricercarsi nelle azioni chimiche, e l'A. mostra come i fenomeni osservati si possano spiegare ammettendo che alla superficie della goccia si formi una sostanza in uno stato intermedio fra quello di combinazione chimica completa e di separazione completa fra il gas e il liquido che forma la goccia. È anche da osservare che la sostanza disciolta ha di per sè pochissima azione, la quale sembra risiedere quasi affatto nel solvente, che avrebbe la proprietà di mettere la sostanza che vi si scioglie in quello stato, nel quale può esercitare sul gas l'azione chimica cui è dovuto lo svolgimento dell'elettricità.

Il diverso contegno dei gas conferma il fatto accennato da Helmholtz, che cioè gli atomi attraggano le due elettricità con intensità diverse. Ciò farebbe ritenere che un corpo ruotante producesse attorno a sè un campo magnetico: e una sfera di un piede di raggio, che ruotasse con la velocità di 100 giri al secondo, produrrebbe un campo uguale alla centomilionesima parte di quello dovuto alla forza magnetica terrestre.

S. U. Pickering. *Le densità delle soluzioni di soda e di potassa* (pp. 359-375). — L'A. dà, in due estese tavole, i valori delle densità di quelle soluzioni, corrispondenti a pesi diversi di soda e di potassa contenuti in 100 parti di liquido.

J. Kerr. *Esperienze su una questione fondamentale di elettroottica: Riduzione dei ritardi relativi a ritardi assoluti* (pp. 380-394). — Dei due raggi paralleli che si propagano, con differenza di fase, fra le due lamine del refrattometro interferenziale di Jamin, l'A. ne faceva passare uno attraverso un dielettrico posto in un campo elettrico, mentre l'altro non subiva alcuna azione. Così egli ha trovato che l'effetto ottico proprio e immediato di una tensione elettrica, cioè quello scevro da effetti remoti che si manifestano come perturbazioni in tutte le esperienze, è un ritardo positivo o negativo della componente il cui piano di polarizzazione è normale alla linea di forza, e il segno del ritardo è quello stesso del dielettrico, vale a dire positivo per il CS_2, gli idrocarburi, etc. e negativo per l'ossido di amile, gli oli pesanti etc. Perciò delle due vibrazioni che, secondo la teoria di Fresnel, sono perpendicolari e parallele respettivamente alla linea di forza, è quest'ultima soltanto che è immediatamente influenzata dalla tensione elettrica.

E. C. Rimington. *Sul contegno di un trasformatore senza ferro, quando la frequenza è inferiore a un certo valore critico*

(pp. 394-406). — Si ritiene ordinariamente che nel caso di un trasformatore il cui circuito primario ha ai serrafili una differenza di potenziale alternante, di valore costante, l'impedenza apparente del primario diminuisca chiudendo il secondario. L'A. mostra che ciò è vero soltanto finchè la frequenza non è superiore a un certo limite; se $2 r_1 r_2 > p^2 (2 L N - M^2)$ l'impedenza del primario aumenta se si chiude il secondario. Nella disuguaglianza precedente r_1 e r_2 sono le resistenze dei due circuiti, L ed N i loro coefficienti di autoinduzione, ed M la loro induzione mutua, e $p = 2 \pi n$, essendo n la frequenza delle alternazioni.

G. MINCHIN. *Rappresentazione grafica delle correnti in un rocchetto primario e in un secondario* (pp. 406-410). — L'A. mostra come si possano rappresentare graficamente e in modo diverso, i resultati ottenuti dal Rimington, e riferiti nella nota precedente.

A. M. MAYER. *Apparecchio per dimostrare simultaneamente a molti uditori la fusione dei suoni interrotti* (pp. 411-412). — Una boccia di vetro, con la bocca di 3 cm. di diametro, alta cm. 16,25 è forata nel fondo, e al foro si adatta un tubo di cm. 1,25 di diametro interno e lungo cm. 1,8. Quando il tubo è chiuso, l'apparecchio rinforza notevolmente la nota di un diapason do_3, che è mantenuto elettricamente in vibrazione davanti alla boccia. Se però il tubo è aperto e chiuso mediante la rotazione di un disco munito di fori, per rotazioni lente del disco si ha una serie di battimenti; ma aumentandone la velocità si ottiene un suono intenso, omogeneo, che ha la stessa altezza di quello del diapason.

B. GALITZINE. *Sul contegno termico dei liquidi* (p. 423).

P. DE HEEN. Idem. (p. 424). — Tanto il Galitzine che il De Heen replicano alle osservazioni che furon fatte ai loro lavori dai proff. Ramsay e Young (cfr. *N. Cim.* 35, p. 154). Il Galitzine fa notare che prese tutte le precauzioni necessarie ad eliminare le cause d'errore accennate da Ramsay e Young; il De Heen dice che non sa trovare errori di ragionamento nelle sue deduzioni, nè inesattezze nelle sue esperienze.

A. STEFANINI.

FINE DEL VOLUME XXXV SERIE III.

INDICE

RIVISTA.

Comptes Rendus. 1893-94.

Annales de Chimie et de Physique. 1894.

Journal de Physique. 1894.

Arch. des Sc. phys. et nat. 1894.

Philos. Magazine. 1893-94.

Rassegna bibliografica.

IL NUOVO CIMENTO

ANNO XL

IL

NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO DA

C. MATTEUCCI e R. PIRIA

PER LA FISICA E LA CHIMICA

CONTINUATO DA

R. FELICI

A. BATTELLI — V. VOLTERRA

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

colla collaborazione dei professori:

A. BARTORELLI — E. CRESCINI — G. FAÈ — A. STEFANINI

TERZA SERIE

Tomo 36. — Luglio 1894.

PISA
DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
Diretta da P. SALVIONI
1894.

SUL CALORE SPECIFICO DEI GAS

Ricerche sperimentali del Dott. SILVIO LUSSANA.

Introduzione.

In un corpo allo stato gazoso le azioni molecolari sono ridotte al massimo grado di semplicità; egli è in questo stato che la materia svela più facilmente le leggi da cui è governata; ed è allora che riesce più facile di controllare l'esattezza di una teoria. Così per i gas fu possibile di stabilire una teoria cinetica, mentre a tanto non si giunse per i liquidi e tanto meno per i solidi. La teoria meccanica del calore ebbe origine dallo studio dei gas e su di essi principalmente si fonda. La prima determinazione fatta dal Mayer dell'equivalente meccanico del calore è basata precisamente sulla differenza fra la capacità calorifica di un gas a seconda che lo si riscalda mantenendo costante la pressione e lasciando che varii il volume, oppure mantenendo costante il volume e lasciando variare la pressione. Moltissimi furono quindi gli sperimentatori che studiarono le proprietà dei gas posti in determinate condizioni, cercando di giungere così alla spiegazione dei fenomeni più svariati che ci si presentano. La capacità calorifica dei gas fu pure soggetta alle ricerche di moltissimi fisici; ricerche che possono essere comprese sotto due diverse categorie a seconda che tendono a determinare l'uno o l'al-

tro dei due calori specifici, oppure il rapporto fra essi. Senza parlare dei lavori che precedettero le classiche ricerche di Regnault, essendo stato fatto di essi un accurato esame da Regnault stesso, mi limiterò a dire brevemente di quelli che lo seguirono.

Non descriverò qui il metodo usato dal Regnault [1]) per la determinazione del calore specifico dei gas presi a pressione costante, nè ricorderò le precauzioni usate da questo illustre sperimentatore affine di eliminare tutte le cause di errore che si presentano in queste ricerche; riferirò unicamente i risultati da lui ottenuti perchè possa così apparire la via fatta e quella che ancora rimane a farsi. Nella prima parte del suo lavoro il Regnault studia l'influenza della temperatura sul valore di c_p. I risultati delle sue ricerche sono contenuti nella seguente tabella

Nome del gas	Intervallo di temperatura	c_p	Nome del gas	Intervallo di temperatura	c_p
Aria atmosferica	— 30° a 10°	0,23771	Idrogeno	12° a 198°	3,4090
"	0° " 100°	0,23741	Anidride carbonica	— 28 " 7	0,18427
"	0° " 200°	0,23751	"	15 " 100	0,20246
Idrogeno	— 28 " 9°	3,3996	"	11 " 214	0,21692

Mentre il valore di c_p è sensibilmente costante per l'aria atmosferica e per l'idrogeno, esso aumenta notevolmente per l'anidride carbonica. Tale aumento però non è secondo Regnault attribuibile unicamente alla divergenza che questo gas presenta dalla legge di Mariotte, in quantochè tale divergenza è piccola alla pressione atmosferica; ma deve indicare anche l'esistenza di una serie di modificazioni molecolari che assorbono delle notevoli quantità di calore. Nella seconda parte del suo lavoro il Regnault si occupò dell'influenza che può esercitare sul calore specifico di un gas la variazione della pressione. Le ricerche da lui eseguite si riferiscono all'aria atmosferica, all'idrogeno, ed all'anidride carbonica. Per l'aria atmosferica eseguì tre serie di esperienze. Nella prima serie il gas attraversa il serpentino im-

1) Regnault — *Mémoire sur la chaleur specifiques des fluides élastiques* (*Mem. de l'Acc. des Scien. de l'Ist. Imp. de Fran.*, T. XXVI.

merso nel vaso calorimetrico con una pressione di una o di quattro atmosfere. Il calore specifico dato da Regnault in queste condizioni è di 0,23201 per l'aria presa sotto alla pressione atmosferica, e di 0,23236 per l'aria presa sotto la pressione di 3 metri di mercurio. Nella seconda serie l'aria attraversa il serpentino con una pressione che è variabile; ma la variazione però nella pressione non avviene secondo l'A. nel serpentino, ma prima di arrivare ad esso. In queste determinazioni, prendendo le medie delle pressioni medie relative a ciascuna esperienza, e la media dei calori specifici, si ha che ad una pressione di $4^m,74$ di mercurio corrisponde un calore specifico di 0,22546. Con una leggera modificazione nell'apparecchio il Regnault determina anche in questa serie il calore specifico dell'aria alla pressione atmosferica e trova il valore di 0,22610. Nella terza serie finalmente il Regnault con un processo uguale a quello seguito nella seconda, ma modificato in modo che la variazione della pressione durante l'esperienza è molto minore, trova che la capacità calorifica dell'aria per pressioni che variano da 1 fino a 12,4 atm. varia nel rapporto da 11009 e 11308 senza però alcuna regolarità nè alcun legame con la pressione. Da quì ne conchiude che *il calore specifico dell'aria atmosferica non dipende che dal suo peso e non varia sensibilmente con la sua densità.* Si affretta però a soggiungere che questa legge può darsi che non sia *rigorosamente esatta*, e che esista una piccola variazione dell'ordine delle anomalie che si osservano nella compressibilità dell'aria o nel suo coefficiente di dilatazione fra gli stessi limiti di pressione. Questa variazione però non si poteva rendere palese con le sue esperienze.

Anche le determinazioni eseguite sull'idrogeno e sull'anidride carbonica lo condussero agli stessi risultati; egli è però da osservare che in questi casi, e specialmente nell'ultimo, l'incertezza nei risultati è ancora maggiore che non per l'aria; ed il Regnault stesso esprime l'opinione che sia poco probabile che l'acido carbonico allontanandosi notevolmente dalla legge di Mariotte, si comporti esattamente come l'aria e l'idrogeno. I risultati di queste ricerche non possono quindi condurre ad una conclusione ben sicura; ed egli è evidente che il Regnault nelle determinazioni a pressione superiore all'atmosfera è ben lungi

dall'avere raggiunta la esattezza che ottenne nelle misure eseguite alla pressione atmosferica.

Nel 1870 Regnault [1]) descrive incidentalmente un apparecchio da lui fatto costruire onde determinare il calore specifico dei gas a pressione costante; dice però di non avere potuto eseguire nuove esperienze a questo riguardo.

In seguito E. Wiedemann [2]) con un metodo più semplice di quello usato da Regnault, e che ricorda molto davvicino il processo di Delaroche e Berard studiò il calore specifico di differenti gas presi alla pressione atmosferica per intervalli differenti di temperatura. I suoi risultati sono contenuti nella seguente tabella dove vengono dati i calori specifici veri alle diverse temperature indicate nella prima colonna.

	Valori di c_p per						
Temperatura	Aria atmosferica	Idrogeno	Ossido di Carb.	Anidride Carb.	Etilene	Protossido di azoto	Ammoniaca
0°	0,2389	3,410	0,2426	0,1952	0,3364	0,1983	0,5009
100°	—	—	"	0,2169	0,4189	0,2212	0,5317
200	—	—	—	0,2387	0,5015	0,2442	0,5629

Mentre i due primi gas non vennero studiati che fra 0° e 100°, il terzo fu studiato anche fra 0° e 200° senza che il Wiedemann trovasse alcuna variazione nel calore specifico. Gli ultimi quattro invece presentano un aumento abbastanza considerevole nel calore specifico coll'aumento della temperatura.

Da qualche anno Max Margules [3]) studiò il calore specifico dell'anidride carbonica compressa, deducendolo dai dati di Amagat e di Andrews sulla compressibilità in base alle note formule di termodinamica. Senza volere insistere troppo su questo lavoro puramente teorico mi basta notare che l'A. ne conchiude che il

1) *Mem. de l'Acc. des Sciences de l'Ist. Imp. de France* XXXVII, 951, 1870

2) E. Wiedemann — *Ueber die specifische Wärme der Gase* (*Pogg. Ann.* 157, 1. 1876): V. anche *Wied. Ann.* 2-195, 1877).

3) M. Margules — *Ueber die specifische Wärme comprimirten Kohlensaure* (*Wien. Sitzungber*) 97, 1385-98; 1888.

calore specifico dell' acido carbonico, tanto a pressione costante, come a volume costante non può rimanere costante, ma deve aumentare coll' aumentare della densità.

Come si vede le ricerche fin qui eseguite sul calore specifico a pressione costante sono troppo limitate per potere portare ad una qualunque conclusione sul modo di comportarsi dei gas nella loro capacità calorifica rispetto alla densità. Ben più estese però sono le ricerche eseguite in questi ultimi anni sulla capacità calorifica dei gas presi a volume costante, quantunque nemmeno in questo campo si possa dire che siano completamente esaurite le questioni che si presentano. Non mi occuperò delle determinazioni eseguite da Akin [1]) e da altri a questo scopo, ma che non potevano condurre a risultati sicuri in causa di mancanza di esattezza nel metodo; ma non posso però passare sotto silenzio le ricerche eseguite dal Winkelmann [2]) quantunque con un metodo indiretto. Il Winkelmann in occasione delle ricerche eseguite sulla conducibilità dei gas rarefatti a diverse temperature, fondandosi sulla proporzionalità fra il coefficiente di conduzione ed il calore specifico a volume costante, calcolò il rapporto fra la capacità calorifica di alcuni gas presi a volume costante alle temperature di 100° e di 0°. I suoi risultati sono i seguenti

	$\frac{c\,100}{c_0}$
Etilene	1,233
Protossido d' azoto	1,108
Ammoniaca .	1,184
Anidride carb.	1,172

Per questi gas dunque, come del resto anche per i vapori da lui studiati, la capacità calorifica aumenta coll'aumentare della temperatura nell' intervallo indicato.

In una serie di lavori poi eseguiti da Mallard e Le Chatelier dapprima e da Berthelot e Wieille in seguito venne studiata la questione riscaldando i gas a temperature che vanno fino a

1) C. K. Akin — *On a new method for the direct determination of the specific heat of gases under constant volume* (*Phil. Mag.* (4) XXVII, 341-346).

4500° circa. Mallard e Le Chatelier proposero nel 1881 di dedurre il calore specifico dei gas a volume costante dalla temperatura a cui veniva portato un miscuglio tonante in seguito all'esplosione, e dalla pressione sviluppata se l'accensione ha luogo in un vaso chiuso e sufficientemente resistente. Unendo ad un determinato miscuglio un gas inerte si capisce come sarà possibile di dedurre il calore specifico di questo gas dalla temperatura e dalla pressione raggiunta.

In questi lavori Mallard e Le Chatelier [1]) giunsero alle conclusioni seguenti:

1) I calori specifici dei gas presi a volume costante sono indipendenti dalla pressione anche quando la pressione raggiunge da 6000 a 7000 atmosfere.

2) I calori specifici dei gas perfetti (gas semplici e gas composti formati senza condensazione) restano eguali fra loro, anche a pressioni ed a temperature molto elevate.

3) I calori specifici dei gas aumentano colla temperatura; per i gas perfetti l'aumento medio del calore specifico fra 0° e t° è minore e lo stesso per tutti.

Queste conclusioni vennero verificate in un lavoro posteriore degli stessi autori [2]) deducendo i dati necessari dai lavori di Berthelot, Sarrau e Vieille sulle sostanze esplosive. In quest'ultimo lavoro i sigg. Mallard e Le Chatelier controllarono anche la legge che Le Chatelier aveva esposto [3]) riguardo al calore specifico molecolare secondo la quale per tutti i gas diminuisce il calore specifico molecolare col diminuire della temperatura, ma tende però ad un unico valore di modo che Le Chatelier conchiuse che tutti i gas alla temperatura dello zero assoluto hanno lo stesso calore specifico molecolare.

Ricerche pressochè eguali ma eseguite con un metodo un po' differente sono quelle pubblicate a più riprese nei *C. R.* da

1) Mallard e Le Chatelier — *Sur les chaleurs specifiques des gas aux températures éleveès* (*C. R.* 93, 1014, 1881). Questo lavoro venne seguito da altri pubblicati che è nei *C. R.* nel *J. de Olup.* negli *Annales des Mines* ecc.

2) E. Mallard et H. Le Chatelier — *Sur les chaleurs specifiques des gas* (*Seances de la Soc. Franc. de Phys.* p. 308, ann. 1888).

3) H. Le Chatelior — *Sur les chaleurs specifiques moléculaires des corps gazeus* (*C. R.* 104, 1780, 1887).

Berthellot e Vieille. In questi lavori [1]) viene estesamente trattata la questione delle sostanze esplosive e se ne deduce il calore specifico di molti gas. I risultati di queste ricerche sono conformi a quelli di Mallard e Le Chatelier. Dello stesso genere sono pure le determinazioni eseguite dal Valerius [2]) quantunque portino a conseguenze un po' differenti. Un esame accurato di questi lavori però, se ne fa risaltare tutta l'importanza e le genialità, porta anche alla conclusione che le leggi che se ne deducono non possono che essere approssimate. Basta infatti per convincersi di ciò osservare (anche non tenendo calcolo delle osservazioni fatte al metodo, dal Clerck [3])) la seconda delle suddette conclusioni. Le ricerche di Regnault e di Wiedemann si oppongono in modo formale all'asserzione che i calori specifici dei gas semplici siano fra loro eguali.

Uno studio molto interessante e diretto della questione venne eseguito da J. Joly [4]). In esso l'A. giunge alla conclusione che il calore specifico a volume costante dell'aria e dell'anidride carbonica cresce col crescere della densità; per il secondo gas molto più rapidamente che per il primo; mentre il calore specifico dell'idrogeno a volume costante diminuisce coll'aumentare della densità; stabilendo così una separazione netta fra i gas che divergono dalla legge di Mariotte nell'uno o nell'altro senso. Il metodo usato dall'A. si è quello del calorimetro a condensazione. Questi risultati vennero ottenuti su un numero troppo limitato di gas per poter condurre ad una conclusione affatto generale. Di più ad onta di tutte le cure avute dal Jolly, in causa della grande importanza che assumono queste ricerche nella termodinamica, abbisognano di una verifica eseguita con un metodo affatto indipendente da quello seguito dal Jolly stesso. Egli è per questo

1) V. a questo proposito *Ann. de Chim. et de Phys.* (6) 4, 13, 1885 — *C.R.* 96, 1218 e 1358, 1883.

2) *Bull. Acc. Belg.* 48, 601-604, 1870.

3) Clerk — *Ueber die specifische Wärme von Gasen bei hoher Temperatur* (*J. of. Soc. chem. Industry V.* 11. *Chem. Ber.* XIX. (2) 200.

4) J. Joly — *On the Specific Heats of Gases at Constant volume* — Parte prima *Air, Carbon Dioxyde and Hydrogen* (*Phyl. Trans.* 182, 73, 1891). Della seconda e terza parte venne pubblicato un sunto nel *Nature* 50, 92, 1894. In esso l'A. conferma i risultati ottenuti nella prima e studia l'influenza della temperatura sul calore specifico dei gas a volume costante.

che mi sono proposto di eseguire uno studio analogo con un apparecchio che ora sto costruendo e che spero di portare presto a termine.

Le conseguenze a cui arrivò il Regnault essendo ritenute inappuntabili, *quantunque egli stesso dichiari*, come ho già osservato, *che potrebbero anche non essere vere in via assoluta*, moltissimi fisici cercarono di determinare il rapporto del calore specifico dei gas presi a pressione costante od a volume costante. I metodi seguiti a tale scopo si possono riunire in tre gruppi. Al primo gruppo appartengono le ricerche che si fondano sopra alcune esperienze dell' Asmann [1]; in base a queste esperienze si può dedurre il rapporto fra i due calori specifici $\frac{c_p}{c_v}$ dal rapporto fra il numero di oscillazioni che eseguisce una colonna di mercurio posta entro un cannello di vetro ripiegato ad U quando le due estremità sono aperte oppure una di esse è in comunicazione con un palloncino contenente il gas da studiarsi. Mantenendo invariata la temperatura, e partendo da una determinata ampiezza d' oscillazione fondandosi sopra i principi della termodinamica, è possibile con questo metodo avere il rapporto domandato. Questo metodo venne perfezionato e reso preciso in un importante lavoro del Müller [2]).

Al secondo gruppo appartengono le ricerche eseguite in base alla celebre esperienza di Clement et Desormes modificata da Gay-Lussac e Walter. Numerosissime furono le ricerche eseguite con questo indirizzo, ora variando il metodo di misura delle pressioni, ora determinando l' influenza che esercita sui valori finali il tempo durante il quale resta aperta la grande chiave, ora modificando il metodo di calcolo delle esperienze, ora studiando l'influenza della temperatura sul valore del detto rapporto [3]).

1) C. Asmann — *Ueber Erwärmung und Erkaltung von Gasen durch plötzliche Volumänderung* (*Pogg. Ann.* 85, 1, 1852.

2) P. A. Müller — *Ueber das Verhältniss der specifische Wärme bei Gasen und Dämpfen* (*Wied. Ann.* 18, 94, 1883).

3) I principali lavori che si riferiscono a questo metodo sono i seguenti: J. Weisbach. (Z. S. f. Math. p. 370. Jah. 1859). — A. Cazin (*Ann. de Chim. et. de Phys.* (3) 66, 206, 1863) — F. Kohlrausch (Pogg. Ann. 136, 618, 1869). — Witte (Pogg. Ann. 138, 158, 1869). — Cazin (Mondes (2) 20, 672). — A. Kurz. (Pogg. Ann. 138, 335, 1869). — L. Boltzmann (Pogg. Ann. 141, 473, 1870). — W. C. Röngten (Pogg.

Al terzo gruppo appartengono le ricerche che sono fondate sulla differenza che passa fra la velocità del suono nei gas calcolata secondo la formula di Newton, e quella dedotta da misure dirette. Egli è Laplace che rilevò la causa di tale differenza e segnalò quindi la possibilità di dedurre il valore del rapporto fra i due calori specifici dalla misura della velocità del suono [1]).

Sarebbe però stato difficile che questo metodo potesse condurre a dei risultati pratici se il Kund non avesse dato un processo per determinare, con esperienze da laboratorio, la velocità del suono nei diversi gas. Egli è precisamente dopo il lavoro del Kund che questo metodo venne estesamente applicato alla determinazione del rapporto $\frac{c_p}{c_v}$ facendo variare le condizioni dell'esperienza e principalmente variando la temperatura e la pressione.

Finalmente non passerò sotto silenzio il lavoro di Jamin e Richard [2]); in esso gli autori ricordando le esperienze dell'Akin alle quali ho già precedentemente accennato, osservano che se esse non potevano condurre alla determinazione del valore assoluto dei calori specifici dei gas a volume costante od a pressione costante, pure possono servire a determinarne il rapporto. Egli è in seguito a ciò che eseguiscono le loro misure determinando il riscaldamento prodotto in un gas rinchiuso entro un pallone, dal calore cedutogli da un filo di platino che viene attraversato da una corrente elettrica.

Ann. 141, 552, 1870). — Id. (Pogg. Ann. 148, 580, 1873). — E. H. Amagat (C. R. 77, 1325, 1873). — Nichols (Phil. Mag. (4) 46, 289 e 361, 1873). — F. Kohlrausch (Pogg. Ann. 149, 579, 1873). — K. L. Bauer (Carl. Rep. 16, 43, 1880). — A. Kurz (Carl. Rep. 16, 719, 1880). — J. Moutier (Bull. de la Soc. Phil. 1880). — G. De Lucchi (Nuovo Cim. (3) 11, 11, 1882). — E. Paque (J. de Phys. (2) 4, 30, 1885). — O. Lummer und E. Pringsheim (Verh. de phys. Ges. Berlin. 6, 136, 1887). — S. P. Tompson (Rep. Brit. Ass. Manchester p. 581, 1887).

1) Di questo metodo si servirono nelle loro ricerche i seguenti sperimentatori: Dulong (Ann. chim. et phys. (2) 41, 113, 1829). — Regnault (Mem. del l'Ac. de Sciences 37, 1868). — Masson (Ann. de chim. et de phys. (3) 53, 257, 1858). — A. Kund und K. Warburg (Ber. d. Chem. Ges 8, 945, 1875). — A. Naumann (Ber. d. chem. Ges. 8, 1063, 1875). — A. Kund und K. Warburg (Ber d. chem. Ges. 8, 1514, 1875). Idem. (Pogg. Ann. 157, 353, 1875). — H. Kayser (Wied. Ann. 2, 218, 1877). — Wülner (Wied. Ann. 4, 321, 1878). — K. Strecker (Wied. Ann. 13, 20, 1881). — L. Boltzmann (Wied. Ann. 13, 544, 1881). — K. Streker (Wied. Ann. 17, 85, 1882). — T. Martini (N. Cim. (3) 10, 29, 1881). — L. Boltzmann (Wied. Ann, 18, 309, 1883). — R. Cohen (Wied. Ann. 37, 628, 1889).

2) Jamin et Richard (*C. R.* 71, 336, 1870.

Avrei voluto accennare anche ai molti lavori di natura teorica che si hanno su questo argomento, ma ciò mi porterebbe troppo lungi; mi riserverò quindi di ricordare di volta in volta quelli che mi saranno necessari nella discussione dei risultati a cui mi porteranno le esperienze da me eseguite. Così pure avrei voluto anche esaminare partitamente tutti i lavori sperimentali ora ricordati mostrando il maggiore o minore grado di attendibilità che si deve ad ognuno di essi, ma anche questa discussione mi riservo di farla, nella parte che sarà necessaria, quando dovrò fare un confronto fra i risultati da me ottenuti e quelli noti per ricerche anteriori alle mie.

Qui mi limiterò a dare una tabella che contiene i valori ottenuti dai diversi autori del rapporto fra i due calori specifici.

Nome del gas	Temperatura	$\frac{c_p}{c_v}$	Nome dello sperimentatore	Nome del gas	Temperatura	$\frac{c_p}{c_v}$	Nome dello sperimentatore
Aria atmosf.	18°	1,4053	Röngten	Idrogeno		1,410	Cazin
,,	0	1,40526	Wüllner	,,		1,3852	Röngten
,,	100	1,40289	,,	,,		1,407	Doulong
,,		1,4106	Kayser	,,		1,401	Masson
,,		1,35	Clement et Desormes	,,		1,400	Regnault
,,		1,37	Gay Lussac et Walter	,,		1,410	Jamin e Richard
,,		1,424	Asmann	Azoto		1,41	Cazin
,,		1,4025	Weisbach	,,		1,401	Masson
,,		1,302	Kohlrausch	,,		1,41	Regnault
,,		1,3[illegible]5	Witte	Cloro	20°—340°	1,323	Strecker
,,		1,397	Amagat	,,	0°	1,366	Martini
,,		1,4038	Paque	Bromo	20—388	1,293	Strecker
,,		1,41	Jamin et Richard	Acido clorid	19 — 41	1,3980	Müller
Ossigeno		1,410	Cazin	,,	20°	1,389	Strecker
,,	16° — 20°	1,4025	Müller	,,	100	1,400	,,
,,		1,415	Doulong	,,		1,392	Massen
,,		1,401	Masson	,,		1,40	Regnault
		1,402	Regnault	Acido brom.	10°—38	1,3647	Müller
				,,	20	1,422	Strecker
				,,	100	1,440	,,

Nome del gas	Temperatura		Nome dello sperimentatore	Nome del gas	Temperatura		Nome dello sperimentatore
Acido iodidrico	20°	1,397	Strecker	Protos. d'azoto		1,268	Regnault
"	100	1,396	"	An. solforosa		1,262	Cazin
Ossido di carb.	0	1,40320	Wüllner	"	16—34	1,2562	Müller
"	100	1,39465	"	"		1,248	Masson
"		1,41	Cazin	"		1,256	Regnault
"		1,428	Doulong	Acido solfidr.	10—40	1,2759	Müller
"		1,409	Masson	"		1,258	Masson
Anidride carb.		1.291	Cazin	"		1,312	Regnault
"	19°	1,3052	Röngten	Ammoniaca	21—40	1.2622	Müller
"	20—25	1,292	De Lucchi	"	0	1,3172	Wüllner
"	9—34	1,2653	Müller	"	100	1,2770	"
"	0	1,31131	Wüllner	"		1,328	Cazin
"	100	1,28212	"	"		1,300	Masson
"		1,339	Doulong	Metano	11°—30	1,3160	Müller
"		1,274	Masson	"		1,315	Masson
"		1,268	Regnault	"		1,265	Regnault
"		1,299	Amagat	Etilene	22—38	1,2430	Müller
"		1,29	Jamin e Richard	"	0	1,24548	Wüllner
Protos. d'azoto	0°	1,3106	Wüllner	"	100	1,1870	"
"	100	1,27238	"	"		1,240	Doulong
"		1,267	Masson	"		1,257	Masson
"		1,285	Cazin	"		1,257	Cazin

Dal breve cenno storico che ho dato delle ricerche intraprese per lo studio del calore specifico dei corpi gazosi, è facile vedere che se molti si dedicarono alla determinazione del rapporto fra i due calori specifici, pochi a dir vero affrontarono il problema della diretta loro misura.

Le leggi che si credette di poter stabilire sono fondate sopra un numero troppo limitato di osservazioni per condurre a conclusioni generali, e di più i limiti entro cui furono estese le determinazioni sono troppo limitati. Egli è per cercare di riempire, in parte almeno, questa lacuna che mi sono indotto ad intraprendere delle misure sistematiche, usando di tutte le cure possibili e circondandomi di tutte quelle precauzioni che la delicatezza delle ricerche e l'importanza dell'argomento richiedono. In questo primo lavoro esporrò il metodo usato per determinare il calore specifico a pressione costante e le conclusioni a cui sono pervenuto riguardo all'influenza della densità per i diversi gas da me studiati.

Calore specifico dei gas a pressione costante.

PARTE PRIMA.

Descrizione del metodo di ricerca.

Per avere con qualche esattezza il calore specifico dei gas egli è prima di tutto necessario poter lavorare con quantità abbastanza grandi di gas, tanto più se questi devono essere portati a pressioni piuttosto elevate. Onde evitare quindi il grave inconveniente di dovere preparare quantità molto grandi di gas, ciò che coi mezzi limitati di cui ordinariamente va fornito un gabinetto di Fisica riesce incomodo, ho cercato di servirmi per parecchie volte di seguito della stessa quantità di gas. Ho pensato quindi di costruirmi un apparecchio a circolazione periodica, che soddisfa abbastanza bene a tutte le esigenze delle presenti ricerche. La figura 1 rappresenta schematicamente l'apparecchio nel

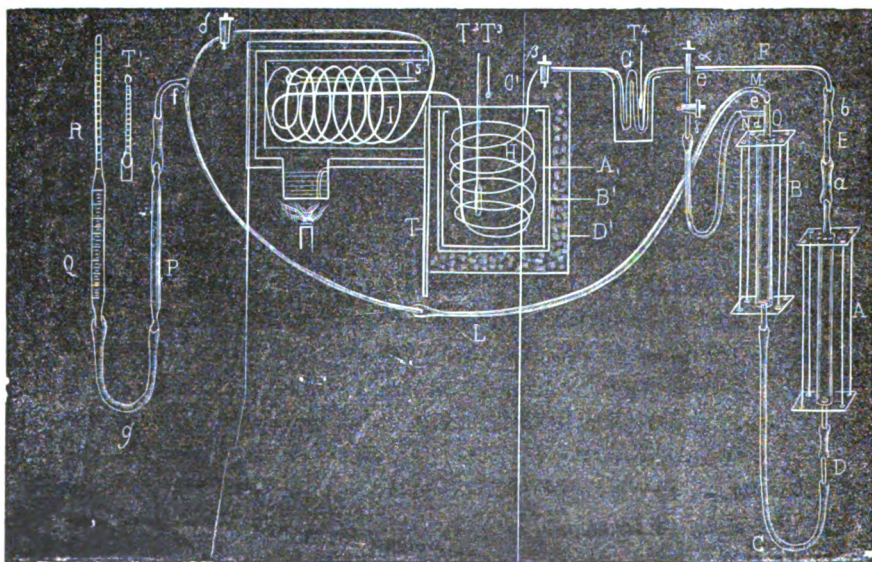



Fig. 1.

suo insieme. Esso consiste di due cilindri di ferro A e B aperti alle due estremità e riuniti inferiormente con un tubo di gomma C; questo tubo di gomma venne tagliato in D vicino all'estremità inferiore del cilindro A; i due labbri li congiunsi con l'intermezzo di un cannello di vetro. L'estremità superiore di A comunica mediante un tubo di gomma *a* con un cannello in vetro E il quale è unito ad un lungo tubo di rame F G H I L; l'unione fra E ed F è fatta mediante il tubo di gomma *b*. La estremità superiore del cilindro B invece è unita ad un pezzo foggiato a T consistente in due tubetti di rame *c* e *d* saldati fra di loro ad argento. Di questo pezzo una estremità O comunica col cilindro B, un'altra M comunica con L mediante un lungo tubo di gomma; e la terza estremità N comunica con un punto *c* della canna di rame F G pure mediante un lungo tubo di gomma. Il tubo di rame F G H I L è stato foggiato in due punti H ed I per una lunghezza di circa 2 metri a serpentino. Ciò posto immaginiamo di porre del mercurio nel cilindro A, e che il cilindro B sia sollevato in modo che la sua estremità inferiore si trovi al di sopra della estremità superiore del cilindro A ; in tali condizioni immaginiamo tolta la comunicazione fra *c* ed N; si capisce allora che se abbassiamo sufficientemente il cilindro B il mercurio dovrà passare da A a B scacciando il gas contenuto in questo ultimo; questo gas sarà costretto ad occupare il posto lasciato libero dal mercurio in A percorrendo la via M L I H G F E. Se dunque il serpentino I si trova in un ambiente a temperatura elevata ed il serpentino H in un vaso calorimetrico, il gas si riscalderà in I e cederà in H il calore acquistato. Siccome però la grandezza dei cilindri A e B deve essere piuttosto limitata, così si capisce che una sola operazione non sarà sufficiente per notare un aumento di temperatura abbastanza grande nel vaso calorimetrico. Sarà quindi necessario ripetere l'operazione. A tale scopo immaginiamo di chiudere la via FGHILM e di aprire la F *c* N; allora si capisce che se innalziamo il cilindro B al disopra di A il mercurio ripasserà da B in A ed il gas da A in B per la via EF *c* NB senza alterare le condizioni del vaso calorimetrico. Rimesse le cose nel loro stato primitivo, basterà allora ripetere questa serie di operazioni per far circolare attraverso i due serpentini una quantità di gas tanto grande quanto si vorrà, pure avendo a di-

sposizione una quantità limitata di gas. Questo è il principio su cui io costruii il mio apparecchio ridotto alla sua massima semplicità. Come ben si capisce però per giungere a questo risultato vi hanno molte difficoltà da vincere anche non tenendo conto della robustezza che si deve dare a tutto l'insieme onde avere un tutto capace di sopportare delle pressioni che parecchie volte sorpassarono le 40 atmosfere.

Il tubo di rame di cui feci uso ha un diametro interno di circa mm. 2,5 ed un diametro esterno di circa mm. 4. I tubi di gomma mi vennero forniti dalla casa Pirelli di Milano; essi contengono nel loro corpo *cinque* strati di tela che bastano per assicurare la loro resistenza, pur restando sufficientemente pieghevoli. Essi servono per un tempo abbastanza lungo e rare volte fui costretto a cambiarli nel corso delle esperienze, in causa di guasti sopravvenuti. Il loro diametro interno è di circa mm. 4 l'esterno di mm. 20. I due cilindri A e B sono due pezzi di canna di ferro; il diametro interno è di circa cm. 27, e lo spessore di circa mm. 3,5. B è lungo cm. 43 ed A cm. 50. Le loro estremità vennero esattamente spianate al tornio; due lastre di ferro quadrate; che portavano su una superficie una scanalatura corrispondente agli orli dei cilindri, vennero appoggiate alle due estremità di ciascun cilindro e quindi solidamente fra di loro collegate mediante quattro aste di ferro munite agli estremi di tamponi di ferro a vite. Le due lastre di ferro che formano i fondi di ciascun cilindro, portano nel loro mezzo un foro che funziona da madrevite ed entro il quale si può avvitare un pezzo di spranga di ferro forata e munita di rigonfiamenti che serve da presa ai tubi di gomma.

Onde garantire la tenuta fra i diversi pezzi metallici si posero delle guarnizioni di pelle. I due tubi di vetro D ed E servono da indici; volendo far circolare una determinata quantità di gas nell' apparecchio, e sempre la stessa, basta quindi alzare il cilindro B fino a che il mercurio si vede arrivare in E ad un segno fisso, e poscia abbassare B fino a che il mercurio appare in D ad un segno pure determinato. Il volume di gas che allora circola nell'apparecchio è precisamente uguale al volume compreso fra i due segni fatti sui due cannelli D ed E.

Per fare percorrere al gas l'una o l'altra delle due vie a

volontà ricorsi a rubinetti. Siccome però le chiavette di forma comune non potevano servire, così feci costruire dei rubinetti speciali simili a quelli usati dal Joule. Questi rubinetti, come lo indica la figura 2 sono formati da un pezzo di riga quadrata di ferro il cui lato è di circa mm. 20. Inferiormente vennero assottigliati formandovi un rigonfiamento D che serve per la congiunzione dei tubi di gomma; superiormente venne praticato un foro *d* del diametro di mm. 13 e foggiato internamente a madrevite. Questo foro ha una profondità di circa mm. 22. In seguito si ha un secondo foro *e* pure munito di un filetto di vite, che si prolunga per circa mm. 18 e va a terminare in un cono *f*. Il fondo di questo cono è attraversato da un forellino del diametro di circa mm. 4 che si prolunga fino in *a* all'estremità del rigonfiamento D. Un cilindretto d'acciaio *c* venne ad una sua estremità terminato con un

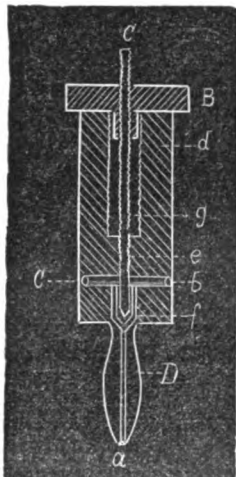



Fig. 2

cono uguale al cono *f*; il diametro di questo cilindro è perfettamente uguale al diametro del foro *e*; e su tutta la sua lunghezza venne intagliato un filetto di vite corrispondente alla madrevite *e*. B è un tampone di ottone che si avvita esternamente in *d* ed internamente è attraversato da un foro che si avvita su *e*. La lunghezza della porzione di questo tampone che si può avvitare in *d* è di mm. 9. Finalmente entro il foro *d* si è posto un cilindro di piombo *g* munito di foro che si adatta esattamente al cilindro d'acciaio *c*. Stringendo sufficientemente il tampone B il piombo si adatta alle incavature dei passi di vite praticati in *d* ed in *e* ed assicura una tenuta perfetta. Lateralmente in *b* si è praticato un foro che sarà o nò in comunicazione con *a* a seconda che il cono *f* sarà aperto o chiuso. Occorrendo anche un rubinetto a tre vie basta di fronte a *b* praticare un secondo foro *c* che potrà essere nello stesso tempo di *b* posto o no in comunicazione con *a*. Questi rubinetti, di una manovra molto semplice, danno ottimi risultati; la loro tenuta se costruiti bene, è perfetta anche se devono restare a lungo sotto pressione. Po-

nendo in luogo delle guarnizioni di piombo delle guarnizioni di cuoio, come faceva Joule, non mi riuscì di ottenere risultati soddisfacenti altro che per un tempo molto limitato. Di questi rubinetti nell'apparecchio ve ne sono quattro nelle posizioni α, β, γ, δ. Il rubinetto β è a due sole vie, mentre i tre α, γ e δ sono a tre vie. Il rubinetto α serve ad intercettare la comunicazione fra *c* ed N; il rubinetto β intercetta la via G H I L; δ serve ad introdurre il gas, e γ è un rubinetto di scarico.

Un'altra difficoltà non indifferente la trovai nel modo di congiunzione dei tubi di gomma colle diverse parti dell'apparecchio. Una semplice legatura con fili di ferro per quanto ben fatta si mostrò insufficiente, quantunque in ogni punto ove si doveva fare una simile congiunzione tanto le parti metalliche, quanto le parti in vetro fossero terminate da un rigonfiamento seguito da una strozzatura. Feci quindi costruire delle briglie della forma rappresentata dalla figura 3. Consistono queste briglie in una verga di ferro A che venne incurvata in modo che abbracciasse esattamente il tubo di gomma; alle due estremità la verga venne ripiegata ad angolo retto in modo che le due lunghezze *a b* ed *a c* erano fra loro esattamente uguali. Un pezzo di ferro *d* poteva scorrere entro le due braccia di questa briglia; una faccia del pezzo *d* era piana, mentre l'altra venne incavata secondo la superficie di un cilindro il cui raggio è uguale a quello del tubo. Una vite *e* passa attraverso un tampone *f* che viene ad appoggiare sui due tratti incurvati *b* e *c* della briglia. Avvitando *e* si capisce allora come il pezzo *d* verrà a stringere il tubo di gomma contro la briglia tanto quanto si vorrà, potendo così assicurare una tenuta perfetta.

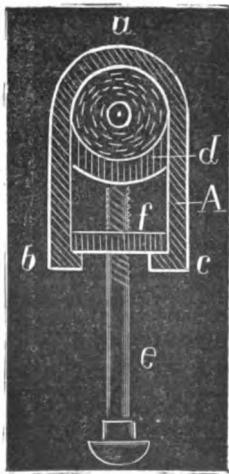



Fig. 3.

La pressione del gas contenuta nell'interno dell'apparecchio viene data ad ogni istante da un manometro ad aria compressa che sta unito all'apparecchio nel punto *f*. Questo manometro è costituito da due canne di vetro verticali P o Q R congiunte mediante il tubo di gomma *g*. La canna P serve da serbatoio;

mentre la canna Q R costituisce realmente il manometro. Questa canna consiste di due tubi Q ed R saldati insieme a fuoco; Q ha un diametro interno di mm. 9,2, uno spessore nelle pareti di mm. 3 ed una lunghezza di cm. 80; R invece ha un diametro di mm. 2, uno spessore di mm. 2 ed una lunghezza di cm. 90.

Queste due canne vennero divise su tutta la lunghezza e poscia le calibrai con tutta cura, quindi dedussi dalle curve di calibrazione i volumi corrispondenti ai singoli tratti del cannello. Questi volumi ridotti a 0° mi servirono per costruire una curva di cui le ascisse rappresentavano la lunghezza del cannello a partire dallo zero della graduazione, mentre le ordinate danno la capacità del tratto di canna compreso fra lo zero della graduazione ed il punto segnato nella corrispondente ascissa. Questa curva mi servì per dedurre ogni volta il volume a cui era ridotta l'aria in causa della pressione a cui era sottoposta. Una scala si trova anche fissata di fronte alla canna P dalla quale potevo dedurre la variazione di livello del mercurio; conoscendo pertanto la differenza di livello fra il mercurio che si trova nella canna Q e quello che si trova nella canna P, al momento in cui viene costruito il manometro, la pressione atmosferica nello stesso momento e la temperatura ambiente, si capisce come sarà possibile dedurre ogni volta da questi dati la pressione segnata dal manometro. Per calcolare tale pressione feci uso della formula

$$P = \frac{V}{1+\alpha t} \frac{H}{76} \frac{1+\alpha t_1}{v} + \frac{p+\delta_1-\delta_2}{76}$$

dove indicano

P la pressione,

α il coefficiente di dilatazione dell'aria,

V il volume dell'aria contenuta nel manometro allo stato iniziale,

H la pressione atmosferica al momento in cui l'aria occupa un volume V,

t la temperatura allo stesso momento,

v il volume a cui viene ridotta l'aria per la pressione,

t_1 la temperatura ambiente al momento dell'esperienza,

p la differenza di livello del mercurio nelle due braccia,

δ_1 e δ_2 finalmente le depressioni capillari in centimetri del mercurio rispettivamente nella canna barometrica Q R e nel serbatoio P.

La temperatura t_1 viene data da un termometro Geisler diviso in $^1/_5$ e posto fra le due canne di vetro che costituiscono il manometro. Questo termometro dà anche la temperatura dell'ambiente. Alla pressione calcolata con questa formula venne in seguito applicata la correzione che gli è dovuta secondo le determinazioni di Amagat per il fatto che l'aria si allontana un poco nel suo comportamento dalla legge di Mariotte.

Il gas come ho già accennato, si deve riscaldare passando attraverso il serpentino I. A tale scopo esso si trova entro una caldaia a vapore, che dopo parecchi tentativi disposi orizzontalmente, per diminuire, per quanto è possibile la distanza fra i due serpentini. Questa caldaia, tutta in lamina d'ottone con saldature ad argento è rappresentata nella figura 4 nella quale stanno anche segnate le dimensioni. Consiste essa in un cilindro C munito dei suoi due fondi; nel fondo superiore vi è praticato un foro al quale si adatta con saldatura un cilindro interno A chiuso inferiormente ed aperto superiormente; questi due cilindri sono fra loro separati da un terzo cilindro che arriva fin presso il coperchio superiore del cilindro esterno, distando da esso di un paio di millimetri. Questo cilindro intermedio è munito inferiormente di un fondo. Una piccola caldaia circolare E passa attraverso un foro praticato nella superficie laterale del cilindro C e viene a terminare ad un foro uguale praticato sulla superficie laterale del cilindro B. Due tubetti *d* ed *e*

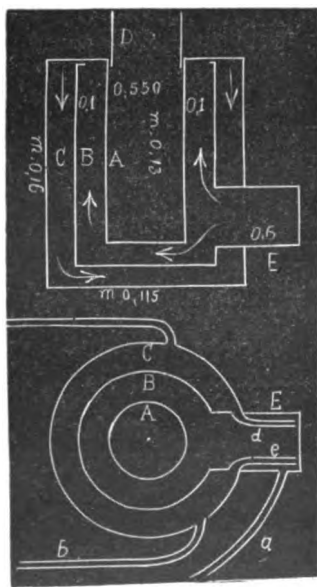



Fig. 4.

pongono in comunicazione lo spazio compreso fra i cilindri C e B col fondo della caldaia E. Di più un tubo *a* fa comunicare la caldaia coll'esterno e due altri tubi *b* e *c* fanno comunicare coll'esterno lo spazio compreso fra i cilindri B e C. Il tubo *a* serve ad introdurre il liquido nella caldaia, dopo di chè viene otturato mediante un tappo. Se allora con una fiamma si porta all'ebollizione il liquido contenuto nella caldaia, i vapori che si sviluppano saranno costretti, come viene indicato dalle freccie, a circolare dapprima fra i due cilindri A e B e quindi a passare fra i cilindri B e C. Qui giunti uscirebbero all'esterno per i tubi *b* e *c*; a questi tubi però applicai due lunghe canne di vetro che funzionavano da condensatori; per cui il liquido che deriva dalla condensazione si raccoglie nel cilindro esterno dal quale ripassa nella caldaia per mezzo dei tubi *d* ed *e*. La caldaia era separata dal vaso calorimetrico da una grossa tavola di legno rappresentata in T nella fig. 1. Per diminuire allora la porzione di tubo di rame compreso fra i due serpentini e che stà fra la caldaia ed il calorimetro, ed evitare quindi per quanto è possibile un raffreddamento del gas prima di entrare nel calorimetro, adattai al cilindro A un manicotto D aperto alle due estremità che sporgeva dalla caldaia ed attraversava la tavola arrivando fino sopra l'acqua del calorimetro. Un tappo di sughero chiudeva l'estremità esterna di questo cilindro lasciando passare le due estremità del serpentino. Con questa disposizione giunsi a pormi in condizioni tali che il tratto di tubo di rame compreso fra la caldaia e la superficie libera dell'acqua del calorimetro era minore di un centimetro. Va da se che tutto il serpentino I era immerso nel cilindro A, mentre che nel manicotto D si trovava solo porzione del tratto rettilineo del tubo che costituisce l'estremità del serpentino. Un termometro Geisler diviso in quinti il cui bulbo si trova nel centro del cilindro A dava la temperatura alla quale veniva così portato il gas contro il serpentino. Questa temperatura si manteneva costante ed era un poco inferiore a quella che corrisponde all'ebollizione del liquido nella caldaia, fintanto che il gas era fermo; esso però si abbassava di qualche poco appena che si faceva circolare il gas. In ogni caso però l'abbassamento fu molto piccolo, per cui ritenni come tempera-

tura a cui veniva portato il gas la media fra le due temperature iniziale e finale.

Il calorimetro era costituito da un vaso di sottile lamina di rame A_1 (fig. 1) della capacità di circa due litri; esso era posto entro un secondo vaso B_1 e si appoggiava su tre punte smussate; l'intervallo fra i due vasi è di circa mm. 8. B_1 è posto entro un terzo vaso ed appoggia su un treppiede in legno. Il recipiente esterno D_1 è riempito da ovatta.

Un coperchio C_1 chiude il vaso B_1 ed al disopra di esso disposi uno strato di ovatta. Dei fori praticati in posizione conveniente nel coperchio C_1 lasciano passare le due estremità del serpentino H, l'asta di un agitatore ed un termometro. Quest'ultimo è un termometro calorimetrico del Baudin diviso in cinquantesimi; la lettura fatta a distanza con un ottimo cannocchiale permette di leggere con sicurezza il cinquecentesimo di grado e con molta approssimazione il millesimo. Un secondo termometro diviso in decimi pure del Baudin, serve a determinare la temperatura della colonna sporgente del termometro calorimetrico. L'agitatore venne dotato di moto uniforme mediante la caduta di un grave dall'altezza di circa cinque metri con l'intermezzo di una serie di ingranaggi come in un orologio a peso. Al sistema venne applicato un volante per rendere il moto uniforme; la velocità si mantiene sempre la stessa ogniqualvolta si mantenga lo stesso carico e rimanga inalterato il volante. La fune che servì a questo motore è disposta in modo che la carica può essere eseguita stando nel punto dove si trova il cannocchiale che serve alla lettura del termometro calorimetrico. D'altra parte il volante ha un momento di inerzia tale che non solo il motore segue il suo movimento anche durante la carica, ma per di più la velocità non è sensibilmente alterata.

Onde assicurarmi che il gas all'uscita del calorimetro aveva realmente ceduto tutto il calore acquistato nella caldaia, feci costruire un doppio manicotto metallico chiuso alle due estremità da due lastre di ferro. Il gas poteva circolare nello spazio compreso fra i due cilindri che costituiscono il doppio manicotto, mentre un termometro posto entro il cilindro interno dava la temperatura del gas. Questo manicotto lo saldai subito dopo il serpentino immerso nel vaso calorimetrico; siccome però esso di frequente pre-

sentava delle perdite in causa delle guarnizioni di pelle che non potevano essere compresse abbastanza uniformemente, così pensai in seguito di introdurre dopo il serpentino H un nuovo serpentino G di dimensioni minori, che tenni immerso in un tubo da saggio contenente una piccola quantità di acqua. Un termometro segnava la temperatura di quest'acqua. In realtà non mi fu mai possibile osservare un aumento di temperatura nel termometro nè col primo processo, nè con questo secondo allorquando il gas circolava nell'apparecchio; ciò che rende sicuri che il gas cedeva realmente tutto il calore al calorimetro, ed usciva da esso alla temperatura ambiente. La quantità di acqua distillata contenuta entro il calorimetro la manteneva sempre la stessa; essa era di gr. 2140.

Per dedurre la quantità di calore ceduto dal gas al calorimetro sarebbe stato necessario conoscere il suo equivalente in acqua deducendolo dal peso dell'acqua e delle altre parti del calorimetro come anche dai rispettivi calori specifici; ciò nelle mie condizioni è difficilissimo per tutte le cause perturbatrici che si presentano e per le difficoltà materiali che si incontrerebbero nel limitare le singole parti che sono immerse nel calorimetro. Questa determinazione che in generale riesce incerta, sarebbe stata impossibile nel mio caso. Onde raggiungere pertanto lo stesso scopo, essendo tutte le cose disposte per eseguire un'esperienza e quindi trovandosi la caldaia portata alla voluta temperatura, dopo avere seguito l'andamento del termometro calorimetrico di minuto in minuto per dieci minuti, versai una quantità determinata di acqua a temperatura nota nel calorimetro e quindi osservai la variazione che ne derivava nella temperatura del vaso calorimetrico calcolando tale variazione nel modo che vedremo in seguito. Dalle tavole date da Bartoli e Stracciati [1]) dedussi le quantità di calore che l'acqua versata nel calorimetro aveva ceduto oppure sottratto a seconda che era più calda o più fredda; avevo così tutti gli elementi necessari per dedurre quante calorie è necessario comunicare al calorimetro onde aumentare la sua temperatura di un grado. Di queste determinazioni ne eseguii moltissime a più riprese cercando ogni volta di pormi in condi-

1) Bartoli e Stracciati *N. Cim.* (3) 34, 64, 1893.

zioni tali che le variazioni che avevano luogo nella temperatura del calorimetro fossero paragonabili a quelle osservate allorquando circolava il gas nell'apparecchio. Tutte queste determinazioni si mostrarono fra loro concordanti, per cui feci una media; mi risultò così che per aumentare di un grado la temperatura del calorimetro entro i limiti di temperatura fra i quali eseguii le mie determinazioni è necessario comunicare al calorimetro 2237,5 piccole calorie. Questo numero è quello che in seguito chiamerò costante del calorimetro e rappresenterò con K. Esso contiene evidentemente tutte le correzioni che si dovrebbero introdurre nei calcoli pel calore che viene comunicato al calorimetro dalla caldaia, o sviluppato per il movimento dell'agitatore, oppure per il calore sottratto dalla dispersione dovuta ad irradiazione o conducibilità ecc. È quasi inutile che faccia notare che tanto il termometro quanto il serpentino erano sempre immersi fino allo stesso punto nell'acqua. Così pure onde evitare quella perdita di acqua che si sarebbe avuta se l'asta dell'agitatore uscendo dal calorimetro fosse stata circondata dall'ovatta e fosse venuta con esso a contatto, applicai al coperchio C_1 nel foro destinato per l'asta dell'agitatore un tubo di vetro entro cui quest'asta si moveva evitando così una esportazione d'acqua dal calorimetro.

Tutte le temperature da me osservate e corrette, oltrechè per gli errori inerenti al termometro, anche per quelle dovute alla colonna sporgente, vennero ridotte al termometro ad idrogeno facendo uso della formula che viene data dal Guillaume [1]).

Per determinare la capacità del cilindro A (vedi fig. 1) sostituii al cannello di vetro D un rubinetto a due vie come quelli già descritti colla sola differenza che la guarnizione invece che in piombo è in cuoio. Dopo avere compresso nell'apparecchio dell'aria alla pressione alla quale volevo misurare la capacità, alzavo od abbassavo il cilindro B fino a che il mercurio arrivava in un punto determinato dal cannello E. Chiudevo allora il rubinetto posto in D e quindi toglievo la pressione. Dopo avere staccato il tubo di gomma dal rubinetto posto in D, raccoglievo il mercurio che si trovava in A aprendo il rubinetto. Dal peso di questo mercurio, tenendo conto del coefficiente di compressi-

1) Guillaume. *Traité pratique de la thermometire de précision*. Paris 1889.

bilità del mercurio e della temperatura, ne deducevo la capacità del cilindro A fra il punto segnato sul tubo E ed il cannello D. Questa operazione eseguita a diverse pressioni, mi costruii una curva nella quale le ascisse rappresentavano le pressioni, o le ordinate le capacità corrispondenti del cilindro A. Da questa curva dedussi in seguito la capacità di A ad una qualunque pressione. Nella seguente tabellina ho raccolto le capacità del cilindro in cm^3 alla temperatura di 0° di cinque in cinque atmosfere dedotte dalla curva:

Pressione	Volume	Pressione	Volume	Pressione	Volume
1	cm^3 246, 85	20	cm^3 255, 60	40	cc^3 258, 50
5	251, 40	25	256, 21	45	259, 20
10	253, 65	30	257, 00		
15	254, 90	36	257, 78		

Il gas lo introdussi nell'apparecchio facendo uso di una pompa a compressione del Natterer [1]). Una volta raggiunta la pressione voluta chiudo il rubinetto δ e quindi lascio in riposo tutto l'apparecchio per qualche ora affinchè si ristabilisca l'equilibrio nella temperatura alterata dalla compressione, ed anche perchè tutte le parti dell'apparecchio, e specialmente i tubi di gomma, raggiungano lo stato di equilibrio dovuto alla pressione che sopportano. Volendo poi diminuire la pressione basta aprire il rubinetto di scarico γ e lasciar uscire tanto gas quanto basta per ridursi alla nuova pressione a cui si vuol eseguire la determinazione. In questo modo si possono raggiungere delle alte pressioni pur facendo uso di quantità limitate di gas, e di più le ricerche eseguite alle varie pressioni sono fatte *sempre sullo stesso gas* e quindi fra loro perfettamente paragonabili. Ciò è

1) Questa pompa appartiene all'Istituto Chimico; prendo qui occasione per rendere vive grazie al Prof. Nasini che volle porla a mia disposizione nel corso di queste lunghe ricerche.

indispensabile per quei gas specialmente che in causa delle difficoltà di preparazione, riesce difficile averli allo stato di assoluta purezza. Per alzare od abbassare il cilindro B lo fissai su di una tavola alla quale sta attaccata una fune che si avvolge attorno a due carrucole poste l'una in seguito all'altra in modo da ridurla nuovamente verticale. Questa fune è fissata colla sua seconda estremità ad un verricello munito di arresto posto a portata della mano di chi sta al cannocchiale a leggere il termometro calorimetrico. Egli è quindi facile l'eseguire questa manovra senza perdere di vista il termometro, ciò che è della massima importanza dovendo precisamente manovrare il verricello nel momento in cui vi ha maggiore interesse a seguire l'andamento di tale termometro.

Tale è l'apparecchio che mi ha servito nella prima serie di osservazioni.

Nella seconda parte di questo lavoro esporrò i risultati a cui sono venuto.

Dall' Istituto fisico di Padova, maggio 1894.

SOPRA GLI INTEGRALI DELLE EQUAZIONI DELLA ISOTROPIA ELASTICA

di CARLO SOMIGLIANA.

Le equazioni d'equilibrio elastico pei corpi isotropi sono, come è ben noto,

$$
\begin{aligned}
& a^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} + b^2 \left(\frac{\partial q}{\partial z} - \frac{\partial r}{\partial y}\right) + k\,X = 0 \\
1) \qquad & a^2 \frac{\partial \theta}{\partial y} + b^2 \left(\frac{\partial r}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial z}\right) + k\,Y = 0 \\
& a^2 \frac{\partial \theta}{\partial z} + b^2 \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial q}{\partial x}\right) + k\,Z = 0
\end{aligned}
$$

dove θ rappresenta la dilatazione cubica, p, q, r le componenti della rotazione elementare, moltiplicate per 2, X, Y, Z le componenti unitarie della forza di massa, a, b le velocità di propagazione delle onde longitudinali e trasversali, k la densità. Indicando poi con u, v, w le componenti di spostamento del punto (x, y, z), si ha

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$p = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \qquad q = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \qquad r = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

Facciasi ora la sostituzione

$$u = b^2 \frac{\partial \Theta}{\partial x} + a^2 \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y}\right)$$

$$2) \qquad v = b^2 \frac{\partial \Theta}{\partial y} + a^2 \left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z}\right)$$

$$w = b^2 \frac{\partial \Theta}{\partial z} + a^2 \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right)$$

dove Θ, P, Q. R sono espressioni formate con tre nuove funzioni ϕ, ψ, χ colla stessa legge, con cui θ, p, q, r sono formate con u, v, w. Si trova subito

$$\theta = b^2 \Delta_2 \Theta$$

$$3) \qquad p = a^2 \Delta_2 P \qquad q = a^2 \Delta_2 Q \qquad r = a^2 \Delta_2 R$$

e inoltre ricordando, le identità:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} = \Delta_2 \varphi$$

$$4) \qquad \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} = \Delta_2 \psi$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = \Delta_2 \chi$$

le equazioni (1) si trasformano nelle seguenti, relative alle funzioni φ, ψ, χ.

$$a^2 b^2 \Delta_2 \Delta_2 \varphi + k X = 0$$

$$5) \qquad a^2 b^2 \Delta_2 \Delta_2 \psi + k Y = 0$$

$$a^2 b^2 \Delta_2 \Delta_2 \chi + k Z = 0.$$

Questa nuova terna di funzioni incognite, che si può sostituire alla primitiva u, v, w, ha una importanza assai notevole nella formazione degli integrali delle equazioni (1). Difatti, essendo le equazioni (5) indipendenti l'una dall'altra, è assai più facile il determinarne degli integrali particolari, che non considerando le (1), che costituiscono un sistema simultaneo. Inoltre nei problemi d'equilibrio, finora studiati, le φ, ψ, χ hanno generalmente una forma semplicissima, mentre assai più complicata, come appare anche dalle (2), è quella delle corrispondenti funzioni u, v, w.

Per queste ragioni è interessante lo studiare le proprietà principali di questa terna di funzioni, che chiamerò *funzioni generatrici*, dei corrispondenti integrali u, v, w dati dalle (2), e prima di tutto trovarne delle espressioni generali, per modo di poter rigorosamente dimostrare che le (2) (5) danno la rappresentazione generale di questi integrali.

Le espressioni che io trovo per φ, ψ, χ appartengono alla stessa categoria di quelle date da Betti per le componenti di rotazione e per la dilatazione cubica, e di altre che si hanno per u, v, w e di cui quelle di Betti possono considerarsi come

conseguenza; cioè sono formole integrali, analoghe a quella classica che si deduce dal lemma di Green, ed hanno nel problema della integrazione lo stesso ufficio, che quella formola ha rispetto al problema di Dirichlet.

Partendo dalle formole sovraccennate di rappresentazione per u, v, w, non è difficile risalire a quelle corrispondenti per la terna φ, ψ, χ ed io seguirò appunto questa via; però riprenderò anche la deduzione delle prime, onde aderire ad un desiderio della direzione di questo periodico, ed anche per metterne in maggior luce la struttura e l'origine analitica.

La terna generatrice ha un significato meccanico assai semplice. Difatti le equazioni (2) possono essere identificate alle (1), quando si facciano gli scambi indicati nella seguente tabella:

$$\begin{array}{cccccccc} \varphi, & \psi, & \chi, & u, & v, & w, & b^2, & a^2 \\ u, & v, & w, & -X, & -Y, & -Z, & \dfrac{a^2}{k}, & \dfrac{b^2}{k}. \end{array}$$

Ne viene quindi che il vettore di componenti φ, ψ, χ rappresenta una deformazione che avverrebbe in un corpo di forma e densità uguale al dato, quando le componenti delle forze di massa fossero le componenti di spostamento mutate di segno, della prima deformazione, definita dalle (1), e le costanti elastiche fossero scambiate e divise per la densità.

Questa deformazione speciale non risulta da tali condizioni determinata completamente, poichè non vi sono per essa condizioni al contorno. Ciò del resto è naturale, poichè le φ, ψ, χ non sono soggette ad altra condizione che di soddisfare alle (2), e perciò ad una terna qualunque di tali funzioni possiamo sempre aggiungerne rispettivamente un'altra, formata con tre funzioni che siano integrali delle (2), quando i primi membri si suppongono nulli.

In fine di questo lavoro dimostrerò come la considerazione della terna generatrice porti a trovare, con metodo uniforme e naturale, gli integrali che hanno servito a risolvere il problema della deformazione di un solido limitato da un piano o da una sfera, e come riduca questo problema sostanzialmente a quello di Dirichlet.

Ricorderò anche, per le applicazioni successive, le equazioni che devono essere soddisfatte alla superficie del corpo che si deforma; esse sono

$$L + 2b^2 \frac{\partial u}{\partial n} + (a^2 - 2b^2)\,\theta \frac{\partial x}{\partial n} + b^2\left(r \frac{\partial y}{\partial n} - q \frac{\partial z}{\partial n}\right) = 0$$

$$1') \quad M + 2b^2 \frac{\partial v}{\partial n} + (a^2 - 2b^2)\,\theta \frac{\partial y}{\partial n} + b^2\left(p \frac{\partial z}{\partial n} - r \frac{\partial x}{\partial n}\right) = 0$$

$$N + 2b^2 \frac{\partial w}{\partial n} + (a^2 - 2b^2)\,\theta \frac{\partial z}{\partial n} + b^2\left(q \frac{\partial x}{\partial n} - p \frac{\partial y}{\partial n}\right) = 0$$

ove L, M, N sono le componenti unitarie della pressione superficiale applicata al corpo, ed n indica la normale alla superficie diretta verso l'interno.

§ 1.

Non sarà inopportuno richiamare anzitutto, come la sostituzione (2) abbia origine dai procedimenti generali, già indicati da Cauchy, per la formazione degli integrali dei sistemi di equazioni a derivate parziali ed a coefficienti costanti.

Se noi introduciamo i simboli di operazione

$$\Delta_a = (a^2 - b^2)\,D_x^2 + b^2\,\Delta_2 \qquad \Delta_\alpha = (a^2 - b^2)\,D_y\,D_z$$

$$\Delta_b = (a^2 - b^2)\,D_y^2 + b^2\,\Delta_2 \qquad \Delta_\beta = (a^2 - b^2)\,D_z\,D_x$$

$$\Delta_c = (a^2 - b^2)\,D_z^2 + b^2\,\Delta_2 \qquad \Delta_\gamma = (a^2 - b^2)\,D_x\,D_y,$$

le equazioni (1) si possono scrivere

$$1_a) \quad \begin{aligned} \Delta_a\,u + \Delta_\gamma\,v + \Delta_\beta\,w + k\,X &= 0 \\ \Delta_\gamma\,u + \Delta_b\,v + \Delta_\alpha\,w + k\,Y &= 0 \\ \Delta_\beta\,u + \Delta_\alpha\,v + \Delta_c\,w + k\,Z &= 0 \end{aligned}$$

Se poi si forma l' espressione simbolica

$$\Delta\,(D_x\,,\,D_y\,,\,D_z) = \begin{vmatrix} \Delta_a & \Delta_\gamma & \Delta_\beta \\ \Delta_\gamma & \Delta_b & \Delta_\alpha \\ \Delta_\beta & \Delta_\alpha & \Delta_c \end{vmatrix}$$

si trova sviluppando, colle regole solite, il determinante del secondo membro

$$\Delta\,(D_x\,,\,D_y\,,\,D_z) = a^2\,b^4\,\Delta_2^{\,3}$$

ed indicando con $\nabla_a\,,\ \nabla_\alpha\,,\,\ldots$ i sotto determinanti aggiunti dei termini $\Delta_a\,,\ \Delta_\alpha\,,\,\ldots$ nello stesso determinante, si trova

$$\nabla_a = -\,[(a^2-b^2)\,D_x^2-a^2\,\Delta^2]\,b^2\,\Delta_2 \qquad \nabla_\alpha = -\,b^2\,(a^2-b^2)\,D_y\,D_z\,\Delta_2$$

$$\nabla_b = -\,[(a^2-b^2)\,D_y^2-a^2\,\Delta_2]\,b^2\,\Delta_2 \qquad \nabla_\beta = -\,b^2\,(a^2-b^2)\,D_z\,D_x\,\Delta_2$$

$$\nabla_c = -\,[(a^2-b^2)\,D_z^2-a^2\,\Delta_2]\,b^2\,\Delta_2 \qquad \nabla_\gamma = -\,b^2\,(a^2-b^2)\,D_x\,D_y\,\Delta_2$$

Perciò se facciamo la sostituzione

$$\begin{aligned} u &= \nabla_a\,\Phi + \nabla_\gamma\,\Psi + \nabla_\beta\,\chi \\ v &= \nabla_\gamma\,\Phi + \nabla_b\,\Psi + \nabla_\alpha\,\chi \\ w &= \nabla_\beta\,\Phi + \nabla_\alpha\,\Psi + \nabla_c\,\chi \end{aligned} \tag{2$_a$}$$

ove Φ, Ψ, X sono tre nuove funzioni, le (1_a) divengono

$$a^2\,b^4\,\Delta_2^{\,3}\,\Phi + k\,X = 0$$

$$a^2\,b^4\,\Delta_2^{\,3}\,\Psi + k\,Y = 0$$

$$a^2\,b^4\,\Delta_2^{\,3}\,X + k\,Z = 0$$

e si riducono quindi a tre equazioni a derivate parziali di 6° ordine, ciascuna delle quali dipende da una sola delle funzioni incognite.

A queste equazioni possiamo però facilmente sostituirne altre di 4° ordine soltanto. Difatti se poniamo

$$b^2 \Delta_2 \Phi = \varphi \qquad b^2 \Delta_2 \Psi = \psi \qquad b^2 \Delta_2 X = \chi$$

le equazioni precedenti si riducono precisamente alle (5), e noi possiamo effettivamente limitarci a considerare queste tre nuove funzioni φ, ψ, χ osservando che anche le (2_a) dipendono unicamente dalle tre funzioni $b^2 \Delta_2 \Phi$, $b^2 \Delta_2 \Psi$, $b^2 \Delta_2 X$. Introducendo allora nelle (2_a) le funzioni φ, ψ, χ, esse divengono

$$\begin{aligned} u &= (b^2-a^2)\, D_x (D_x \varphi + D_y \psi + D_z \chi) + a^2 \Delta_2 \varphi \\ v &= (b^2-a^2)\, D_y (D_x \varphi + D_y \psi + D_z \chi) + a^2 \Delta_2 \psi \\ w &= (b^2-a^2)\, D_z (D_x \varphi + D_y \psi + D_z \chi) + a^2 \Delta_2 \chi \end{aligned} \tag{2_b}$$

e queste formole non sono che le (2), scritte sotto una forma un po' diversa e si riducono esattamente alla primitiva, quando si ponga

$$\Theta = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial z}$$

$$P = \frac{\partial \chi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \qquad Q = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \chi}{\partial x} \qquad R = \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

e si tenga conto delle identità (4). In alcuni casi anzi ci tornerà utile di considerare le (2) sotto la forma precedente (2_b).

Con ciò si vede come la sostituzione (2) sia un caso particolare di una classe assai più generale di sostituzioni.

§ 2.

Le equazioni (5), quando $X = 0$ $Y = 0$ $Z = 0$ si riducono ad una stessa equazione

$$\Delta_2 \Delta_2 \omega = 0$$

la quale ammette un integrale caratteristico $\omega = r$, (ove r è la distanza da un punto fisso dello spazio) il quale ha per essa lo

stesso ufficio che l'integrale $\frac{1}{r}$ ha per l'equazione di Laplace. Perciò noi potremo in questo caso soddisfare le (5) ponendo successivamente

$$\varphi = r \qquad \psi = 0 \qquad \chi = 0$$
$$\varphi = 0 \qquad \psi = r \qquad \chi = 0$$
$$\varphi = 0 \qquad \psi = 0 \qquad \chi = r$$

Noi indicheremo con gli indici 1, 2, 3 rispettivamente i sistemi di spostamenti, e le relative dilatazioni, rotazioni, ecc. che corrispondono a questi tre casi. Inoltre porremo

$$r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}$$

e prenderemo come variabili indipendenti le ξ, η, ζ.

Cominciando a considerare il primo caso, troviamo

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + \frac{\partial \chi}{\partial \zeta} = \frac{\partial r}{\partial \xi} \qquad \Delta_2 \varphi = \frac{2}{r} \qquad \Delta_2 \varphi = \Delta_2 \chi = 0$$

e le (2_b) ci danno quindi

$$u_1 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} + \frac{2a^2}{r}$$

6) $$v_1 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta}$$

$$w_1 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \zeta}$$

da cui si ricava

$$\theta_1 = 2b^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi}$$

$$p_1 = 0 \qquad q_1 = 2a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \zeta} \qquad r_1 = -2a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta}$$

e quindi

$$r_1 \frac{\partial \eta}{\partial n} - q_1 \frac{\partial \zeta}{\partial n} = -2a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} + 2a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial n}$$

$$p_1 \frac{\partial \zeta}{\partial n} - r_1 \frac{\partial \xi}{\partial n} = 2a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial n}$$

$$q_1 \frac{\partial \xi}{\partial n} - p_1 \frac{\partial \eta}{\partial n} = 2a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \zeta} \frac{\partial \xi}{\partial n}$$

Queste espressioni, sostituite nelle (1'), ci danno quelle delle componenti L_1, M_1, N_1 della pressione che converrebbe applicare sulla superficie del corpo per mantenere l'equilibrio quando avvenisse la deformazione (6). Si trova così

$$L_1 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial n} \right\} - 2a^2 b^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n}$$

$$M_1 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \eta}{\partial n} \right\}$$
$$+ 2a^2 b^2 \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \eta}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial n} \right)$$

$$N_1 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \zeta} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \zeta}{\partial n} \right\}$$
$$+ 2a^2 b^2 \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \zeta}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \zeta} \frac{\partial \xi}{\partial n} \right)$$

Quando la superficie s, sulla quale valgono queste relazioni, è una sfera col centro nel punto $r = 0$, e la normale n coincide colla direzione positiva del raggio, le espressioni precedenti si semplificano notevolmente introducendo un sistema di coordinate polari r, θ, φ coll'asse diretto secondo l'asse delle ξ. Chiamando L_1', M_1', N_1' i valori che assumono allora L_1, M_1, N_1 si trova

$$L_1' = 6\,b^2\,(a^2 - b^2)\,\frac{\cos^2\theta}{r^2} + \frac{2b^4}{r^2}$$

$$7) \qquad M_1' = 6\,b^2\,(a^2 - b^2)\,\frac{\operatorname{sen}\theta\,\cos\theta\,\cos\phi}{r^2}$$

$$N_1' = 6\,b^2\,(a^2 - b^2)\,\frac{\operatorname{sen}\theta\,\cos\theta\,\operatorname{sen}\phi}{r^2}$$

Stabilite queste formole, supponiamo che il punto $r = 0$ sia interno al corpo S, ed applichiamo il teorema di reciprocità di Betti ai due sistemi:

u	v	w	u_1	v_1	w_1
X	Y	Z	0	0	0
L	M	N	L_1	M_1	N_1

Dovremo naturalmente escludere il punto $r = 0$ dallo spazio S; ciò faremo mediante una sfera Ω, la cui superficie indicheremo con ω. Troviamo in tal modo

$$\Sigma\, k \int_{S-\Omega} X\, u_1\, dS + \Sigma \int_s (L u_1 - L_1 u)\, ds = \Sigma \int_\omega L_1'\, u\, d\omega$$

ove s indica il contorno dello spazio S, e le somme indicate devono estendersi ai termini analoghi a quelli scritti e relativi agli altri due assi η e ζ. Ora gli integrali di volume del primo membro sono propri e si può perciò supporre evanescente il raggio della sfera Ω; quindi si ha

$$\Sigma\, k \int_S X\, u_1\, dS + \Sigma \int_s L\, u_1\, ds = \lim \Sigma \int_\omega L_1' u\, d\omega$$

$$= \lim \Sigma \left\{ \int_\omega L_1' (u - u_0)\, d\omega + u_0 \int_\omega L_1'\, d\omega \right\}$$

ove u_0 rappresenta il valore di u nel punto $r = 0$, ossia $u(x, y, z)$.
Ma dalle (7) si ricava

$$\int_\omega L_1' \, d\omega = 8\pi a^2 b^2 \qquad \int_\omega M_1' \, d\omega = 0 \qquad \int_\omega N_1' \, d\omega = 0$$

e quindi, ammettendo la continuità delle funzioni u, v, w nel punto $(x\, y\, z)$, il limite cercato è:

$$8\pi a^2 b^2 u(x, y, z)$$

Considerazioni perfettamente analoghe si possono fare mediante gli altri sistemi di spostamenti ausiliari u_2, v_2, w_2 e u_3, v_3, w_3; si hanno così le formole seguenti per rappresentare le componenti u, v, w dello spostamento di un punto interno qualsiasi (x, y, z) del corpo:

$$8\pi a^2 b^2 u = \Sigma k \int X\, u_1 \, dS + \Sigma \int (L u_1 - L_1 u) \, ds$$

$$8) \qquad 8\pi a^2 b^2 v = \Sigma k \int X\, u_2 \, aS + \Sigma \int (L u_2 - L_2 u) \, ds$$

$$8\pi a^2 b^2 w = \Sigma k \int X\, u_3 \, dS + \Sigma \int (L u_3 - L_3 u) \, ds$$

nelle quali si ha

$$u_2 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \eta \partial \xi} \qquad u_3 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \zeta \partial \xi}$$

$$v_2 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \eta^2} + \frac{2a^2}{r} \qquad v_3 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \zeta \partial \eta}$$

$$w_2 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \eta \partial \zeta} \qquad w_3 = (b^2 - a^2) \frac{\partial^2 r}{\partial \zeta^2} + \frac{2a^2}{r}$$

e inoltre, come si trova facilmente con permutazioni circolari,

$$L_2 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial n} \right\}$$

$$+ 2a^2 b^2 \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \eta}{\partial n} \right)$$

$$M_2 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial n} \right\} - 2a^2 b^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n}$$

$$N_2 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \eta \partial \zeta} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} \frac{\partial \zeta}{\partial n} \right\}$$

$$+ 2a^2 b^2 \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} \frac{\partial \zeta}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \zeta} \frac{\partial \eta}{\partial n} \right)$$

similmente

$$L_3 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \zeta} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \zeta} \frac{\partial \xi}{\partial n} \right\}$$

$$+ 2a^2 b^2 \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \zeta} \frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \zeta}{\partial n} \right)$$

$$M_3 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \eta \partial \zeta} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \zeta} \frac{\partial \eta}{\partial n} \right\}$$

$$+ 2a^2 b^2 \left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \eta}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial n} \right)$$

$$N_3 = 2b^2 (a^2 - b^2) \left\{ \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial^2 r}{\partial \zeta^2} - 2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \xi} \frac{\partial \zeta}{\partial n} \right\} - 2a^2 b^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n}.$$

(Continua

FISICA TERRESTRE

Osservazioni sismiche, per G. VICENTINI.

Il prof. Vicentini ha comunicato nelle sedute 16 Marzo e 18 Aprile dell'Acc. dei Fisiocritici, il risultato di osservazioni fatte nell'Istituto di Fisica di Siena con un apparecchio destinato allo studio dei movimenti microsismici. Le osservazioni sono fatte con un apparecchio costituito da un pendolo con massa di 50 k. e della lunghezza di 1,50 m., posto in comunicazione con leve amplificatrici, che possono servire alla registrazione dei movimenti del suolo, coll'ingrandimento di 70 volte. Tali leve frenano in certo modo e assai lievemente la massa pendolare, la quale rimane stazionaria, per le vibrazioni rapide del suolo.

Possiamo riprodurre alcuni diagrammi da lui ottenuti, del movimento del suolo, secondo due componenti orizzontali. La figura 1 della tavola I, mostra la forma dei tracciati, quando il muro sul quale è posto l'apparecchio, vibra per il passaggio di carri. La figura 2 dà l'aspetto delle segnature quando il muro oscilla in seguito al continuo soffiare di vento assai forte. La figura 3 dà la forma di oscillazioni sismiche che si sono trasmesse attraverso tutta l'Europa il giorno 22 Marzo u. s. Tali oscillazioni, che hanno durato per oltre un'ora, dopo i primi momenti sono diventate assai lente; per talune (oscillazioni complete) si è calcolata la durata media di 29 secondi. Nelle figure il tracciato di sinistra corrisponde allo spostamento del muro dell'apparecchio; normalmente al suo piano; il tracciato di destra, lo spostamento parallelo. Il muro ha la direzione E S E — W N W. La linea dentellata, mediana della figura, divide il nastro di carta di minuto in minuto. Si può facilmente vedere l'interesse che offrono al fisico ed all'astronomo le osservazioni dei movimenti del suolo come quelli della figura 3. Sappiamo che apparecchi analoghi a quello usato dal Vicentini, negli osservatorii di Roma e di Rocca di Papa, hanno servito pure a registrare lo stesso movimento.

ADOLFO PETROZZANI.

A PROPOSITO DELLA NOTA DEL SIG. DÉGUISNE

« Ueber die Frage nach einer Anomalie des Leitvermögens Wässeriger Lösungen bei 4.° »

Nota del Dottore SILVIO LUSSANA.

In un lavoro pubblicato lo scorso anno [1]) io giunsi alla conclusione che « la resistenza elettrica delle soluzioni saline al disotto di 20° non può essere rappresentata in funzione della temperatura da una semplice relazione di secondo grado, presentando la curva rappresentativa un flesso corrispondente alla temperatura del massimo di densità ». Nel numero 7 dei *Wied. Ann.* or ora pubblicato appare una nota del Sig. Déguisne [2]) nella quale negasi l'esistenza di questo flesso. In realtà il *lavoro sperimentale* del Sig. Déguisne pare condotto bene, per cui da questo lato nulla vi ha da che dire, se si fa astrazione da ciò che avendo egli misurato delle resistenze relativamente piccole, gli doveva riuscire difficile riscontrare una anomalia che si presenta in proporzioni molto piccole. Il Sig. Déguisne usando dei risultati ottenuti con soluzioni dei Nitrati di Stronzio, di Bario e di Potassio, calcola col metodo dei minimi quadrati una relazione di primo grado della forma: $K = K_4 [1 + \alpha (t - 4)]$ e *pretende* che questa equazione rappresenti abbastanza bene la variazione della conducibilità elettrica delle soluzioni da lui studiate a temperature vicine a 4°. I suoi risultati sono contenuti nella seguente tabella.

1) Atti del R. Ist. Ven. (7) 4, 1466, 1892-93.
2) *Wied. Ann.* 52, 604, 1894.

$Sr(NO_3)_2$ 0,012 gr — equiv. per litro				$Ba(NO_3)_2$ 0,009 gr — equiv. per litro						KNO_3 0,025 gr — equiv. per litro			
$10^{10} K = 751,9 [1 + 0,02785 (t - 4^0)]$				$10^{10} K = 602,0 [1 + 0,02786 (t - 4^0)]$				$10^{10} K_1 = 558,7 [1 + 0,0294931 (t - 1^0,398)]$		$10^{10} K = 1952,9 [1 + 0,02521 (t - 4^0)]$			
t	$10^{10}K$ oss.	$10^{10}K$ calc.	Diff.	t	$10^{10}K$ oss.	$10^{10}K$ calc.	Diff.	$10^{10} K_1$ calc.	Diff.	t	$10^{10}K$ oss.	$10^{10} K$ calc.	Diff.
1°,778	705,4	705,4	±	1°,398	558,7	558,4	+ 0,3	* 558,7	* ±	1°,492	1829,8	1829,4	+ 0,4
2,162	713,6	713,4	+ 0,2	1,672	563,3	563,0	+ 0,3	563,2	+ 0,1	1,842	1846,9	1846,2	+ 0,7
2,510	720,8	720,7	+ 0,1	1,972	568,2	568,0	+ 0,2	568,2	±	2,214	1865,2	1864,9	+ 0,3
2,867	728,1	728,2	— 0,1	2,266	573,0	572,9	+ 0,1	573,0	±	2,648	1885,8	1886,3	— 0,5
3,214	735,4	735,4	±	2,541	577,5	577,6	— 0,1	577,5	±	3,003	1904,7	1903,8	+ 0,9
3,560	742,6	742,7	— 0,1	2,837	582,4	582,5	— 0,1	582,4	±	3,396	1922,9	1923,2	— 0,3
3,890	749,4	749,6	— 0,2	3,124	587,1	587,3	— 0,2	587,1	±	3,871	1946,4	1946,6	— 0,2
4,202	756,0	756,1	— 0,1	3,397	591,6	591,9	— 0,3	591,6	±	4,319	1967,8	1968,6	— 0,8
4,536	763,0	763,1	— 0,1	3,655	596,0	596,2	— 0,2	595,9	+ 0,1	4,840	1992,7	1994,3	— 1,6
4,810	768,8	768,9	— 0,1	3,914	600,5	600,6	— 0,1	600,2	+ 0,3	5,562	2028,8	2029,8	— 1,0
5,090	774,8	774,7	+ 0,1	4,155	604,3	604,6	— 0,3	604,1	+ 0,2	6,104	2057,6	2056,5	+ 1,1
5,393	781,4	781,1	+ 0,3	4,395	608,5	608,7	— 0,2	608,1	+ 0,4	6,498	2077,2	2075,9	+ 1,3
				4,723	614,0	614,2	— 0,2	613,5	+ 0,5				
				5,192	621,8	622,0	— 0,2	621,2	+ 0,6				
				5,797	632,2	632,2	±	631,2	+ 1,0				
				6,471	644,2	643,5	+ 0,7	642,3	+ 1,9				

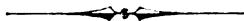
Nella tabella riferita dal Déguisne mancano le due colonne segnate con asterisco. Dirò subito che cosa rappresentano.

Basta ora gettare uno sguardo sulle colonne che contengono le differenze fra i valori osservati e quelli calcolati dal Déguisne per convincersi subito che non è lecito ammettere che quella equazione di primo grado rappresenti il fenomeno. Non basta infatti, perchè una equazione si adatti ai valori sperimentali, che la somma delle differenze positive sia uguale a quella delle negative, e che queste differenze siano sufficientemente piccole; *è necessario ancora che i valori sperimentali si dispongano uniformemente al di quà ed al di là della curva rappresentata dall' equazione.* Ora ognuno vede che tutte le differenze positive in questo caso si trovano agli estremi, mentre le negative sono intermedie. Basta costruire la curva che rappresenta i valori sperimentali per convincersi subito che se tutti si dispongono presso a poco su una retta, pure la retta che passa per i valori di K relativi alle temperature più basse, lascia tutti gli altri valori a partire da una temperatura che corrisponde presso a poco a 3°,79 pel $Sr(NO_3)_2$ a 3°,89 pel $Ba(NO_3)_2$ e 3°,78 pel KNO_3, da una parte; e così per la retta che passa per i valori di K relativi alle temperature superiori a quelle or ora indicate. Ciò mostra evidentemente che a queste temperature la curva rappresentativa presenta un flesso; esso riesce a dir vero poco marcato ma ciò dipende come feci già notare, dal fatto che le resistenze misurate dal Déguisne sono troppo piccole per rendere sufficientemente palese il fenomeno da me osservato. Si ponga il signor Déguisne nelle condizioni che io ho esplicitamente indicate come necessarie per raggiungere lo scopo, e si convincerà tosto che il flesso si presenta in modo da non lasciare alcun dubbio.

Per mostrare del resto che quanto ho detto corrisponde al fatto ho calcolato pel $Ba(NO_3)_2$, per il quale si ha un maggior numero di dati, la retta che passa per i primi otto punti; essa è data dall' equazione scritta in testa alle due colonne segnate con asterisco; la prima di queste colonne dà i valori calcolati con questa equazione, e la seconda le differenze fra i valori da me calcolati e quelli osservati dal Déguisne. Come si vede questa retta passa *esattamente* per tutti i primi otto punti mentre gli altri divergono sempre più, quanto più la temperatura si

innalza. Sfortunatamente mi è impossibile calcolare la retta che passa per i punti corrispondenti alle temperature alte, oppure quelle relative agli altri due sali non avendo a mia disposizione dati sufficienti; ma mi sembra che quanto ho detto fin qui basti a provare che *se le esperienze eseguite dal Déguisne furono condotte con cura, le conclusioni che da esse ne trae sono erronee*, e non solo non infirmano i risultati a cui io era arrivato, ma ne sono una luminosa riconferma.

Per farmi un'idea dell'entità delle divergenze che vi dovrebbero essere fra i valori risultanti dalla formula calcolata dal Déguisne ed i suoi dati sperimentali, esistendo l'anomalia da me osservata, mi sono calcolato col metodo dei minimi quadrati una formula di primo grado per rappresentare i miei risultati; calcolai a quanto $^0/_0$ sul valore totale saliva la differenza fra i valori osservati e calcolati, e ne dedussi il valore delle differenze che avrebbe dovuto trovare il sig. Déguisne. Ottenni dei valori a dir vero un poco maggiori delle differenze date dal Déguisne, ma di moltissimo inferiori a quelli da lui calcolati. Del resto un confronto esatto fra i miei risultati e quelli di Déguisne non è assolutamente possibile perchè come ho più volte ripetuto nel mio lavoro le resistenze da me riferite non hanno che un valore relativo, non avendo io nelle mie ricerche avuto altro scopo che quello di mostrare che il massimo di densità è probabilmente dovuto ad una trasformazione molecolare.

Dall'Istituto Fisico di Padova, Giugno 1894.

RASSEGNA BIBLIOGRAFICA

MECCANICA ELEMENTARE *del Prof.* W. VOIGT, *tradotta in italiano dal Dott.* A. SELLA. *(Ermanno Loescher, 1894).*

Noi, come tutti gli studiosi di Fisica, dobbiamo essere grati all'ottimo Dott. A. Sella, per la traduzione di quest'opera importantissima; e grati specialmente per la chiarezza e la precisione con che egli ha riprodotto il testo originale.

Per parlarne ai nostri lettori, crediamo di non poter fare cosa migliore, che riprodurre la prefazione scritta dall'illustre Prof. E. Beltrami alla traduzione italiana:

« La tendenza di quest'eccellente opera del Prof. Voigt, quale viene da lui stesso delineata nella sua Prefazione, risponde ad un bisogno che si è già fatto sentire da qualche tempo fra gli studiosi tedeschi ed inglesi, e che non potrebbe restar più a lungo inavvertito ed insoddisfatto presso di noi senza gravissimo detrimento dell'alta coltura scientifica del paese.

« Quella che nelle nostre scuole si chiama Meccanica razionale è pressochè generalmente considerata sotto due diversi aspetti parimenti inadeguati, cioè o come una convenzionale propedeutica agli studii prettamente tecnici dell'ingegnere, nel qual caso essa viene ridotta ai suoi capitoli più rudimentali e più aridi, o come un tema di esercitazioni geometriche ed analitiche, nelle quali il substrato meccanico vero e proprio sparisce, per cedere il posto alle applicazioni, senza alcun dubbio ingegnose, della geometria analitica e proiettiva, della teoria delle equazioni differenziali e del calcolo delle variazioni. Questi due aspetti, pressochè opposti, hanno fatto in tal qual modo sparire la chiara visione di quello che fu il grande indirizzo storico della Meccanica, inaugurato da Galileo e da Newton ed incessantemente promosso dai successori di quei grandi, fra cui deve annoverarsi (per quanto una superficiale parvenza abbia potuto far credere per poco il contrario) l'illustre Lagrange, i metodi del quale, dopo un passeggiero oblio, furono rimessi in onore da fisici di primo ordine, come Green, Kirchhoff, Maxwell, Helmholtz. Quest'indirizzo, nel quale le dottrine meccaniche sono considerate di conformità alla semplice e grandiosa intitolazione newtoniana, come i *principii matematici della filosofia naturale*, è pur troppo rimasto da non breve tempo negletto nel nostro paese più che altrove, ed urge che la nuova generazione di studiosi venga ad esso efficacemente richiamata, sia perchè l'opera di questa non riesca di troppo inferiore al tempo in cui dovrà svolgersi, sia perchè esso quadra mirabilmente colla tradizione galileiana e coll'indole pratica dell'ingegno italiano.

« Ora il libro del Prof. Voigt porge un avviamento, del quale non si potrebbe desiderare il migliore, a questo studio della

Meccanica giustamente considerata come scienza razionale del mondo materiale. Non è necessario ripetere qui ciò che l'autore stesso, con grande precisione, ma con ancor più grande modestia, dice nel suo Proemio dello scopo che si è prefisso e dei mezzi coi quali ha cercato di conseguirlo. Bensì giova affermare che questo scopo è stato pienamente raggiunto e che l'autore ha saputo in uno spazio relativamente breve, condensare le più importanti dottrine della Meccanica generale, corredandole in giusta misura delle loro più utili e più interessanti applicazioni alla Fisica. L'esposizione corre dovunque limpida e spigliata: debitamente diffusa, senza prolissità, in sul principio, va facendosi in seguito sempre più concettosa e stringata, senza tuttavia cadere mai nell'oscurità o nell'imprecisione. Chi studierà questo libro dovrà tenere in costante esercizio la propria mente, collaborando quasi coll'autore per completarne gli accenni e le deduzioni; ma ciò facendo fino alla fine si accorgerà (il che non accade sempre) d'aver imparato davvero molte cose e, quel ch'è più, di sapere ben maneggiare le formole ed interpretare i risultati del calcolo.

« Sarebbe troppo lungo rilevare una ad una tutte le peculiarità per le quali quest'opera si distingue, in buona parte almeno, dai consueti trattati di meccanica. Chi dicesse soltanto che non vi si tratta *ex professo* di cinematica e che tutte le proposizioni statiche vi son fatte scaturire da equazioni dinamiche, direbbe il vero, ma non darebbe un'idea adeguata del savio e razionale indirizzo, in cui l'Opera è concepita e condotta; indirizzo il quale si rivela piuttosto in una quantità d'incisi, di accenni, talvolta fugacissimi, che passeranno forse inosservati al lettore superficiale, ma che daranno a chi studia seriamente la chiara nozione di quel perpetuo ricambio fra il pensiero matematico ed il senso della realtà, nel quale consiste la vera e propria indagine fisico-meccanica.

« Fra gli argomenti di maggiore interesse per la fisica generale, trattati dall'autore con maggiore o minore ampiezza, ma in forma sempre mirabilmente appropriata all'uopo, si possono citare quelli che si riferiscono alla forza di gravità ed in particolare l'estesa e completa dottrina della misura di questa per mezzo delle oscillazioni pendolari, la teoria dei moti centrali,

quella della gravitazione universale, i cenni elementari sui fenomeni di precessione e di nutazione e sulle maree, e, da ultimo, l'elegante dottrina della propagazione delle onde piane nei mezzi isotropi, seguita da una deduzione semplicissima della celebre formola di Poisson, fondamentale in acustica. La fisica propriamente detta è illustrata dalle applicazioni che l'autore fa delle leggi dinamiche alla macchina di Atwood, al pendolo di Foucault, al giroscopio, alla bilancia, alla sospensione bifilare, alle oscillazioni smorzate, alle esperienze di Poiseuille, al piezometro etc.

« Dal punto di vista dell'esposizione è specialmente notevole tutta la terza Parte dell'Opera, dedicata alla meccanica dei sistemi continui. Qui l'autore risolve con rara abilità ed eleganza, e con mezzi relativamente elementarissimi, un gran numero di problemi interessanti ed istruttivi circa i corpi fluidi ed elastici. Lo studio di questa Parte riuscirà utile e gradito anche a chi già possegga una più che mediocre conoscenza di siffatte materie; le quali pur rappresentando il contributo del nostro secolo alla meccanica che si può dir classica, sono ancora ben lontane dall'essere penetrate nelle scuole, così come potrebbero e dovrebbero.

« Una sola lacuna si potrebbe forse deplorare nell'eccellente libro di cui parliamo, e cioè l'assenza di quelle *equazioni di Lagrange*, cui recenti ricerche sembrano aprire un larghissimo campo di applicazione nelle più oscure e difficili teorie fisiche, e delle quali parrebbe perciò più utile diffondere e quasi popolarizzare le cognizioni in quella classe di studiosi, cui il libro è più particolarmente indirizzata. Ma sarebbe davvero indiscreto insistere sopra un'ommissione (alla quale non mancano d'altronde plausibili giustificazioni), quando si tratta per l'appunto di un'Opera, ov'è specialmente da ammirare e da lodare la varietà e la copia dell'illustrazioni meccaniche e fisiche, sapientemente alternate coll'esposizione delle teorie generali.

« Auguriamo vivamente che il libro del Prof. Voigt, recato in italiano dall'egregio Dr. Alfonso Sella con piena intelligenza del soggetto e acuto senso di opportunità, trovi fra noi numerosi lettori e contribuisca rapidamente alla diffusione di studii e di metodi che sono ormai condizioni imprescindibili d'ogni reale progresso della scienza fisica ».

RIVISTA

Journal de Physique — Giugno 1894. Serie III. T. III.

J. Macé de Lépinay. *Acromatismo e cromatismo delle frangie di interferenza* (pp. 241-257). — Cornu, Mascart, Lord Rayleigh hanno studiato i fenomeni di acromatismo, che presentano le frangie di interferenza, esaminate alla luce bianca, sotto l'influenza del potere dispersivo dei mezzi interposti fra la sorgente e l'occhio dell'osservatore. Due cause distinte per spiegare il numero delle frangie osservabili, quando si fa intervenire un fenomeno di dispersione, sono state segnalate, l'una dal Mascart, l'altra da Lord Rayleigh. Il lavoro dell'A. mette in evidenza una terza causa la quale, contrariamente alle due altre, può contribuire, secondo le circostanze sia ad accrescere sia a diminuire questo numero.

Essa presenta questa particolarità che la sua influenza è tanto più grande quanto minore è la causa studiata dal Mascart.

L. Marchis. *Sulla tensione dei vapori delle dissoluzioni* (pp. 257-264). — È il seguito del lavoro, del cui argomento si è parlato nel numero precedente.

Gouy. *Sull' elettrometro capillare* (pp. 264-266). — L'A. descrive alcune modificazioni portate a quest' utile strumento e destinate a renderne l'uso facile e più preciso.

La più importante consiste nel produrre e misurare le variazioni delle pressioni necessarie per equilibrare le forze capillari servendosi del tubo stesso dell'apparechio; e ciò col fare variare, per mezzo di una tubulatura laterale, la altezza del mercurio contenuta nel tubo. Per evitare poi l'instabilità dello zero l'A. consiglia di gettare qualche pezzetto di solfato mercuroso nel mercurio del pozzetto onde mantenere costante la differenza di potenziale tra il mercurio e l'acqua acidulata. Accenna poi l'A. a un mezzo per rendersi indipendenti nelle misure dalla differenza di potenziale tra il mercurio e l'elettrolito.

Clémentisch de Engelmeyer. *Cinegrafo* (pp. 266-269). — Si descrive un cinegrafo semplice e puramente cinematico, di cui si espone la teoria data da Boleslas Mlodzicionski.

E. Crescini.

Wied. Ann. Vol. 52, N. 6, 1894.

F. Paschen. *Sull' emissione dei gas* (pag. 209-237). — In seguito al nuovo lavoro del signor Rubens sulla dispersione della fluorite (cfr. *N. Cim.* 35, pag. 152) l' A. indica alcune correzioni da farsi alle lunghezze d'onda che egli aveva dedotto dai resultati di Rubens e Snow (*N. Cim.* 34, p. 45), le quali si riferiscono a lunghezze d'onda superiori a 2,6 μ, e dà nuovi indicazioni su uno degli spettri già da esso studiati.

Dopo aver accennato ad alcune limitazioni circa le conclusioni relative alle proprietà degli spettri dei reticoli studiati col bolometro, l'A. risponde anche alle osservazioni del Pringsheim (cfr. *N. Cim.* 35, p. 204) e insiste nell'opinione che i gas possono emetter luce per semplice riscaldamento, ciò che avrebbe importanza per la meccanica della luminosità anche se, come osservò il Pringsheim, non avesse interesse pratico.

F. Melde. *Su alcuni metodi per determinare i numeri di vibrazioni delle note alte*, (pp. 238-262). — È una continuazione della prima nota sul medesimo soggetto (*N. Cim.* 35, pag. 247). Il metodo ora descritto consiste nel trasmettere le vibrazioni del corpo studiato, per es. di un diapason, a una sbarra metallica rettangolare libera a un'estremità. Regolando la lunghezza della sbarra in modo che vibri essa pure all'unisono del diapason, che le comunica le sue vibrazioni per mezzo di un piccolo cuneo di sughero, dal numero e dalla disposizione delle linee nodali della sbarra, determinate col metodo di König, si può dedurre il numero delle vibrazioni.

L'A. ha trovato con questo metodo notevoli differenze fra l'altezza segnata da Appunn su alcuni diapason e quella effettiva. Per es. il diapason C_7 invece delle 16384 vibrazioni che avrebbe dovuto fare secondo Appunn, ne fa solamente 11717. — Migliore accordo esiste fra le altezze segnate da König per i suoi diapason e le vibrazioni così determinate. Per es. il diapason do_8 del König (corrispondente al C_7 di Appunn) fa 16480 vibrazioni invece di 16384.

C. Dieterici. *Sulla relazione fra l'abbassamento del punto di congelazione e la pressione osmotica delle soluzioni* (pp. 263-274). — Secondo Arrhenius l'abbassamento del punto di congelazione dovrebbe esser proporzionale alla pressione osmotica fino a temperature di — 10 c. L'A. osserva che ciò non è vero in generale, e vale soltanto per soluzioni acquose nelle quali non si ha da considerare il calore di diluizione.

.*

Partendo poi dal ciclo di van' t Hoff l'A. ottiene una formola che rappresenta la relazione fra quelle due grandezze per qualunque solvente e per qualunque grado di concentrazione della soluzione. Con quella formola il lavoro osmotico può esser dedotto dall'abbassamento (anche se è di 50°c) del punto di congelazione.

P. STEINER. *Sull'assorbimento dell'idrogeno nell'acqua e nelle soluzioni acquose* (pp. 275-299). — Il coefficiente di assorbimento è stato determinato dall'A. con un assorbiometro Bunsen costruito secondo le indicazioni di Ostwald, tenendo cioè separato il recipiente ove si effettua l'assorbimento, da quello ove si eseguisce la misura.

L'A. ha trovato che il coefficiente d'assorbimento diminuisce al crescere della quantità di sale disciolta. I resultati ottenuti, che non sono rappresentabili da formole semplici, sono raccolti in diverse tabelle e rappresentati graficamente in due tavole. Le soluzioni studiate son quelle di KCl, KNO_3, K_2CO_3, NaCl, $NaNO_3$, Na_2CO_3, Na_2SO_4, LiCl, $MgSO_4$, $ZnSO_4$, $CaCl_2$, $AlCl_3$ e zucchero.

W. KAWALKI. *Ricerche sulla diffusibilità di alcuni elettroliti nell'alcole. Contribuzione alla teoria della costituzione delle soluzioni* (pp. 166-190 e 300-327). — Poichè soltanto per le soluzioni molto diluite si hanno resultati assai concordanti per i coefficienti di trasporto degli ioni, l'Arrhenius suppose che nelle soluzioni soltanto una parte delle molecole saline si dissociasse e così prendesse parte al fenomeno; talchè se u è la velocità del catione, v quella dell'anione e α è il rapporto fra il numero delle molecole di sale dissociate e quello di tutte le molecole di sale disciolto, la conduttività della soluzione sarebbe data da $\alpha\,|(u+v)$.

W. Nernst, mettendo in conto la pressione osmotica e le azioni fra le quantità di elettricità che sarebbero rese libere nella dissociazione, pel coefficiente di diffusione trovò il valore

$$K=\frac{u\,v}{u+v}\;0{,}04768.\;10^7 \text{ per cm}^2 \text{ al giorno.}$$

Le esperienze relative eran fatte sempre con soluzioni nell'acqua; il Lenz ne fece anche con soluzioni in liquidi alcoolici; ora l'A. profittando delle determinazioni che il Völlmer ha fatto recentemente della conduttività di soluzioni di alcuni sali nell'alcole assoluto, ha determinato il coefficiente di diffusione per quelle medesime soluzioni. Egli ha trovato che il coefficiente di diffusione non è costante per tutti gli strati della soluzione, e quello dello strato più alto è sempre maggiore del valor medio di tutti gli strati; e ciò è forse dovuto a scotimenti o a differenze di tem-

peratura che provocano delle correnti di convezione. La diffusibilità dei sali studiati cresce al diminuire della concentrazione iniziale.

B. Völlmer. *Conduttività elettrica di alcuni sali negli alcoli metilico ed etilico* (pp. 328-356). — L'A. ha studiato diverse soluzioni nei due alcoli suddetti privati il più possibile di acqua, e i resultati cui è giunto sono dal medesimo così riassunti:

Le conduttività molecolari delle soluzioni studiate crescono al diminuire della concentrazione; per diluizioni estreme (ad eccezione del $CaCl_2$ e del CaN_2O_6 nell'alcole etilico) si avvicinano ad un valor limite; i loro valori finali si deducono da quelli delle soluzioni corrispondenti nell'acqua, colla moltiplicazione per un fattore, che per l'alcole metilico è 0,73 e per l'alcole etilico è 0,34; quindi la conduttività elettrica diminuisce al crescere del peso molecolare del solvente.

I coefficienti termici delle soluzioni nell'alcole etilico crescono con la diluizione, e per diluizioni estreme, per ambedue gli alcoli non differiscono notevolmente da quelli che valgono per l'attrito interno.

Per le soluzioni studiate non è verificata la legge di diluizione indicata da Ostwald, nè si può calcolare l'inalzamento del punto di ebollizione per mezzo della conduttività elettrica; mentre ciò può farsi per l'acqua.

Kr. Bierkeland. *Sulla radiazione dell'energia elettromagnetica nello spazio* (pp. 357-380). — In questa nota, che non può esser riassunta brevemente, l'A., dopo alcune osservazioni sulla composizione dei vettori raggianti, dà la forma più generale per quei vettori, e mostra che se si aggiunge la condizione che essi siano funzione solamente delle forze elettriche e magnetiche che agiscono nel punto considerato, senza costanti additive, la definizione data dal Poynting è la sola che corrisponda alle equazioni del Maxwell.

C. Kirn. *Sull'analogia fra la luce susseguente dei tubi di Geissler e il principio dell'incandescenza dei solidi* (pp. 381-381). — Era stato osservato da Riess e da Morren che un tubo di Geissler continua ad esser luminoso anche per mezzo minuto dopo che è passata l'ultima scarica. Ora l'A. osservando lo spettro di quella luce susseguente, trova che esso è continuo, e dapprima occupa tutto lo spazio nel quale si presentano le linee brillanti durante il passaggio della scarica, ma poi si riduce ad una sola larga riga compresa fra 555 e 495 $\mu\mu$; cioè quasi esattamente in corrispondenza colla F dello spettro solare. Tutto ciò è dunque l'inverso di quanto si osserva quando un solido diventa incandescente.

F. Richarz. *Sulle forze elettriche e magnetiche degli atomi* (pp. 385-416). — Sono studi su diversi soggetti, che si riferiscono alla carica elettrica degli atomi, ai rapporti di grandezza fra le forze di gravitazione, elettrostatiche ed elettrodinamiche fra gli atomi di una molecola, al calore di dissociazione di una molecola diatomica, all'applicazione del teorema del viriale e della teoria di Boltzmann ai gas poliatomici e al confronto colle vibrazioni luminose; studi che l' A. ha già pubblicato separatamente in più volte, e che ora riunisce ed espone in connessione colla teoria elettrochimica di Helmholtz. In fine l' A. aggiunge un capitolo nuovo sul magnetismo molecolare, nel quale egli mostra come il magnetismo stesso si possa spiegare con le rotazioni delle cariche elettriche degli atomi.

H. Ebert. *Sulle forme dei movimenti, che posson servir di base ai fenomeni elettromagnetici* (pp. 417-431). — Riferendosi ad una nota precedente (*N. Cim.* 35, p. 149) l'A. mostra che anche il fenomeno della corrente elettrica si può far dipendere da movimenti ciclici. Egli comincia coll' osservare che la legge dell' induzione elettrodinamica è caratteristica pei movimenti ciclici; indica poi la relazione delle forze elettriche e magnetiche coi moti elementari e colle deformazioni di un mezzo continuo, le relazioni fra la teoria ciclica dei fenomeni elettromagnetici e la teoria dei moti vorticosi, e riferendosi alla relazione fra la corrente elettrica e la temperatura osserva che la dipendenza fra la proprietà dei metalli di condurre l'energia e i loro movimenti molecolari è dimostrata dalle ricerche di Cailletet e Bouty e di Wroblewski e Dewar, secondo le quali la resistenza elettrica diverrebbe piccolissima alla temperatura dello zero assoluto.

Secondo le nuove teorie, i concetti di resistenza e di conduttività elettrica acquistano un significato diverso e talvolta opposto a quello che hanno ordinariamente; e l' A. termina sviluppando questo concetto, già accennato da Poynting e da Hertz (cfr. *N. Cim.* 26, pag. 128).

Secondo le antiche teorie la corrente elettrica era un fenomeno che interessava l'interno dei conduttori, nei quali si supponeva che scorresse effettivamente un certo fluido; e la resistenza e la conduttività avevano significato analogo a quelli dell'idrodinamica. Le nuove teorie invece pongono la sede della corrente al di fuori dei conduttori: quello che si trasporta, che scorre, è l'energia, che partendo dalle superficie attive elettromotrici giunge, fra le superficie di livello, ai conduttori, penetrando nei quali si trasforma in calore. Ciò che realmente dà ad un corpo la proprietà di esser

conduttore, è quindi la facoltà di trasformare l'energia del campo elettromagnetico.

K. R. Kock. *Sull' uso dell' onda luminosa come campione naturale di lunghezza*, (p. 432). — È una reclamazione di priorità a proposito della recente pubblicazione del Michelson (*N. Cim.*, 35, p. 85).

L' A. fa osservare che fino dal 1882 propose egli pure l' uso della lunghezza d'onda come campione invariabile di lunghezza.

A. Stefanini.

Philosoph. Mag., Vol. 37, maggio 1894.

S. P. Langley. *Il lavoro interno del vento*, (pp. 425-448). — Per mezzo d'anemometri leggerissimi, e che registravano la velocità del vento ad ogni mezza rotazione dell'apparecchio, l'A. ha potuto costatare che il vento non è mai costituito da una massa d'aria che si sposta con velocità costante; ma che la velocità stessa subisce rapidissime variazioni, tali da far consistere il vento in una successione di brevissime pulsazioni di ampiezza e di direzione variabile. Il vento, per queste pulsazioni, possiede una quantità non indifferente di energia interna, la quale potrà far si che un piano inclinato, o una superficie convenientemente curva, più pesa dell'aria e liberamente immersa nel vento, si sostenga indefinitamente od anche s'inalzi senza spender della propria energia, all'infuori di quanta ne occorra a cambiare la sua inclinazione ad ogni pulsazione.

La possibilità meccanica di un movimento contro la direzione del vento segue immediatamente da questa capacità d'inalzarsi; basterà infatti che il corpo pesante si lasci prima sollevare, e poi utilizzi l'azione della gravità per muoversi, nella sua caduta secondo una traiettoria curvilinea, contro la direzione del vento.

Queste considerazioni posson servire nella ricerca della spiegazione di un fatto spesso osservato, quello cioè di alcuni uccelli, che con le ali spiegate e ferme, e con soli movimenti del capo o di tutto il corpo, che sembra oscillare attorno un asse rappresentato dalle ali, posson mantenersi per molto tempo fermi nell'aria, ed anche inalzarsi, senza che si possa dire che volano.

Da ciò resulta la possibilità di poter imitare la natura nella costruzione di un aerodromo, che spenda della sua energia interna soltanto nelle regioni di calma, e che si serva di quella del vento in tutto il resto del suo movimento.

T. H. Blakesley. *Nuovo teorema sull'elettricità*, (pp. 448-450). — È un teorema sull' equivalenza di sistemi di conduttori, nei

quali le forze elettromotrici che vi sono attive spostino la loro sede, attraversando i nodi della rete.

O. W. JONES. *La viscosità dei liquidi* (pp. 451-462). — L'A. ha misurato la viscosità dei liquidi, facendo cadere in essi delle piccolissime goccie sferiche di mercurio, e determinando la velocità che vi acquistano; velocità che, come fu indicato da Stokes, dipende appunto da tale viscosità. Avendo però trovato serie difficoltà nel mantener costante la temperatura dei liquidi, i resultati fin qui trovati non son ritenuti come definitivi, e saranno pubblicati quando queste ricerche saranno ultimate.

C. V. BOYS. *Sul modo di attaccare le fibre di quarzo* (pp. 463-467). — È descritto un metodo per ricoprire le estremità di quelle sottili fibre con un deposito galvanico di rame, per poterle poi saldare a un pezzo metallico.

Per renderle conduttrici dell'elettricità si riveston di rame in tutta la loro lunghezza, e così posson servire per gli elettrometri, nei quali non vi ha mai uno zero fisso se la comunicazione è fatta con un filo che pesca in un liquido.

Le fibre di quarzo posson poi rendersi visibili senza alterarne la torsione, se si espongono ai fumi del magnesio o dell'arsenico che bruciano nell'aria.

T. H. LITTLEWOOD. *Metodo per trovare l' indice di refrazione dei liquidi, anche non omogenei*, (pp. 467-470). — La parte principale dell'apparecchio è un cannocchiale, con reticolo fisso, che si può muovere su una scala orizzontale senza cambiar l'inclinazione del suo asse ottico sulla verticale.

Il liquido si pone in un recipiente di vetro, e vi si immerge verticalmente una scala divisa. Col cannocchiale si mirano successivamente due punti della scala fuori del liquido, e due entro il liquido; dagli spostamenti orizzontali del cannocchiale, è facile dedurre l' andamento dei raggi luminosi nel liquido e nell' aria, e quindi l' indice di refrazione del liquido, se è omogeneo.

Per liquidi non omogenei, ma tali che la densità vari per strati orizzontali, si mirano diversi punti sulla scala, entro e fuori del liquido, e si costruisce una curva che abbia per ordinate le distanze di quei punti dal punto più basso della scala, e per ascisse gli spostamenti orizzontali del cannocchiale; e così è possibile costruire l'andamento del raggio luminoso nel liquido, e quindi l' indice di refrazione corrispondente ad ogni strato.

M. C. LEA. *Trasformazione dell' energia meccanica in energia chimica* (pp. 470-475). — L'A. continua ad indicare esempi nei quali per mezzo di triturazione in mortai di porcellana o di agata,

il lavoro meccanico può determinare delle azioni chimiche (cfr. *N. Cim.*, 35, pag. 94).

J. H. vant' Hoff. *L'origine della teoria delle soluzioni* (pagine 475-491). — È una storia succinta delle diverse fasi per le quali, partendo dalle ricerche del Mitscherlich sull'attrazione dei sali per l'acqua di cristallizzazione, e da quelle di Pfeffer colle membrane semipermeabili di ferrocianuro di rame, si arrivò alla nozione della pressione osmotica, la quale, per le soluzioni molto diluite, segue le leggi di Boyle e di Gay-Lussac come i gas. L' A. rammenta che il valore di R nella relazione $PV=RT$ nel caso dei gas, valutando P in chilogr. per m^2 e V in cm^3, è 846; mentre fu trovato uguale a 840 per le soluzioni di zucchero all'1 per $^0/_0$. Questa coincidenza, che da prima apparve fortuita, si manifestò in molti altri casi; cosicchè si poterono, con l'aiuto di quella relazione, ottenere le leggi di Raoult sull'abbassamento della pressione del vapore nelle soluzioni, quelle di van t' Hoff-Beckmann-Arrenius sull'inalzamento del punto di ebollizione e sull'abbassamento del punto di solidificazione.

L'A. accenna anche alle deviazioni che si presentano da queste leggi, e alla teoria della dissociazione elettrolitica che potrebbe servire a spiegare le depressioni troppo forti del punto di congelazione di alcune soluzioni; e dice che la teoria delle soluzioni comincia appunto quando si cerca di render ragione di quelle deviazioni per mezzo di azioni secondarie. Così, oltre i casi accennati in cui si può tener conto della dissociazione elettrolitica, oltre deviazioni opposte, nelle quali l' abbassamento osservato del punto di congelazione è minore di quello calcolato, si possono spiegare con la formazione di molecole doppie, o con la congelazione simultanea del sale e del solvente.

J. H. Gray. *Nota sull'elasticità dei fili di ragno* (pp. 491-495). — I fili di ragno si prestano meglio di quelli di seta per la sospensione degli aghi dei galvanometri, perchè impiegano meno tempo a riprender la posizione di riposo dopo che l' ago è stato deviato. L'A. ha studiato l'elasticità di trazione del filo del ragno dei giardini (*Epeira diadema*). Il peso che ne determina la rottura è 17 milligrammi, che corrisponde a circa $2{,}16.10^6$ gr. per cm^2 perchè quei fili sono di circa $^1/_{1000}$ di mm. di spessore. L'A., non ha potuto fare esperienze di misura per l' elasticità di torsione, perchè è difficile trovare un peso abbastanza piccolo per produrre una torsione misurabile; ma ha potuto costatare che la rigidità per la torsione è nei fili di ragno assai minore che in quelli di seta.

W. Wanklyn e W. I. Cooper. *Il metodo della distillazion frazionata illustrato con ricerche sul cherosene* (pp. 495-499). — Gli

A. riferiscono che dopo alcuni mesi di distillazione frazionata son riusciti a separare dal cherosene 24 differrenti liquidi, dei quali indicano i punti di ebollizione, compresi fra 77 e 280°c.

W. Ramsay e S. Young. *Sulle proprietà termiche dei liquidi*, (pp. 503-504). — Sono controrepliche al Galitzine e al De Heen. (v. *N. Cim.* 35, pag. 298).

Gli A. riconoscono che alcune delle loro osservazioni non sono riferibili ai lavori del Galitzine; ma insistono sulla difficoltà grande della completa eliminazione dell'alcole e dell'aria dall'etere; e se traccie anche piccolissime di aria restano nei tubi adoperati, il raggiungimento dello stato finale di equilibrio è notevolmente ritardato.

Quanto al De Heen notano che le loro osservazioni ai suoi lavori furon determinate dalle grandi differenze fra le temperature critiche indicate da esso e dagli altri esperimentatori; differenze che fecero loro ritenere prive di interesse la discussione delle osservazioni, assai più difficoltose, dei volumi critici.

G. Quincke. *Su una questione fondamentale di elettroottica*, (pagina 508). — L'A. fa notare che fino dal 1883 si occupò del soggetto trattato recentemente dal Dott. Kerr (v. *N. Cim.* pag. 297) e con lo stesso metodo; ma i resultati che egli ottenne sono alquanto diversi da quelli del Kerr; perchè trovò che la velocità della luce polarizzata parallellamente alle linee di forza talvolta cresce e talvolta diminuisce, forse per l'azione simultanea di forze opposte, quali sono il riscaldamento del liquido pei moti vorticosi e la pressione elettrica.

A. Stefanini.

Fig. I. Tracce provocate da molti carri pesanti

Fig. II. Tracce provocate da fortissimo vento

Fig. III. Ondulazioni sismiche del 22-3-94

Stab. foto-litog. Sordo-Muti. Siena

SULLA DIPENDENZA DELLA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DEGLI ETERI COMPOSTI DALLA TEMPERATURA

Nota del Prof. A. BARTOLI.

Questa nota fa seguito alle altre da me pubblicate dal 1884 in poi nella *Gazzetta Chimica* di Palermo, nel *Nuovo Cimento* di Pisa, nei *Resoconti della R. Accad. dei Lincei*, negli *Atti dell'Accademia Gioenia* di Catania, e per sunto in diversi giornali scientifici stranieri. [1]) Tra i fatti e le proposizioni, da me enunciate nelle precedenti memorie, ricorderò le seguenti:

1) Compara *Wiedemann*, *Die lehre von der elektricität*; I Bd; 1893.

Bartoli, Sulla costituzione degli elettroliti; *Gazzetta Chimica* T. XIII, 1883. Idem, Relazione fra la conducibilità elettrica e la composizione dei carboni di varie specie; *N. Cim.*, T. XV, pag. 203, 1884. Idem, La conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio; Transunti della R. Acc. dei Lincei, Vol. VIII, 1884, Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica 1884; Naturforscher, XVIII, N. 38, pag. 355 ecc: Idem, Sulle continuate intermittenze che producono nella corrente elettrica alcuni liquidi interposti nel circuito; L'Orosi, anno VIII Firenze 1885; Idem, La conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio ed in ispecie sulla conducibilità delle ammidi e dei nitroderivati; Rendiconti dell'Acc. dei Lincei, Giugno 1885, Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica 1886. Idem, La conducibilità elettrica di alcuni composti organici allo stato solido; Rend. dell'Acc. dei Lincei, 1885, Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica 1886; Idem, Sulla dipendenza della conducibilità elettrica della dietilammina dalla temperatura; Rend. Acc. dei Lincei, Giugno 1885; Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica 1886; Idem, La conducibilità elettrica delle mescolanze di composti organici; Rend. Acc. Lincei 1885; Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica 1886; Idem, La conducibilità elettrica delle resine, Rend. Acc. Lincei 1885 e N. Cim. e Gaz. Chim. 1886; Idem, Sul variare della conducibilità elettrica del creosoto colla temperatura; L'Orosi, anno IX, fasc. 5, Firenze, Maggio 1886; Idem, Sulla conducibilità elettrica dei radicali acidi combinati cogli alogeni, dei rodonati, delle essenze di senape, dei nitrili, dei sulfuri e delle combinazioni organo metalliche; Rend. della R. Acc. dei Lincei 1886, e Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica 1887; Idem, Sulla dipendenza della conducibilità elettrica dalla temperatura, nelle soluzioni degli Alcoli $C_nH_{2n+2}O$ nei liquidi poco conduttori od isolanti: Rend. dell'Acc. dei Lincei, Settembre 1886, Nuovo Cim. e Gazzetta Chimica 1886; Idem, La conducibilità elettrica di composti organici al punto critico, Rend. Acc. Lincei, Settembre 1886, Nuovo Cimento e Gazzetta Chimica 1886; Idem, Sulla conducibilità elettrica di alcuni mescugli naturali di composti organici, ed in particolare sulla conducibilità degli oli, dei grassi, delle cere, delle essenze e delle resine; Atti dell'Acc. Gioenia, Catania 1889, e Nuovo Cimento 1890; Idem, Spiegazione delle anomalie che presenta la conducibilità elettrica dell'etalio, Bullettino dell'Accademia Gioenia, fasc. XXIII, XXIV, Gennaio 1892; Idem. La conducibilità elettrica di alcuni liquidi molto viscosi dopo raffreddamenti rapidi e dopo lenti raffreddamenti, Bullettino dell'Acc. Gioenia 1892, fasc. XXV.

1.° I composti organici allo stato solido ed a sufficiente distanza dal punto di solidificazione non conducono.

2.° Gli idrocarburi e la maggior parte dei loro derivati, per sostituzione del cloro e del bromo all'idrogeno e così pure i composti organo-metallici non conducono allo stato liquido.

3.° Presentano una certa conducibilità allo stato liquido, gli acidi, gli alcoli, i chetoni, le aldeidi, i fenoli, le ammine ed in generale le basi organiche tutte, i cloruri, i bromuri ed i joduri dei radicali acidi, i rodanati, e gli isosolfocianati dei radicali alcoolici, i nitrili ecc.

4.° Nelle serie omologhe così degli acidi come degli alcoli, la conducibilità va decrescendo a misura che cresce la complessità della formula del composto.

5.° In generale la conducibilità elettrica dei liquidi puri va crescendo al crescere della loro temperatura.

6.° Le soluzioni di una sostanza, che conduca allo stato liquido, in un liquido coibente, sono conduttrici, mentre sono isolanti i mescugli di due sostanze che allo stato liquido sono pure isolanti.

7.° Molti mescugli di sostanze organiche, quali per es. quelli di naftalina e di fenolo; di naftalina e di nitronaftalina, etc., acquistano nel solidificare una conducibilità molto maggiore di quella che avevano precedentemente allo stato liquido, e mantengono questa conducibilità, anche dopo un abbassamento considerevole di temperatura, perdendola poi con un ulteriore raffreddamento.

8.° Molte soluzioni diluite di liquidi conduttori, segnatamente di alcoli della serie grassa, negli idrocarburi ed in altri liquidi coibenti presentano una conducibilità decrescente col crescere della temperatura, cioè si comportano contrariamente alla maggior parte dei composti puri del carbonio e delle loro soluzioni.

In questa comunicazione, riferisco i resultati da me ottenuti nello studio della conducibilità elettrica degli eteri composti, e delle soluzioni ottenute impiegandoli come solventi.

II. — Gli eteri composti provenivano principalmente dalla fabbrica Kahlbaum di Berlino: prima di adoperarli furono distil-

lati più volte, raccogliendo il prodotto che passava alla temperatura indicata dai più accurati preparatori [1]).

Il metodo impiegato in queste misure di conducibilità è quello stesso descritto nelle precedenti memorie.

Seguono senz'altro i resultati: le conducibilità sono espresse in una unità arbitraria, ma che è rimasta costante in tutte le esperienze [2]):

Metil-formiato; avuto dal Kahlbaum distillato tre volte: bolle a + 32°. Esso ha una discreta conducibilità, la quale cresce lentamente col crescere della temperatura cioè: 45000 a + 13°; 52000 a + 17°; 58000 a + 30°. Un altro campione ha dato conducibilità maggiori (quasi il doppio) e pur esse crescenti con la temperatura.

Metil acetato; dal Kahlbaum; distillato tre volte: bolle a + 56°. Ha mediocre conducibilità, la quale cresce lentamente con la temperatura: 5200 a + 17°; 5520 a + 28°; 5700 a + 35°; 5800 a + 56°. Un altro campione, avuto da altra fabbrica, distillato due volte, ha dato conducibilità maggiore, e più rapidamente crescente colla temperatura cioè: 13000 a + 22°, 16500 a + 27°, 21000 a + 38°, 26500 a + 48°, 30000 a 55° (ebullizione).

Queste differenze, tra due campioni che ho ragione di ritenere quasi ugualmente puri, saranno spiegate in fine della presente nota.

Metil-propionato; dal Kahlbaum ; distillato tre volte : bolle a + 80°. Ha una conducibilità mediocre e crescente rapidamente colla temperatura cioè: 5100 a + 17°, 5200 a + 30°, 5800 a + 50°, 6400 a + 67°, 7100 a + 76°.

Un altro campione di altra fabbrica (Tromsdorff) ha presentato una conducibilità tripla, e quasi indipendente dalla temperatura cioè: 25000 a + 20°, 25200 a + 35°, 25300 a + 40°, 25300 a 53°, 25300 a + 62°, 25280 a + 73°.

1) Compara, Beilstein, Handbuch der organischen Chemie; e Richter, Tabellen der Kohlenstoff-Verbindungen. La distillazione si compieva dopo averli tenuti lungamente in contatto con carbonato potassico ben secco.

2) Essa corrisponderebbe alla conducibilità dell' *Amil valerato* a + 10°, a quella dello spermaceti liquido, in vicinanza del punto di fusione, alla *vaselina* (purificata sul sodio) alla temperatura di 180°; all'olio d'oliva finissimo, scaldato a + 170°, all'essenza di trementina scaldata a + 115°, ecc.

Metil-butirrato; dal Kahlbaum; distillato tre volte: bolle a + 94°. Ha piccola conducibilità e crescente con la temperatura cioè: 2000 a + 23°, 2400 a + 28°, 2600 a + 50°, 2800 a + 55°, 3080 a + 70°, 3190 a + 93°.

Un altro campione pure di Kahlbaum, distillato tre volte, ha dato conducibilità quasi il doppio maggiori e pochissimo crescenti colla temperatura.

Metil-valerato; dal Kahlbaum; distillato tre volte: bolle a + 114°.

Possiede una conducibilità piuttosto piccola, la quale cresce col crescere della temperatura cioè: 1100 a + 20°, 1350 a + 48°, 1550 a + 62°, 1800 a 83°, 2110 a + 104°.

Metil-ossalato $C_2O_2(O.CH_3)_2$; dal Kahlbaum; fondeva a + 51°.

Conduce discretamente allo stato liquido e la sua conducibilità cresce col crescere della temperatura: conserva una piccola conducibilità anche dopo la solidificazione; anche alla temperatura di + 20° e dopo molte ore che è solidificato restano traccie di conducibilità: a — 20° è quasi completamente isolante.

Metil-benzoato; dal Kahlbaum; distillato due volte: bolle a + 197°.

Possiede una mediocre conducibilità crescente rapidamente al crescere della temperatura cioè: 7300 a + 22°, 10300 a + 37°, 12500 a + 58°, 19000 a + 102°, 21000 a + 125°, 24000 a + 180°.

Etil-formiato; dal Kahlbaum; distillato tre volte: bolle a + 56°.

La sua conducibilità è mediocre e cresce lentamente al crescere della temperatura cioè: 38000 a + 23°, 43000 a + 29°, 44000 a + 33°, 47000 a + 42°, 48000 a + 50°, 48000 a + 56°.

Un altro campione (dal Tromsdorff) distillato tre volte, presentava una conducibilità quasi doppia e quasi indipendente dalla temperatura. Il primo campione di formiato etilico, addizionato del 5 per cento di alcol metilico, presentò una conducibilità assai maggiore, e *decrescente al crescere della temperatura.*

Etil-acetato; dal Kahlbaum; distillato tre volte: bolle a + 75°.

La sua conducibilità è piccola e va crescendo col crescere della temperatura cioè: 500 a + 19°, 620 a + 34°, 740 a + 43°, 1300 a + 64°, 1450 a + 75°.

Un secondo campione, dal Tromsdorff, distillato tre volte, (bollente a + 76°) presenta una conducibilità dieci volte maggiore, ed indipendente dalla temperatura. Un terzo campione, proveniente dal laboratorio di Chimica, presentò una conducibilità ancor maggiore, cioè cinquanta volte più grande di quella del primo campione, e decrescente colla temperatura cioè: 29700 a + 18°, 27400 a + 31°, 27000 a + 47°, 26700 a + 61°, 25500 a + 70°, 21000 a + 75°.

Il primo campione (Kahlbaum), addizionato del 5 per cento di alcol etilico, acquista una conducibilità sette volte più grande la quale decresce con la temperatura cioè: 3400 a + 14°, 3100 a + 25°, 3000 a + 37°, 2800 a + 49°, 2700 a + 58°, 2500 a + 70°.

L'aggiunta di un po' di acido acetico al primo campione, ne aumenta del pari la conducibilità, ma essa seguita a crescere regolarmente colla temperatura.

Questi fatti, cominciarono subito a farmi sospettare, che la conducibilità *anomala*, cioè decrescente al crescere della temperatura, riscontrata nel secondo e nel terzo campione di etere acetico, poteva dipendere da piccole quantità di alcole, che in essi esistesse [1]).

Etil-propionato; dal Kahlbaum; distillato tre volte; bolle a + 98°. Ha piccola conducibilità e crescente regolarmente col crescere della temperatura cioè: 1200 a + 17°, 1550 a + 38°, 1700 a + 47°, 2100 a + 95°.

Un altro campione (avuto dal Tromsdorff) presentò una conducibilita molto maggiore, circa otto volte maggiore ed indipendente dalla temperatura cioè: 9700 a + 18°, 9700 a + 45°, 9660 a + 97°.

Etil-butirrato; dal Kahlbaum; distillato due volte; bolle a + 120°. Ha piccola conducibilità, la quale va crescendo rapidamente col crescere della temperatura cioè: 200 a + 20°, 310 a + 50°, 420 a + 68°, 550 a + 82°, 1020 a + 100°, 1270 a + 114°.

Etil-isobutirrato; dal Kahlbaum; distillato due volte; bolle a + 111°. Conduce poco e la sua conducibilità cresce regolar-

1) Vedasi, Bartoli, Sulla dipendenza dalla temperatura della conducibilità elettrica delle soluzioni degli Alcoli della serie grassa, nei liquidi poco conduttori od isolanti: *Rend. della R. Accademia dei Lincei* 14 Settembre 1886; *Nuovo Cim.* Ottobre 1886.

mente al crescere della temperatura cioè: 183 a + 17°, 310 a + 65°, 520 a + 95°, 650 a + 108°.

Etil-valerato; dal Kahlbaum; distillato due volte. Ha piccola conducibilità, la quale cresce regolarmente colla temperatura cioè: 215 a + 22°, 230 a + 31°, 300 a + 70°, 410 a + 99°, 500 a + 118°, 620 a + 129°.

Etil-carbonato; CO $(O.C_2H_5)_2$ dal Kahlbaum; distillato due volte: bolle a + 124°. Ha poca conducibilità e regolarmente crescente colla temperatura cioè: 120 a + 15°, 250 a + 51°, 500 a + 72°, 750 a + 88°, 1900 a + 123°.

Etil-clorocarbonato; dal Kahlbaum. Ha discreta conducibilità (70000 a + 15°) la quale cresce colla temperatura.

Etil-monocloracetato, Elil dicloracetato, Etil-tricloracetato, dal Kahlbaum, presentarono tutti e tre conducibilità mediocre, (assai superiore a quella dell'etil acetato) e poco diversa tra loro, e in tutti e tre regolarmente crescente colla temperatura.

Etil-ossalato, $C_2 O_2 (O.C_2 H_5)_2$ dal Kahlbaum; presentava una conducibilità piuttosto grande, circa 100000 a + 17°, e regolarmente crescente colla temperatura: questa conduttività può forse attribuirsi (al pari che pei nitrati di composti alcoolici) alla presenza di acido libero, o alla dissociazione parziale del composto.

Etil-malonato, $CH_2 (CO_2 C_2H_5)_2$ dal Kahlbaum. Presenta una piccola conducibilità crescente rapidamente colla temperatura cioè: 1300 a + 16°, 1750 a + 45°, 2380 a + 63°, 2590 a + 73°. 3170 a + 92°, 3650 a + 110°, 5760 a + 145°, 7460 a + 175°.

Etil-succinato, $C_2 H_4 (CO_2 . C_2 H_5)_2$ dal Kahlbaum; bolle a + 213°. Ha conducibilità piuttosto piccola e crescente colla temperatura cioè: 2000 a + 15°, 2260 a + 18°, 4250 a + 53°, 4870 a + 126°, 5480 a + 150°, 11460 a + 210°.

Etil-benzoato; dal Kahlbaum: bolliva a + 209°. Ha conducibilità piccola e crescente colla temperatura cioè: 610 a + 19°, 709 a + 57°, 790 a + 88°, 910 a + 105°, 1090 a + 127°, 1520 a + 152°, 2580 a + 200°.

Etil-cinnamato, $C_9 H_7 O_2 . C_2 H_5$ dal Kahlbaum. Ha una conducibilità mediocre e crescente colla temperatura cioè: 300 a + 18°, 520 a + 26°, 2210 a + 86°, 5100 a + 128°, 10900 a + 170°, 18700 a + 190°, 28000 a + 203°, 74000 a + 258°: dopo l'ebullizione (a+270°) la conducibilità resta accresciuta permanentemente.

Etil nitrato, $C_2H_5 . O . NO_2$ dal Kahlbaum; distillato nel vuoto; bolle a + 88°. Ha una grande conducibilità crescente colla temperatura cioè: 25000 a + 15°, 53100 a + 51°, 72800 a + 83°, 92000 a + 88°. Questa forte conduttività, che si riscontra del pari in tutti gli eteri nitrici di radicali alcoolici della serie grassa, tiene probabilmente a dissociazione.

Propil-formiato; dal Kahlbaum; distillato tre volte; bolle a + 82°. Ha una mediocre conducibilità, la quale cresce con la temperatura cioè: 18000 a + 17°, 21000 a + 43°, 22500 a + 60°, 23800 a + 79°, 24700 a + 82°.

Propil-acetato; dal Kahlbaum; ha conducibilità piuttosto piccola e crescente colla temperatura cioè: 4400 a + 17°, 4750 a + 35°, 4900 a + 53°, 5200 a + 73°, 6700 a + 95°.

Un' altro campione, avuto dalla casa Schuchardt, ha dato conducibilità circa cinque volte più grande, ed anch' essa crescente colla temperatura.

Propil-propionato; dal Kahlbaum; distillato tre volte; ha una mediocre conducibilità, minore di quella del propil acetato e del propil formiato, e crescente con la temperatura cioè: 800 a + 18°, 910 a + 37°, 1100 a + 61°, 1070 a + 72°, 1190 a + 95°, 1320 a + 120°.

Propil-butirrato; dal Kahlbaum, distillato tre volte, ha una conducibilità inferiore ai precedenti propionati; ed essa cresce regolarmente col crescere della temperatura cioè: 175 a + 15°, 200 a + 42°, 340 a + 78°, 460 a + 103°, 530 a + 117°, 680 a + 130°.

Propil-valerato; dal Kahlbaum, distillato tre volte. Ha piccola conducibilità e crescente colla temperatura cioè: 38 a + 18°, 64 a + 45°, 78 a + 54°, 90 a + 61°, 124 a + 70°, 200 a + 91°, 600 a + 150°.

Addizionato del 10 per cento di alcol propilico normale puro la sua conducibilità diventa circa 700 volte più grande, e *decresce al crescere della temperatura*: infatti ottenni per la conducibilità i numeri seguenti: 25500 a + 17°, 21500 a + 51°, 19500 a + 58°, 16000 a + 83°, 9980 a + 114°.

Gli stessi numeri si ottengono così col riscaldamento come col raffreddamento della soluzione.

Isobutil-formiato; dal Kahlbaum; distillato tre volte; bolle a + 98°. Ha una conducibilità mediocre ma minore che pel formiato propilico, etilico, metilico e quasi indipendente dalla temperatura cioè: 17000 a + 17°, 18000 a + 27°, 18100 a + 56°, 17800 a + 75°, 18000 a + 94°.

Un altro campione ha dato conducibilità un po' minori (quasi la metà) e pure quasi indipendenti dalla temperatura.

Isobutil-acetato; dal Kahlbaum; distillato due volte; bolle a + 116°. La sua conducibilità è piuttosto piccola e *decresce al crescere della temperatura.* Infatti essa è 3920 a + 19°, 3700 a + 51°, 3540 a + 62°, 3200 a + 74°, 2850 a + 87°, 2500 a + 103°. Gli stessi numeri si ottengono *così col raffreddamento come col riscaldamento.*

Un altro campione distillato tre volte, e il cui punto di ebullizione era + 115° ha dato una conducibilità cinque volte minore, ed un poco crescente col crescere della temperatura. Tale diversità fra campione e campione, notata pure in altri eteri composti, fa ragionevolmente attribuire il comportamento anomalo di certi eteri (la cui conducibilità va diminuendo colla temperatura) alla presenza di piccola quantità di alcole libero, derivante da incompleta purificazione o da dissociazione.

Isobutil-butirrato; dal Kahlbaum; più volte distillato; ha piccolissima conducibilità, la quale cresce col crescere della temperatura cioè: 34 a + 17°, 36 a + 21°, 42 a + 38°, 52 a + 57°, 62 a + 63°, 106 a + 91°, 224 a + 123°, 400 a + 139°.

Isobutil-isobutirrato; dal Kahlbaum; più volte distillato; presenta alle stesse temperature quasi le stesse conducibilità dell' isobutil butirrato.

Isobutil-valerato. È quasi isolante: quel poco di conducibilità, che gli rimane, va crescendo colla temperatura cioè: 16 a + 16°, 27 a + 47°, 32 a + 53°, 41 a + 65°, 50 a + 73°, 66 a + 85°, 92 a + 104°, 180 a + 127°, 270 a + 126°.

Isobutil-benzoato; dal Kahlbaum. Possiede una conducibilità piuttosto piccola, la quale va crescendo rapidamente colla temperatura cioè: 200 a + 18°, 310 a + 59°, 350 a 77°, 410 a + 94°, 470 a + 108°, 780 a + 149°, 2030 a + 194°.

Isobutil-nitrato. $C_4H_9 . O NO_2$; dal Kahlbaum; distillato nel vuoto; bolle a + 130°. Al pari degli altri eteri nitrici pos-

siede una forte conducibilità, la quale cresce un poco col crescere della temperatura cioè: 23000 a + 22°, 29500 a + 48°, 31000 a + 61°, 33600 a + 75°, 33000 a + 104°.

Amil-formiato; dal Tromsdorff; distillato tre volte. Possiede una mediocre conducibilità, la quale è quasi indipendente dalla temperatura. Infatti essa è 6800 a + 22°, 6810 a + 32°, 6750 a + 38°, 6910 a + 42°, 7080 a + 52°, 7190 a + 72°.

Un altro campione, dal Kahlbaum, ha dato una conducibilità circa doppia ed anche essa quasi indipendente dalla temperatura.

Amil-acetato; dal Kahlbaum; distillato tre volte; bolle a + 148°. Possiede una piccola conducibilità, la quale resta costante da + 10° a + 71°, e da 80° in su va crescendo colla temperatura cioè: 1100 a + 20°, 1110 a + 25°, 1100 a + 33°, 1120 a + 38°, 1100 a + 45°, 1110 a + 57°, 1110 a + 62°, 1125 a + 71°, 1250 a + 85°, 1300 a + 94°, 1420 a + 101°, 1540 a + 107°, 1650 a + 113°, 2408 a + 132°.

Amil-propionato; dal Kahlbaum; due volte distillato; possiede una conducibilità piccolissima e rapidamente crescente colla temperatura cioè: 116 a + 18°, 132 a + 23°, 186 a + 48°, 222 a + 64°, 302 a + 77°, 410 a + 92°, 520 a + 113°, 650 a + 141°.

Amil-butirrato; dal Kahlbaum; due volte distillato. È quasi isolante, ma quel poco di conducibilità, che presenta, cresce con la temperatura. Infatti le conducibilità trovate sono: 17 a + 17°, 36 a + 46°, 110 a + 80°, 150 a + 95°, 210 a + 107°, 400 a + 132°, 720 a + 152°, 825 a + 163°.

Amil-valerato; dal Kahlbaum; due volte distillato; alle basse temperature si può riguardare come un vero isolante, al pari dell'olio comune di oliva; ad alte temperature presenta traccie di conducibilità, le quali diventano più marcate al crescere della temperatura. Infatti ho ottenuto: 1 a + 15°, 1,8 a + 34°, 3 a + 50°, 5 a + 63°, 7 a + 78°, 10 a + 85°, 15 a + 98°, 35 a + 119°, 52 a + 128°, 71 a + 142°, 110 a + 156°, 170 a + 175°, 278 a + 185°.

Amil-benzoato; dal Kahlbaum; Possiede una piccola conducibilità, la quale va crescendo col crescere della temperatura. Infatti ho trovato: 57 a + 17°, 78 a + 26°, 150 a + 55°, 210

a + 67°, 390 a + 85°, 450 a + 98°, 650 a + 125°, 1100 a + 150°, 2600 a + 198°.

Amil-nitrato, $C_5 H_{11} . O NO_2$; dal Kahlbaum. Conduce piuttosto bene, come gli altri eteri nitrici; la sua conducibilità va crescendo con la temperatura cioè: 14900 a + 18°, 23000 a + 41°, 25000 a + 49°, 39000 a + 70°, 48000 a + 90°, 60000 a + 117°.

Triacetina. $C_3 H_5 (O . C_2 H_3 O)_3$ (liquido assai viscoso). Presenta una piccola conducibilità, la quale va crescendo molto rapidamente al crescere della temperatura, fatto, da me altre volte notato, per i liquidi molto viscosi. Infatti le conducibilità da me trovate sono: 180 a + 23°, 240 a + 31°, 330 a + 38°, 680 a + 62°, 880 a + 74°, 1130 a + 89°, 1440 a + 110°, 1910 a + 145°, 2180 a + 165°.

Tristearina, $C_3 H_5 (O . C_{18} H_{35} O)_3$. Solida era bianchissima: fondeva a + 66°,1 formando un liquido senza colore, perfettamente trasparente.

Essa è un isolante quasi perfetto: ad alte temperature acquista una piccola conducibilità, la quale va crescendo al crescere della temperatura. Le conducibilità, che ho misurate, sono: 0 a + 35°, 0 a + 54°, 0.2 a + 70° (liquida), 1 a + 90°, 2 a + 106°, 3 a + 120°, 18 a + 130°, 52 a + 146°, 69 a + 165°, 88 a + 175°, 110 a + 183°, 135 a + 190°, 160 a + 197°, 190 a + 201°, 220 a + 213°, 291 a + 230°.

Soluzioni di alcoli e di acidi negli eteri precedenti.

Se si prende dell' Etil acetato, che ha una conducibilità crescente colla temperatura cioè: 500 a + 19°, 620 a + 34°, 740 a + 43°, 1300 a + 64°, 1450 a + 75°; e vi si aggiunge dal 2 al 20 per 100 di alcole etilico, queste soluzioni hanno una conducibilità *decrescente col crescere della temperatura* (fenomeno già da me trovato nel 1886 [1])). Invece le soluzioni, ottenute coll' aggiunta dell' 1 al 20 per 100 di un acido della serie grassa, mantengono una conducibilità crescente colla temperatura.

1) Bartoli, Sulla Conducibilità a diverse temperature delle soluzioni degli Alcoli $C_n H_{2n+2} O$; *Nuovo Cimento* e *Gazzetta Chimica*, 1886.

Al modo stesso dell'Etil acetato si comportano gli altri eteri composti come il Metil valerato, l'Etil butirrato, il Propil butirrato, il Propil valerato, l'isobutil valerato, l'isobutil isobutirrato, l'isobutil butirrato, l'amil valerato, l'amil butirrato, l'etil benzoato, ecc. ecc., i quali addizionati coll'1 al 20 per 100 di uno dei seguenti acidi: formico, acetico, butirrico, propionico, oppure di acetone, anidride acetica, di paraldeide, di fenolo, di anilina, ecc. hanno in tutti i casi mantenuta la conducibilità crescente al crescere della temperatura: mentre, se furono addizionati coll'1 al 15 per cento di uno dei seguenti alcoli: metilico, etilico, propilico, isobutilico, amilico, allilico, presentano sempre una conducibilità *decrescente al crescere della temperatura;* così per esempio aggiungendo il 10 per 100 di alcool propilico al metil valerato, ottenni le seguenti conducibilità:

18200 a + 21°, 17500 a + 37°, 15000 a + 70°, 12900 a + 97°

ed aggiungendo il 10 per 100 di alcole isobutilico all'isobutil-isobutirrato, ottenni le seguenti conducibilità:

4000 a + 21°, 3800 a + 33°, 3500 a + 50°, 3100 a + 73°,
2800 a + 90°, 2600 a + 111°, 2200 a + 117°.

Confronto della conducibilità delle serie omologhe di eteri composti.

Nella tavola seguente ho trascritto le conducibilità, misurate alla temperatura ordinaria (circa da + 15° a + 20°), degli eteri delle seguenti serie omologhe:

	Formiato	Acetato	Propionato	Butirrato	Valerato
Metil	45 000	5 200	5 100	2 000	1 100
Etil	38 000	500	1 200	200	215
Propil	18 000	4 400	800	175	38
Isobutil	17 000	3 920	—	34	16
Amil	6 800	1 100	116	17	1

Come si vede in ciascheduna serie orizzontale e verticale la *conducibilità va decrescendo col crescere della complessità della formula.*

Analogo resultato dà la serie dei benzoati, che alla temperatura ordinaria hanno le seguenti conducibilità.

Metil benzoato	7300
Etil benzoato	610
. . . .	
Isobutil benzoato	200
Amil benzoato	57

Nella tavola seguente sono scritte le conducibilità delle precedenti serie di eteri, *alla temperatura di ebullizione.*

	Formiato	Acetato	Propionato	Butirrato	Valerato
Metil	58 000	5 800	7 100	3 190	2 110
Etil	48 000	1 450	2 100	1 270	620
Propil	24 700	6 700	1 320	680	600
Isobutil	18 000	2 500	—	400	270
Amil	7 190	2 480	650	825	278

Come si vede, anche alla temperatura di ebullizione, le conducibilità degli eteri composti vanno decrescendo col crescere della complessità della formula.

Analogo resultato dà la serie dei benzoati, i quali alla temperatura di ebullizione hanno le seguenti conducibilità:

Metil benzoato	24 000
Etil benzoato	2 580
. . . .	
Isobutil benzoato	2 030
Amil benzoato	2 600.

Conclusioni. — Riassumo qui brevemente i resultati a cui son giunto in questo lungo e paziente studio delle conducibilità degli eteri:

1.° Nella serie degli eteri composti derivanti da un dato radicale alcoolico con diversi acidi della serie grassa, le conducibilità alla temperatura ordinaria e così pure alla temperatura di ebullizione vanno decrescendo col crescere della complessità della formula: così per es. i formiati sono più conduttori che non i valerati; anche l'influenza del radicalo alcoolico si fa del pari sentire sulla conducibilità, la quale anche in questo caso diminuisce col crescere della complessità della formula; così per es. il metil valerato è sufficientemente conduttore, mentre l'amil valerato è un isolante.

Questo resultato è analogo a quello da me trovato per gli alcoli e per gli acidi della serie grassa.

2.° In generale la conducibilità degli eteri composti va crescendo continuamente al crescere della temperatura; l'accrescimento di conducibilità per un grado di temperatura è più forte per gli eteri che hanno una formula più complessa, che per quelli che hanno una formula più semplice; così per es. è grandissimo per l'*amil valerato*, per l'*amil butirrato*, e per l'*isobutil valerato* e piccolissimo pel *metil formiato*, pel *metil acetato*, per l'*etil formiato*.

Questo resultato può enunciarsi in altro modo (osservando che nelle serie omologhe, la *viscosità* va crescendo regolarmente col crescere della complessità della formula) dicendo che nelle serie omologhe degli eteri il *coefficiente* di accrescimento della conducibilità per la temperatura cresce col crescere della viscosità degli eteri: resultato altre volte da me ripetutamente enunciato, e confermato da altri sperimentatori.

3.° Sopra circa 60 eteri composti da me studiati, solo un campione di etil acetato mi ha dato una conducibilità decrescente col crescere della temperatura, ma un altro campione dello stesso etere, meglio purificato, ha dato una conducibilità regolarmente crescente colla temperatura: anche un campione di isobutil acetato ha pure presentato una conducibilità decrescente al crescere della temperatura.

Tale conducibilità anomala potrebbe spiegarsi colla presenza di una, anche piccolissima, quantità di un alcole qualunque della serie grassa.

4.° L'addizione dell'1 al 20 per cento di un alcole qualunque ad un etere composto, fa acquistare alla soluzione una conducibilità *decrescente* al *crescere* della temperatura: mentre coll'addizione di un *fenolo*, di un *chetone*, dell'*anilina*, della *paraldeide*, di *un acido qualsiasi* agli stessi eteri, la loro conducibilità continua ad essere crescente al crescere della temperatura.

Gabinetto di Fisica dell'Università di Pavia, Maggio 1894.

SUL CALORE SPECIFICO DEI GAS

Ricerche sperimentali del Dott. SILVIO LUSSANA

PARTE SECONDA

Con l'apparecchio descritto nella prima parte di questo lavoro [1]), ho eseguite alcune determinazioni di cui ne darò in questa seconda parte la relazione. Prima di tutto però dirò brevemente come procedo in ogni esperienza, e come eseguisco i calcoli relativi.

Dopo avere introdotto il gas alla pressione voluta accendo la fiamma sotto la caldaia portando all'ebollizione il liquido in essa contenuto. La temperatura del termometro T_5 raggiunge ben presto un massimo, che si mantiene poi costante finchè dura l'ebollizione del liquido. Dopo due ore almeno, a partire da questo istante, incomincio le osservazioni; perciò chiudo il rubinetto β, innalzo il cilindro B finchè il mercurio arriva nel tubo E al punto voluto, leggo la posizione del mercurio nei due bracci del manometro e quindi la temperatura dei termometri T_1, T_2, T_3, T_4, T_5; quindi seguo il termometro T_2 di minuto

1) V. N. *Cim.* (3), p. 16, fasc. di luglio 1894.

in minuto, ed i termometri T_3 e T_4 di cinque in cinque minuti; dopo dieci o quindici minuti apro il rubinetto β e chiudo α e faccio le letture al manometro e sui termometri; al principio del minuto successivo, dopo fatta la lettura di T_2, abbasso il cilindro B fino ad una posizione precedentemente determinata e tale che allorquando il mercurio si è livellato giunge in un punto fisso del cannello D; per porsi in equilibrio il Hg impiega 3 minuti circa; in questo intervallo seguo di minuto in minuto tutti i termometri ed il manometro: dopo di chè mi assicuro che realmente il mercurio si è posto in equilibrio e quindi chiudo il rubinetto β ed apro α; fatta di nuovo la lettura del manometro e del termometro riporto il cilindro B nella sua posizione iniziale, quindi seguo il termometro T_2 di minuto in minuto ed i termometri T_3 e T_4 di cinque in cinque minuti finchè il mercurio sia ritornato nel tubo E al punto voluto; dopo di chè torno ad aprire il rubinetto β ed a chiudere α seguendo di poi le operazioni ora indicate. D'ordinario il gas lo faccio così circolare nei serpentini da sette ad otto volte ottenendo un aumento di temperatura nel vaso calorimetrico dal quale si tratterà di dedurre il calore specifico del gas. Per ogni singolo passaggio della massa di gas contenuta nel cilindro A l'aumento di temperatura nel calorimetro è relativamente piccolo, sicchè la velocità con cui varia la temperatura del calorimetro in causa delle variazioni esterne, del calore comunicatogli dalla caldaia o dal movimento dell'agitatore, e del calore perso per irradiazione o per conduzione cambia pochissimo, e le correzioni quindi che si devono portare ai risultati bruti sono meno incerte di quello che sarebbe se l'aumento di temperatura fosse grande. Per dare un'idea della natura e della attendibilità di queste correzioni riferirò qui una serie di letture così come le trovo nel giornale delle osservazioni. L'apparecchio contiene aria secca. La prima colonna della tabella dà la pressione calcolata dalla lettura fatta sul manometro in atmosfere; la seconda l'ora in cui vengono eseguite le letture, e le altre cinque le temperature corrette dei singoli termometri.

Pressione	Tempo	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	Osservazioni
atm 14,81	h m 9 53	6°,8	10°,085	9°,10	6°,32	86°,10	
	54		100				
	55		116				
	56		131				
	57		147				
	58		163				
	59		178	9, 18	6 ,37	86 ,10	
	10 0		194				
	1		210				
	2		225				
	3		241				
	4		256	9, 26	6 ,42		
14,80	5	6, 8	272	9, 26	6 ,43	86 ,10	Chiudo il rubinetto α ed apro β.
14,80	6	6, 8	296	9, 27	6 ,43	86 ,10	Faccio circolare il gas.
14,80	7	6, 8	335	9, 28	6 ,44	86 ,00	
14,80	8	6, 8	361	9, 30	6 ,45	85 ,98	Chiudo il rubinetto β ed apro α.
	9		376				
	10		392				
	11		407				
	12		422				
	13		438				
	14		454	9, 38	6 ,50		
14,80	15	6, 8	469	9, 40	6 ,50	86 ,10	Chiudo il rubinetto α ed apro β.
14,80	16	6, 8	491	9, 45	6 ,52	86 ,10	Faccio circolare il gas.
14,80	17	6, 8	532	9, 45	6 ,53	86 ,02	
14,80	18	6, 8	556	9, 48	6 ,55	85 ,95	Chiudo il rub. β ed apro α.
	19		571				
	20		587				
	21		602				
	22		618				

Pressione	Tempo	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	Osservazioni
	h m 10 23		10°,633	9°,65	6°,71		
	24		648				
atm. 14,80	25	6°,8	663	9 ,72	6 ,75	86°,10	Chiudo il rub. α ed apro β.
14,80	26	6 ,8	678	9 ,75	6 ,75	86 ,10	Faccio circolare il gas.
14,80	27	6, 8	702	9 ,77	6 ,76	86 ,03	
14,80	28	6 ,8	742	9 ,78	6 ,78	85 ,95	
	29		767				Chiudo il rub. β ed apro α.
	30		782				
	31		797				
	32		813				
14,80	33	6 ,8	828	9 ,92	6 ,83	86 ,10	Chiudo il rub. α ed apro β.
14,80	34	6 ,8	843	9 ,95	6 ,83	86 ,10	Faccio circolare il gas.
14,80	35	6 ,8	868	9 ,95	6 ,85	86 ,05	
14,80	36	6 ,8	905	9 ,98	6 ,86	85 ,92	Chiudo il rub. β ed apro α.
	37		929				
	38		944				
	39		959				
	40		965				
	41		980	10°,00	6 ,91		
	42		11°,005				
	43		021				
	44		036				
.....	....	...	....	....	....	....	....

Come si vede in questa tabella il termometro T_4 si comporta con sufficiente regolarità, e l'incremento che si osserva non è punto collegato col passaggio del gas. Così pure è regolare l'andamento del termometro T_2. L'aumento medio di temperatura per minuto nel primo intervallo fra le 9^h53^m e le 10^h5^m è di 0°.0156; nel secondo intervallo fra le 10^h8^m e le 10^h15^m è di 0°,0154; nel terzo intervallo fra le 10^h18^m e le 10^h26^m è di 0°,01525;

nel quarto intervallo fra le 10^h29^m e le 10^h34^m è di 0°,0152; nel quinto intervallo fra le 10^h37^m e le 10^h44^m è di 0°,0153.

Questo aumento medio tende a diminuire, ciò che è naturale perchè la temperatura del calorimetro deve tendere verso un regime permanente, ma la diminuzione è così insignificante che mi pare, in queste condizioni, di essere autorizzato a supporre che la *variazione per minuto della temperatura del calorimetro durante il passaggio del gas per cause esterne, sia la media fra le variazioni che si osservano nell' intervallo che precede e quello che sussegue la circolazione del gas.*

L' aumento totale di temperatura osservato nel calorimetro mentre il gas circola la prima volta nell' apparecchio sarebbe di 0°,089; la circolazione ha durato 3 minuti e siccome l' aumento di temperatura del calorimetro dovuto a cause estranee in questo intervallo è di 0°,0155 per minuto, così dovremo dedurre che la temperatura del calorimetro si sarà aumentata di 0°,042 per il calore ceduto dal gas. Allo stesso modo si calcola negli altri tre casi un aumento di temperatura del calorimetro rispettivamente di 0°,041; 0°,043; 0°,040. La media di questi valori ci rappresenta l'aumento di temperatura prodotto nel calorimetro per il calore ceduto da un volume di aria uguale al volume del cilindro A sotto la pressione di 14^{atm},80 quando si raffredda dalla temperatura della caldaia alla temperatura del calorimetro [1]). Per avere la temperatura del gas quando si trova nella caldaia, faccio la media fra le due temperature massima e minima osservate durante la circolazione. Nei quattro casi contenuti nella tabella precedente tali medie sono di 86°,04; 86°,025; 86°,025; 86°,01. Di questi valori faccio la media ottenendo così come temperatura dell'aria al momento in cui entra nel calorimetro la temperatura di 86°,025. Per temperatura del calorimetro assumo la temperatura media fra la massima e la minima osservate durante la circolazione del gas; ciò che nelle quattro determinazioni contenute nella precedente tabella mi dà rispettivamente la tempera-

1) Io in realtà in seguito farò la somma di tutti questi aumenti di temperature; tale somma rappresenterà l'aumento della temperatura del calorimetro per il calore ceduto da un volume di gas eguale al volume del cilindro A moltiplicato per il numero di volte che si fa circolare il gas, quando si raffredda dalla temperatura della caldaia a quella del calorimetro.

tura di: 10°,315; 10°,512: 10°,723; 10°,886 la cui media è di 10°,609. Suppongo allora che l'aria sia passata dalla temperatura di 86°,025 alla temperatura di 10°,609 subendo quindi un raffreddamento in media di 75°,416.

La quantità di calore pertanto assorbita dall' acqua è di 0,0415 . K calorie, mentre la quantità di calore ceduto dal gas è di P . x . 75,416 calorie, essendo P il peso del gas contenuto nel cilindro A ed x il suo calore specifico. Tutti gli elementi così sono noti, purchè si possa determinare P, a meno del calore specifico, che si potrà quindi calcolare. Onde determinare P, conoscendo il peso specifico del gas nelle condizioni normali, ricorro alle determinazioni di Amagat, Wroblewscki, Andrews, ecc. sulla compressibilità dei gas facendo uso ogni volta di formole che indicherò nei singoli casi.

Qualche rara volta però non fu possibile fare un calcolo così semplice. Le variazioni di temperatura nel calorimetro prima e dopo il passaggio del gas si presentavano differenti; e precisamente la variazione dopo fu più piccola di quella che si aveva prima; per cui fui costretto a calcolare il termine di correzione nel calcolo dell'aumento di temperatura subìto dal calorimetro per il calore ceduto dal gas, seguendo un processo uguale a quello indicato dal Regnault. Osservo però che nel mio caso la incertezza proveniente da tali correzioni anche così calcolate, è molto minore che nel caso di Regnault, perchè qui le variazioni di temperatura del calorimetro sono molto piccole in confronto di quelle con le quali aveva a che fare Regnault, e quindi anche l' andamento prima e dopo il passaggio del gas differisce molto meno di quello che nelle esperienze del Regnault. Riferirò un'altra serie di osservazioni sciegliendola fra quelle che offrono le variazioni massime.

Nell' apparecchio si trova del metane.

Pressione	Tempo	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	Osservazioni
atm 33,60	h m 15 57	11°,2	12°,584	La colonna sporgente è trascurabile.	Avendo constatato che la variazione di T_4 non dipende dal passaggio del gas non si fecero letture	93°,5	
	58		601				
	59		619				
	16 0		637				
	1		654				
	2		672				
	3		689				
	4		707				
	5		725				
	6		742				
	7		760				Chiudo il rubinetto α ed apro β.
33,59	8	11,2	778			93,5	Faccio circolare il gas.
33,59	9	11,2	824			93,5	
33,59	10	11,2	924			93,3	
33,59	11	11,2	977			93,1	Chiudo il rubinetto β ed apro α.
	12		994				
	13		13,010				
	14		027				
	15		044				
33,59	16	11,2	060			93,4	Chiudo il rubinetto α ed apro β.
33,59	17	11,2	077			93,4	Faccio circolare il gas.
33,59	18	11,2	116			93,2	
33,59	19	11,2	210			93,0	
	20		270				Chiudo il rubinetto β ed apro α.
	21		286				
	22		301				
	23		317				
	24		333				
	25		348				Chiudo il rubinetto α ed apro β.
33,59	26	11,2	364			93,4	Faccio circolare il gas.

Pressione	Tempo	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	Osservazioni
atm. 33,59	h m 16 27	11°,2	13°,408	La colonna sporgente è trascurabile.	Avendo constatato che la variazione di T_4 non dipende ecc.	93°,4	
33,59	28	11,2	500			93,2	
33,59	29	11,2	556			93,0	Chiudo il rubinetto β ed apro α.
	30		570				
	31		585				
	32		600				
	33		614				
	34		629				
	35		644				
	36		658				
....	...	...	....			..	....

In questo caso, come si vede, l'aumento medio per minuto del termometro calorimetrico nei quattro intervalli riportati è di 0°,0176 nel primo; di 0°,0167 nel secondo; di 0°,0157 nel terzo e di 0°,0146 nel quarto. Le differenze qui sono troppo rilevanti per potere essere autorizzati a prendere la media come coefficiente di correzione nei tre minuti nei quali avviene il passaggio del gas. Ecco pertanto come determinai questa correzione.

La quantità di calore che viene di minuto in minuto comunicata al calorimetro dalla caldaia e dal movimento dell'agitatore si può supporre sempre la stessa, essendo molto grande la differenza di temperatura fra la caldaia ed il calorimetro, purchè si mantenga costante la temperatura della caldaia e la velocità dell'agitatore; potremo dunque indicare con K l'aumento di temperatura che si avrebbe nel calorimetro per questa causa se non esistessero perdite; l'abbassamento della temperatura del calorimetro per il calore che viene ceduto dal calorimetro all'aria ambiente è sempre proporzionale alla differenza di temperatura fra il calorimetro e l'ambiente; se dunque indichiamo con T_1 e T_2 le temperature medie dell'aria ambiente e del calorimetro in un minuto avremo che la variazione di temperatura del ca-

lorimetro in virtù di queste due cause in un minuto sarà data da

$$dT = A\ (T_2 - T_1) + K$$

Il valore dT è lo stesso per ciascun intervallo, ma varia da intervallo ad intervallo; avremo dunque per due intervalli successivi le due relazioni:

$$dT = A\ (T_2 - T_1) + K$$
$$dT' = A\ (T_2' - T_1') + K$$

dalle quali potremo ricavare i valori di A e K e quindi calcolare i valori di dT per tutto il tempo che si ha fra questi due intervalli.

Il valore di T_1 è realmente costante per tutto un intervallo, ma T_2 varia; assumo per T_2 la media fra le temperature osservate nel calorimetro in principio ed in fine di ciascun intervallo. Per il primo intervallo i valori estremi di T_2 sono $12^\circ,581$ e $12^\circ,778$; la media sarà $12^\circ,681$. Le quattro equazioni che si riferiscono ai quattro intervalli sono dunque:

$$0,0176 = A.\ 1,481 + K$$
$$0,0167 = A.\ 1,827 + K$$
$$0,0157 = A.\ 2,117 + K$$
$$0,0146 = A.\ 2,407 + K.$$

I valori medii di A e K ricavati da queste equazioni combinate a due a due sono: $A = -0,003281$; $K = 0,0227$. La variazione dunque sofferta dalla temperatura del calorimetro ad ogni minuto per effetto di cause esterne sarà:

$$dT = -0,003281\ (T_2 - T_1) + 0,0227$$

essendo T_2 e T_1 le temperature medie osservate durante quel minuto nel calorimetro e nell'aria. Queste temperature si vede subito come si abbiano dalla precedente tabella essendo le osservazioni eseguite di minuto in minuto. I valori di dT che si riferiscono ai tre minuti durante i quali circolò la prima volta il gas nell'apparecchio, calcolati colla formola precedente, sono: $0^\circ,0174$; $0^\circ,0172$; $0^\circ,0170$, la cui somma dà come termine di correzione $0^\circ,0516$; la stessa correzione calcolata tenendo come in-

cremento medio di temperatura la media degli incrementi dovuti al primo e secondo intervallo avrebbe dato come termine di correzione 0°,0515. L'aumento totale di temperatura nel calorimetro durante il primo passaggio del gas è di 0°,199; per cui l'aumento dovuto al calore ceduto dal gas è di 0°,147. Lo stesso calcolo ripetuto per gli altri due passaggi contenuti nella tabella precedente ci dà come termine di correzione per il secondo 0,0488 mentre calcolato nel solito modo sarebbe stato di 0°,0486; l'aumento di temperatura quindi dovuto in questo caso al calore ceduto dal gas è di 0°,144; il termine di correzione per il terzo passaggio è di 0°,0459 in luogo di 0°,0455 e l'aumento di temperatura dovuto al calore ceduto dal gas è di 0°,147. Si vede da qui quanto sia piccola l'incertezza nelle correzioni anche nelle determinazioni nelle quali essa si presenta come massima. Con tutto questo quando gli incrementi medii che si riferiscono agli intervalli successivi presentano qualche differenza, le correzioni le calcolai nel modo ora indicato.

Ed ora esporrò qui i risultati ottenuti con questo apparecchio in una prima serie di esperienze. In seguito avendo apportate alcune modificazioni atte in parte a togliere alcune cause che possono rendere un poco incerte le determinazioni del calore specifico, riferirò in una seconda serie i risultati ottenuti col nuovo apparecchio, dopo di averne descritte le modificazioni. Per ogni gas eseguii sempre almeno due serie di osservazioni partendo dalla pressione più alta fino alla più bassa, e di più prima di riempire l'apparecchio col gas che doveva essere studiato, ne facevo circolare in esso una quantità notevole onde scacciare ogni traccia di qualunque altro gas che vi poteva essere, manovrando a tale uopo convenientemente i diversi rubinetti dell'apparecchio, ed alzando e abbassando successivamente il cilindro A. Nelle tabelle che seguono, per brevità, riferisco solo le medie dei risultati ottenuti alle stesse pressioni; indico però tutti gli elementi che possono servire al calcolo del calore specifico.

Aria atmosferica.

L'aria venne essiccata facendola gorgogliare in tre successive bottiglie con acido solforico concentrato, quindi facendola

passare attraverso un tubo contenente pietra pomice imbevuta d'acido solforico, e finalmente attraverso altri due tubi con cloruro di calce. Essa viene raccolta direttamente dall'ambiente in cui si opera. Il manometro contenendo dell'aria secca, si capisce facilmente come in questo caso si possa determinare la quantità di aria che si fa circolare, calcolando il volume che avrebbe occupato l'aria rinchiusa nel cilindro A se fosse stato portato alle condizioni normali.

Nelle seguenti tabelle indicano

P la pressione assoluta sotto la quale fu eseguita l'esperienza in atmosfere.

t_1 la temperatura ambiente.

t_2 la temperatura della caldaia.

t_3 la temperatura media del calorimetro durante l'esperienza.

Δ l'aumento di temperatura subìto dal calorimetro per il calore ceduto dal gas.

n il numero di volte che si è fatto circolare il gas contenuto nel cilindro A per ottenere nel calorimetro l'aumento di temperatura Δ.

v il volume a cui si riduce l'unità di volume del gas essendo portato alla pressione P ed alla temperatura t_1.

p il peso totale del gas che si è fatto circolare nell'apparecchio.

c_p il calore specifico medio a pressione costante fra le temperature t_2 e t_3 riferito all'unità di peso.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p
atm.	°	°	°	°			gr	
4,37	5,4	88,1	7,552	0,098	8	0.227790	11,1696	0.2437
6,62	4.6	87,8	6,531	0.154	8	0,150830	17,0224	0.2491
8,65	4,3	88.1	5,751	0.210	8	0,115075	22,4312	0.2544
9,17	4,4	89,7	5,957	0,226	8	0,108578	23,7728	0.2540
9.44	7,8	89,1	13,671	0.208	8	0,105485	24,1816	0,2552
9,78	7,4	87,3	11,267	0,219	8	0.101833	25,0908	0,2569
14,80	6.8	86.1	10,283	0,333	8	0,069493	36.9912	0,2657
23,70	9.9	89,3	17.909	0.419	6	0,041841	45.7056	0.2873
31,46	9.8	86,9	17,244	0,574	6	0.031437	60,9102	0,3027
40,69	9.8	86.9	15,021	0,825	6	0.024207	79,1280	0,3245
45,50	9,8	86,8	14,830	0,955	6	0,021624	88,6626	0,3347

Il calore specifico dell' aria a pressione costante, riferito all' unità di peso, cresce quindi colla densità; l' aumento è pressochè proporzionale all' aumento della densità. Costruendo con questi dati una curva, si vede che l' aumento per ogni atmosfera è di circa 0,0022. Vedremo nella seconda serie che questo valore è un po' troppo grande; ma ad ogni modo è fuori di dubbio che tale aumento esiste.

Ossigeno.

L' ossigeno lo preparai dal clorato potassico. Raccolsi dapprima il gas in un gasometro; per purificarlo lo feci gorgogliare attraverso parecchie bottiglie con liscivia di potassa le une, e con acido solforico le altre. Venne essiccato quindi con le stesse precauzioni che con l'aria. Onde passare dal volume di questo gas alla pressione sotto la quale si eseguisce l' esperienza, a quello che la stessa quantità di gas occupa alla pressione atmosferica, feci uso dell' equazione caratteristica di questo gas calcolata dal Sarrau in base alle misure di Amagat. L' equazione caratteristica di un gas essendo secondo Clausius [1])

$$p = \frac{RT}{v-\alpha} - \frac{K}{T(v+\beta)^2}$$

dove R, K, α e β sono delle costanti, mentre p è la pressione, T la temperatura assoluta e v il volume riferito al volume del gas contenuto nell' apparecchio alla pressione di una atmosfera, il Sarrau [2]) dà come costanti per l' ossigeno i valori:

$$R = 0{,}003663\,;\quad K = 0{,}5475\,;\quad \alpha = 0{,}000890\,;\quad \beta = 0{,}000686.$$

Questa formula ordinata rispetto a v dà l'equazione di terzo grado:

$$v^3 + \left(2\beta - \alpha - \frac{RT}{p}\right)v^2 + \left(\beta^2 - 2\alpha\beta - \frac{2\beta RT}{p} + \frac{K}{Tp}\right)v$$
$$-\alpha\beta^2 - \frac{RT\beta^2}{p} - \frac{K\alpha}{Tp} = 0\,,$$

la quale può essere facilmente risolta. Egli è però qui più spic-

1) Clausius. Ueber das Verhalten der Kohlensäure in Bezug auf Druck, Volumen und Temperatur (*Wied. Ann.*, 9, 337, 1880).

2) Sarrau. Sur la compressibilite des gaz (*C. R.* 94, 639, 718, 845. 1882).

cio il determinare v per successive approssimazioni. Supposto infatti nullo il termine di correzione

$$\frac{K}{T(v+\beta)^2},$$

si ha immediatamente

$$v = \frac{RT}{p} + \alpha .$$

Con questo valore di v calcolo il termine di correzione; questo valore così calcolato lo aggiungo a p ottenendo così un nuovo valore di p che mi serve a calcolare un secondo valore di v più approssimato del primo. Con questo secondo valore di v ricalcolo il termine di correzione e così di seguito finchè quest' ultimo rimane costante. Il valore di v che corrisponde a questo termine di correzione è quello che risolve l' equazione iniziale. Il valore di v così calcolato rappresenta il volume a cui si riduce alla pressione p un volume di ossigeno uguale ad uno quando si trova alla temperatura centigrada t ed alla pressione di un'atmosfera. Se quindi sotto la pressione p ed alla temperatura t il volume del gas, espresso in centimetri cubici, è V, alla pressione di un' atmosfera ed alla temperatura t sarà V/v; mentre alla pressione di un'atmosfera ed alla temperatura di 0° sarà:

$$\frac{V}{v(1+\alpha t)}$$

essendo α il coefficiente di dilatazione del gas. Egli è allora facile di determinare il peso del gas contenuto nel cilindro A alla pressione p ed alla temperatura t, moltiplicando il valore $\frac{V}{v(1+\alpha t)}$ per la densità del gas a 0° e sotto la pressione di una atmosfera.

I risultati ottenuti coll' ossigeno sono contenuti nella seguente tabella.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p
atm	0	0	0	0			gr	
4,50	8,8	98,5	10,772	0,105	8	0,228000	12,1914	0,2201
8,74	8,8	98,4	11,858	0,211	8	0,117165	23,9564	0,2275
10,21	8,0	98,4	11,530	0,244	8	0,099900	27,5886	0,2276
11,63	8,0	98,2	10,454	0,289	8	0,087529	32,2622	0,2280
12,95	8,0	98,1	9,984	0,368	9	0,078511	40,4992	0,2310
14,63	7,0	97,9	9,986	0,328	7	0,069123	35,9413	0,2320
24,71	8,2	98,3	10,127	0,580	7	0,040835	60,9328	0,2415
32,86	8,3	98,3	9,756	0,732	6	0,029312	73,1000	0,2532
39,06	8,2	97,8	11,275	0,709	5	0,025467	70,3869	0,2605
43,33	7,5	97,9	10,314	0,815	5	0,022816	78,9629	0,2635

Il calore specifico a pressione costante riferito all'unità di peso dell'ossigeno cresce quindi coll'aumentare della densità. L'aumento del calore specifico è pressochè proporzionale all'aumento della densità, e si può dire che per ogni atmosfera l'aumento nel calore specifico è di circa 0,0011.

Idrogeno.

L'idrogeno venne preparato da zinco ed acido solforico. Lo lavai facendolo passare attraverso delle bottiglie contenenti le une una soluzione concentrata di permanganato potassico resa alcalina con liscivia di soda, le altre una soluzione pure concentrata di permanganato potassico ed acidificata con acido solforico concentrato. Lo raccolsi in un gasometro, lo asciugai poi prima di farlo entrare nella pompa usando del solito apparecchio essiccante. Le costanti dell'equazione caratteristica di questo gas sono secondo Sarrau:

$$R = 0,003663\,;\ K = 0,0551\,;\ \alpha = 0,000\,887\,;\ \beta = -0,000\,430.$$

Il Wroblewski (1) diede all'equazione caratteristica dell'idrogeno la forma:

$$p = \frac{R\,T}{v - \alpha} - \frac{K}{E^{T}\,v^2}$$

essendo

$$R = \frac{1}{273}\,;\ \alpha = 0,00111665\,;\ K = 0,00051017\,;\ E = 1,003892.$$

1) Wroblewski. *Wien. Sitzungber.* 97, 1888.

Nella tabella qui sotto le ultime tre colonne si riferiscono precisamente ai valori che le quantità rappresentate da v', p', e c'_p assumono facendo uso di questa formola del Wroblewski, mentre le tre colonne v, p, e c_p indicano le stesse quantità, ma calcolate in base alla formola di Sarrau.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p	v'	p'	c'_p
atm.	°	°	°	°			gr.			gr.	
5,88	7,2	98,5	10,317	0,156	9	0,175170	1,1415	3,4669	0,175520	1,1362	3,4830
9,17	7,2	93,3	9,632	0,223	8	0,112596	1,5838	3,5517	0,112922	1,5792	3,5625
9,25	7,2	98,4	8,902	0,256	9	0,111672	1,7968	3,5618	0,111956	1,7922	3,5710
9,90	7,6	93,6	9,664	0,272	9	0,104519	1,9183	3,5687	0,104729	1,9145	3,5758
10,67	6,8	98,3	9,139	0,231	7	0,096800	1,6171	3,5832	0,096992	1,6139	3,5903
13,40	6,8	98,3	8,773	0,296	7	0,077185	2,0321	3,6415	0,077432	2,0257	3,6530
14,62	7,6	98,3	9,248	0,320	7	0,070999	2,2042	3,6457	0,071276	2,1956	3,6600
14,95	7,6	98,3	8,159	0,285	6	0,069149	1,9318	3,6637	0,069685	1,9253	3,6760
15,57	10,9	95,7	15,162	0,259	6	0,067496	1,9654	3,6628	0,067736	1,9584	3,6759
21,90	10,9	99,0	13,328	0,398	6	0,048178	2,7593	3,7658	0,048451	2,7438	3,7871
29,61	10,7	98,8	13,305	0,556	6	0,035784	3,7218	3,9094	0,036059	3,6935	3,9394
40,15	10,7	98,6	11,932	0,795	6	0,026591	5,0108	4,0944	0,026846	4,9632	4,1337

Anche qui il calore specifico aumenta con la densità; e tale aumento è di circa 0,0172 per atmosfera. Per l'idrogeno però le incertezze sono maggiori che negli altri gas, sia per la estrema difficoltà ad avere una tenuta perfetta, sia per la difficoltà di prepararlo sempre nelle stesse condizioni. Il coefficiente quindi di aumento dato ora per la pressione, molto probabilmente dovrà essere modificato e precisamente si dovrà diminuire: ciò che del resto è di tutti i coefficienti che qui do come una prima approssimazione. Ad ogni modo egli è fuori di dubbio che anche il calore specifico dell'idrogeno a pressione costante e riferito all'unità di peso, cresce coll'aumentare della densità. I valori di c_p e di c'_p sono un po' differenti, ciò che può lasciare dubbi sul valore assoluto da attribuire al calore specifico, ma ambedue confermano questa legge.

Metane.

Questo gas venne preparato facendo reagire a caldo in una storta di ferro dell'acetato di soda e della soda caustica. Il gas

così ottenuto venne lavato con acqua, raccolto nel solito gasometro, e quindi asciugato prima di comprimerlo nell'apparecchio. Le costanti dell' equazione caratteristica per questo gas calcolata da Sarrau sono:

$$R = 0{,}003663;\ K = 0{,}9295\ ;\ \alpha = 0{,}001091\ ;\ \beta = 0{,}000840.$$

I risultati a cui giunsi con questo gas sono compresi nella tabella seguente:

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p
atm. 4,57	10°,0	92°,6	16°,097	0,127	8	0,224550	gr. 6,1632	0,6027
7,79	9,5	92,2	15,514	0,225	8	0,130765	10,6872	0,6142
9,37	9,4	90,5	13,387	0,276	8	0,108286	12,9420	0,6189
10,35	10,3	90,4	17,620	0,287	8	0,098257	14,2344	0,6197
11,81	10,0	90,1	14,802	0,343	8	0,085714	16,3352	0,6239
13,68	10,0	89,4	14,635	0,401	8	0,073761	19,0288	0,6304
15,64	10,0	88,5	13,821	0,463	8	0,064426	21,8080	0,6359
28,69	11,0	92,4	13,799	0,851	7	0,034281	35,8481	0,6758
33,59	11,2	93,2	13,627	1,037	7	0,029039	42,3186	0,6888
34,75	11,0	92,8	15,778	1,087	7	0,027979	45,5693	0,6931
37,97	11,2	90,4	14,357	1,152	7	0,025477	48,2279	0,7032
44,40	10,8	87,9	13,172	1,388	7	0,021487	57,2646	0,7260

Anche per il metane il calore specifico a pressione costante, riferito all' unità di peso aumenta con la densità, e l' aumento per ogni atmosfera è di circa 0°,0030.

Anidride carbonica.

Questo gas venne preparato facendo reagire l' acido cloridrico sul carbonato di calce. Lo lavai facendolo gorgogliare attraverso diverse bottiglie contenenti una soluzione di bicarbonato potassico, e quindi lo raccolsi in un gasometro. Prima di passarlo nella pompa per comprimerlo nell' apparecchio venne asciugato facendolo passare attraverso il solito apparato disseccante. Le costanti dell' equaziono caratteristica di questo gas secondo il Sarrau sono;

$$R = 0{,}003663\ ;\ K = 2{,}0920\ ;\ \alpha = 0{,}000866\ ;\ \beta = 0{,}000949.$$

I risultati a cui giunsi sono contenuti nella seguente tabella.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p
atm.	0	0	0	0			gr.	
4,96	6,8	97,6	9,103	0,180	9	0,200065	21,6742	0,2100
6,99	6,2	97,5	8,116	0,275	9	0,139629	31,2851	0,2201
9,29	5,6	97,2	7,386	0,346	8	0,103083	37,8960	0,2275
10,73	5,8	97,3	7,590	0,407	8	0,088373	44,2456	0,2297
11,44	5,5	95,5	6,105	0,448	8	0,082331	47,5728	0,2357
11,63	5,0	96,5	5,527	0,474	8	0,079806	49,1744	0,2370
12,26	6,4	97,9	9,320	0,473	8	0,076659	50,9576	0,2344
14,42	6,4	97,8	8,464	0,589	8	0,064078	61,0412	0,2418
35,58	10,0	92,3	15,419	1,661	7	0,021491	157,8892	0,3061
38,97	10,0	83,9	14,685	1,770	7	0,018708	181,3924	0,3155
39,28	10,0	82,3	14,353	1,768	7	0,018473	183,7017	0,3171
39,61	10,0	88,2	14,007	1,960	7	0,018224	186,2112	0,3174
41,44	11,8	85,3	16,111	1,955	7	0,017286	195,0739	0,3240
41,95	11,8	86,7	15,780	2,043	7	0,016937	199,0933	0,3238
42,53	11,8	90,5	15,426	2,217	7	0,016549	203,7609	0,3242

Anche per l'anidride carbonica si ha che il calore specifico a pressione costante riferito all' unità di peso cresce coll' aumentare della densità; per questo gas l'aumento raggiunge il valore di 0,0030 circa per atmosfera. Il Margules nel lavoro già citato trova che alla temperatura di 0° centigradi la variazione di c_p per atmosfera dovrebbe essere di 0,002 al più. La variazione da me trovata è un po' maggiore; ma ciò è dovuto ad alcune cause che dirò in seguito, e che ho cercato di eliminare in una seconda serie di queste ricerche.

Ed ora dovrei dire di alcune determinazioni eseguite con del protossido d'azoto e con dell'etilene; sfortunatamente però mentre per il primo non fui capace di trovare dei dati che mi guidassero nella determinazione del peso del gas usato, conoscendone il volume e la pressione, per il secondo in causa delle difficoltà incontrate nella preparazione non sono arrivato che ad una quindicina di atmosfere circa. Mi riservo quindi di trattarne in seguito quando avrò elementi sufficienti per poter indicare con maggiore sicurezza il loro comportamento. Fin d'ora però posso asserire che il valore di c_p per ambedue cresce coll' aumentare della densità.

Non mi estenderò ora a trarre delle conseguenze dai risultati fin qui esposti, riserbandomi di fare ciò allorquando avrò

completato le ricerche intraprese; mi limiterò solo ad osservare che contro l'idea generalmente ammessa, e fondata sulle ricerche di Regnault, il valore di c_p aumenta per tutti i gas da me studiati colla pressione. Nè tale conclusione deve parere azzardata. Anche il Margules asserisce nel suo lavoro « dass aber c_p bei allen Gasen sich mit dem Druck ändert, ist (entgegen einem verbreiteten Satze, der aus Regnault's Messungen ohne Einschrânkung in die Versuchsgrenzen gezogen wird) nicht im mindesten zweifelhaft, selbst wen man die Veränderlichkeit mit der Dichte für C_v leugnen wollte ». Se il Regnault non ha potuto osservare questo aumento, ciò è dovuto unicamente al fatto che le sue ricerche vennero estese solo a poche atmosfere, e di più il metodo da lui seguito non gli permetteva di avere una pressione assolutamente costante in tutto l'apparecchio.

Dall'Istituto fisico di Padova, giugno 1894.

I MOTI VORTICOSI DI ORDINE SUPERIORE AL PRIMO IN RELAZIONE ALLE EQUAZIONI PEL MOVIMENTO DEI FLUIDI VISCOSI

Nota di CORNELIA FABRI

letta alla R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna nella Sessione delli 22 Aprile 1894.

(Sunto dell'Autrice).

In una memoria, *Sulla teoria dei moti vorticosi nei fluidi incompressibili*, pubblicata negli Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa [1]), ristampata a Bologna [2]) con maggiore estensione, e di cui un sunto fu inserito in questo giornale [3]), ho esposto alcune ricerche sopra certi movimenti dei fluidi incompressibili

1) Pisa, Tipografia Nistri e C. 1892.

2) *Sui moti vorticosi nei fluidi perfetti* — Bologna, Tipografia Gamberini e Parmeggiani, 1892.

3) Serie Terza, Tomo XXXI, 1892. Colgo l'occasione per notare che nella stampa di questo sunto sono avvenuti alcuni errori nelle seconde e terze formole dei gruppi (8), (9), (10) che si trovano a pag. 143 e 144, e nella prima formola della seguente pag. 145, come può verificarsi osservando i valori delle δu_2, δv_2, δw_2, che si trovano a pag. 221. Le formole esatte si vedono nella memoria, sopra citata, stampata a Bologna

ai quali diedi il nome di *moti vorticosi di ordine superiore*, per l'analogia che hanno coi moti di rotazione, dei quali Helmholtz principalmente si è occupato.

Fui allora condotta a studiare quei movimenti considerando i termini di grado superiore al primo nello sviluppo in serie di Taylor delle componenti della velocità, e li distinsi in due categorie, separando quelli che si ottengono dai termini di grado dispari, dagli altri che provengono dai termini di grado pari dell'indicato sviluppo.

Dimostrai che gli uni, come gli altri, erano rappresentabili con vettori, e feci vedere che i movimenti della prima specie sono vere rotazioni, nelle quali ogni particella si muove con una velocità angolare proporzionale ad una potenza della distanza alla quale si trova da un punto fisso sull'asse di rotazione; invece pei moti della seconda specie, dimostrai che le particelle si muovono in piani che passano per una retta, mantenendosi normali al raggio vettore che parte da un punto fisso di quella retta e li chiamai flessioni di ordine superiore, per l'analogia che hanno col moto di flessione studiato dal prof. Boggio-Lera [1]).

Feci osservare, fin d'allora, che lo studio di questo nuovo genere di moti poteva essere non privo d'interesse, specialmente per l'importanza che ogni giorno più si attribuisce ai moti vorticosi nelle ricerche di idrodinamica e di fisico-matematica.

Oggi, in questa nota, mi sono proposta di porre maggiormente in evidenza l'importanza dei moti vorticosi di ordine superiore, facendo vedere che il loro studio si collega a quello dell'attrito interno dei fluidi.

A questo scopo osservo che le equazioni, generalmente adottate, pel movimento di una massa fluida, omogenea, incompressibile e viscosa differiscono da quelle pel moto di una massa simile non viscosa, soltanto per l'aggiunta dei termini $K\Delta^2 u$, $K\Delta^2 v$, $K\Delta^2 w$ (essendo K il coefficiente d'attrito ed u, v, w le componenti della velocità) i quali, all'infuori del fattore numerico $-6K$, rappresentano le componenti λ, μ, ν del moto di flessione.

1) *Sulla cinematica dei mezzi continui* — Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, 1886, Tipografia Nistri e C.

Ciò fa vedere che *nel movimento di un fluido le forze d'attrito o di viscosità esercitano una azione apprezzabile solo quando esistono delle flessioni*, cioè: *se nel movimento di un fluido non avvengono flessioni, quel fluido si muove come se non fosse viscoso.*

Dalle relazioni esistenti fra le flessioni e le rotazioni si deduce che il principio sopra stabilito può enunciarsi ancora dicendo che *in un fluido viscoso in movimento nel quale le forze d'attrito esercitano una azione apprezzabile non può esistere potenziale di rotazione.*

Anche quando, le forze esterne e le flessioni hanno potenziale, il movimento del fluido avviene come se non esistesse viscosità.

Uno dei teoremi più importanti riguardanti il moto dei fluidi è quello di Helmholtz sulle rotazioni.

Quel teorema può esprimersi coll'eguaglianza:

$$\frac{d}{dt}\int_c (udx + vdy + wdz) = 0\,,$$

essendo c un contorno chiuso; la quale eguaglianza, quando si suppone che il fluido sia viscoso, può scriversi come segue:

$$\int_c \left(dV - \frac{dp}{h} + d\,\frac{(u^2+v^2+w^2)}{2}\right) + K\int_c (\Delta^2 u.dx + \Delta^2 v.dy + \Delta^2 w.dz) = 0\,,$$

indicando con V il potenziale delle forze esterne, con p la pressione e con h la densità del fluido; ed osservando che il primo integrale è nullo, si deduce *essere condizione necessaria e sufficiente per l'esistenza del teorema di Helmholtz nei fluidi viscosi che vi sia potenziale di flessione*, nel qual caso, come si è già detto, il movimento del fluido avviene come se non fosse viscoso.

Il prof. Poincaré nelle sue lezioni sui vortici [1]), ha dimostrato essere *condizione necessaria all'esistenza del teorema, che il*

1) H. Poincaré. Théorie des tourbillons, leçons professées a la faculté des sciences de Paris, pag. 192. Paris, Georges Carré, 1893.

vettore ϖ, χ, ρ *della rotazione abbia la stessa direzione di quello che ha per componenti* $\Delta^2\varpi, \Delta^2\chi, \Delta^2\rho$. Quando esiste potenziale di flessione, questa condizione si riconosce subito soddisfatta, perchè manca sempre uno dei vettori indicati dal Poincaré, quello cioè di componenti $\Delta^2\varpi, \Delta^2\chi, \Delta^2\rho$, che rappresenta il moto vorticoso di terzo ordine.

Con semplicissimi calcoli, dalle equazioni del moto si ottengono le seguenti:

$$\frac{d\varpi}{dt} = K\,\Delta^2\varpi + \frac{\partial u}{\partial x}\varpi + \frac{\partial u}{\partial y}\chi + \frac{\partial u}{\partial z}\rho$$

$$\frac{d\chi}{dt} = K\,\Delta^2\chi + \frac{\partial v}{\partial x}\varpi + \frac{\partial v}{\partial y}\chi + \frac{\partial v}{\partial z}\rho$$

$$\frac{d\rho}{dt} = K\,\Delta^2\rho + \frac{\partial w}{\partial x}\varpi + \frac{\partial w}{\partial y}\chi + \frac{\partial w}{\partial z}\rho,$$

che sono le equazioni di Helmholtz trasformate pel caso attuale; le quali equazioni, supponendo che la velocità del fluido si mantenga costantemente piccolissima, prendono la forma di quelle per la propagazione del calore, cioè divengono

$$\frac{\partial\varpi}{\partial t} = K.\Delta^2\varpi\,, \quad \frac{\partial\chi}{\partial t} = K.\Delta^2\chi\,, \quad \frac{\partial\rho}{\partial t} = K.\Delta^2\rho\,.$$

Quando il moto è permanente si dimostra:

I. Che l'espressione

$$\left\{(\rho v - \chi w) + 3K\lambda\right\} dx + \left\{(\varpi w - \rho u) + 3K\mu\right\} dy + \left\{(\chi u - \varpi v) + 3K\nu\right\} dz$$

è il differenziale di una funzione ϕ.

II. Che esiste una infinità di superfici di equazione

$$\frac{1}{2}(u^2+v^2+w^2) + \frac{p}{h} + 4\,\phi - V = \text{cost.}$$

sulle quali possono tracciarsi linee vorticose e linee di moto in numero infinito.

III. Che il quadrato della velocità varia, lungo una linea vorticosa, come la proiezione dell' accelerazione sulla tangente alla linea stessa.

IV. Che è nulla la vorticosità di secondo ordine per quelle linee chiuse che sono linee vorticose o linee di moto.

DI ALCUNI FENOMENI D'ELETTROLISI E DI POLARIZZAZIONE [1]

di TITO MARTINI.

Nell' adunanza del 17 giugno p.° p.° comunicai una Nota che riassumo brevemente.

Dopo aver premesso alcuni cenni intorno alle esperienze del Bouty, del Kohlrausch, del Vicentini e di altri, allo scopo di studiare la conducibilità elettrica dei liquidi, mi proposi di riconoscere se anche in una pellicola liquida, tesa dentro un anello, avveniva l' elettrolisi anche con deboli forze elettro-motrici.

Disposi l' esperimento nel seguente modo: Un filo di platino piegato a cerchio, del diametro interno di 22 mm., continuava diritto in una direzione perpendicolare al piano del cerchio. La parte diritta del filo era incastrata dentro un manico di ebanite dall' opposta parte del quale stava un altro filo di platino, parallelo al primo, che si prolungava un po' al disotto del centro del cerchio. I due fili, isolati l' uno dall' altro, potevano essere congiunti sia con una pila, sia con un galvanometro, o coll' una e coll' altro insieme. Se l' apparecchio, fissato sopra un sostegno mobile, si immergeva in una soluzione acida o salina, si poteva facilmente sollevare una pellicola della detta soluzione che rimaneva tesa nell'anello per alcuni minuti. Sperimentando in tal guisa si potè riconoscere:

I. Che a traverso le pellicole liquide avviene l'elettrolisi e perciò è da escludere anche per esse una conducibilità analoga a quella dei metalli.

1) *Atti del R. Istituto Veneto*, T. V, Serie VII, pag. 1101.

II. Che i segni dell'elettrolisi sono spiccatissimi sia adoperando una soluzione di solfato di rame, ovvero altra di ioduro potassico, unito a piccola quantità di colla d'amido, imperocchè nel primo caso è visibile sul catodo il deposito di rame metallico, e nel secondo si manifesta all'anodo una intensa colorazione azzurra anche se si dispone di una f. e. m. di 10 o 12 centesimi di *volta*.

III. Se la pellicola è formata con acqua acidulata coll'acido solforico, dopo il passaggio della corrente di un solo elemento Daniell, gli elettrodi restano fortemente polarizzati, e la polarizzazione si mantiene per qualche tempo manifestandosi, al galvanometro, anche a traverso ad una nuova pellicola non percorsa dalla corrente.

IV. Per accrescere gli effetti della polarizzazione si fece funzionare da *catodo* un pezzetto di spugna di platino legata, con platino, al filo centrale dell'apparecchio sopra descritto. In questo caso la corrente di polarizzazione deve vincere una f. e. m. che si desta nella coppia *Pt — Spugna di Pt*, allorchè s' immerge nell'acqua acidulata. In questo fenomeno, che non trovo da altri segnalato, la spugna di platino funziona da polo positivo, e sicuramente la f. e. m. che si manifesta è dovuta al calore che si sviluppa nell'imbibizione. Malgrado l'azione di questa f. e. m. la corrente di polarizzazione era tale di spingere l'ago del galvanometro a 90° sempre, s' intende, operando a traverso una pellicola di dissoluzione.

V. Per disporre di deboli forze elettro-motrici mi serviva di un piccolo voltametro formato con lamine di piombo puro immerse nell'acqua acidulata, le quali lamine erano polarizzate da una Daniell o da un Bunsen montata con acido nitrico diluito. In tal guisa la f. e. m. di carica era assai inferiore a quella che avrebbe acquistato il voltametro nel suo stato di compiuta formazione, considerandolo cioè come un accumulatore del tipo Planté. Le singolari variazioni della f. e. m. di un simile voltametro, del tutto diverse da quelle presentate da un voltametro a lamine di platino, dove l' ossigeno è semplicemente aderente all'anodo, attrassero la mia attenzione e risolvetti di farne uno studio del quale non ho pubblicato che una parte. Riconobbi cioè che, se la durata della carica non era inferiore ai 25 o 30 minuti,

la f. e. m. della corrente di polarizzazione, dapprima debolissima, andava crescendo per parecchi minuti, restava costante per qualche tempo e poi scendeva rapidamente verso zero. Fra le molte serie di osservazioni citerò la seguente dove, per brevità, ho tralasciato di trascrivere i valori intermedî.

F. e. m. di carica 1^v,53; durata della carica 60'. F. e. m. della corrente di polarizzazione, al momento della chiusura col voltametro, cent. di volta 6,8;

dopo 1'	cent. di volta	10,0
« 5	« «	13,1
« 10	« «	13,9

Una ragione plausibile di questo fatto potrebbe aversi considerando che la corrente polarizzante, avendo una debole f. e. m., non può produrre sull' anodo che un' ossidazione superficiale, incompiuta e facile a dissociarsi. Dovranno adunque esservi in seno al liquido dei gruppi dissociati di H e di O i quali, ricombinandosi, produrranno delle ff. ee. mm. dirette in verso contrario a quella dovuta alla disossidazione dell'anodo. Le prime si affievoliscono in tempo più o meno lungo che dipende dalla durata della carica; la seconda dovrà adunque, poco a poco, prevalere. Se con opportune inversioni di corrente si ossida or l' una or l' altra lamina, l' azione riduttrice dell' idrogeno, sul catodo, sarà più efficace; il valore masssimo della f. e. m. della corrente di depolarizzazione sarà raggiunto in pochi secondi, invece che in parecchi minuti, come abbiamo avuto campo di sperimentare.

Venezia, Maggio 1894.

UN LABORATORIO FISICO
G. QUINCKE.

(Largo sunto della Nota inserita nel *Zeitschr. f. d. phys. und. Chem. Unterricht*, Dicembre 1893, pp. 57-72).

In questa Nota l' A. descrive una serie di apparecchi assai semplici, da costruirsi assai facilmente anche con mezzi molto

limitati, e che posson servire per le principali esperienze e misure di ottica.

Si può costruire un goniometro con un disco di cristallo, di 95 mm. di diametro, e dello spessore di 3 mm., diviso in gradi, fissato sul lato superiore di un telaio di legno, e che è attraversato da un tubo di ottone che sostiene un sughero forato lungo l'asse. Attraverso il foro del sughero ruota con attrito dolce un filo di acciaio di 2 mm. di diametro, lungo 10 cm. alla cui estremità superiore è avvitato un dischetto di ebanite, del diametro di 65 mm. e dello spessore di 4 mm. Due aghi orizzontali, fissati sul cilindro di ottone secondo uno stesso diametro del disco sottostante, servono per misurare gli angoli con l'approssimazione di $0^{\circ},1$.

I prismi e i cristalli pesanti si pongono sul dischetto d'ebanite; i piccoli cristalli e le lamine leggiere di vetro sono fissati in un taglio fatto in un doppio sughero portato dall'estremità inferiore dell'asse, che scende al di sotto del disco di vetro e termina nel centro del telaio di legno. Il doppio sughero è formato di due pezzi di 15 mm. di diametro e lunghi 18 mm. tenuti insieme da un sottile disco metallico. È facile, con questa disposizione che contiene tre assi di rotazione due a due normali, ottenere sollecitamente una buona centrazione dei cristalli.

Il cannocchiale è sostituito da una diottra, formata da un cartoncino forato, portato da un altro sughero, e che si può alzare o abbassare mediante un ago verticale. Il braccio della diottra, lungo 40 cm., ruota attorno al cilindro di ottone che sostiene il disco graduato. Uno specchietto posto sul disco di ebanite serve a dare l'immagine del foro della diottra o dell'occhio, ed aiuta a disporre l'asse di rotazione normale alla linea di mira.

Con questo apparecchio è facile determinare la deviazione minima per una data riga dello spettro, e l'angolo rifrangente del prisma; e così può aversi l'indice di refrazione fino a 3 cifre decimali.

Come è facile immaginare, quest'apparecchio può servire da bilancia di torsione, e serve per misurare gli angoli degli assi ottici, se in due fori praticati nelle pareti verticali del telaio di legno si pongono due nicol, e se le lamine uniassi o biassi si fissano al doppio sughero portato dall'asse del goniometro.

Se al doppio sughero si fissa un sistema di due lastre di vetro a faccie piane, fra le quali è racchiuso, mediante un anello di carta interposto, uno strato d'aria; e se il sistema così ottenuto si fa pescare in una cassetta rettangolare di vetro, piena di un liquido, si può anche trovare l'indice di refrazione di quel liquido mediante la riflessione totale. Per questo, con un piccolo cannocchiale si determina l'angolo γ d'incidenza pel quale la refrazione nell'aria è di 90°, e si ha $n = \frac{1}{\operatorname{sen} \gamma}$.

L'A. indica ancora come si possa determinare l'indice di refrazione di un liquido servendosi dell'arco baleno che esso produce quando è in un tubo da saggio, fissato con ceralacca su una lastrina di vetro per poterlo porre sul dischetto del goniometro; basta determinare l'angolo A fra il raggio incidente e quello emergente pel colore che si desidera, e rammentare che agli angoli

$$A = 47°,8' \quad 33°5' \quad 22°,50' \quad 14°56' \quad 8°,56 \quad 4°,31'$$

corrispondono gl'indici di refrazione

$$n = 1,3 \quad 1,4 \quad 1,5 \quad 1,6 \quad 1,7 \quad 1,8$$

per potere dalla curva costruita con queste indicazioni, dedurre n dal valore osservato di A.

Per osservare gli anelli di Newton e misurarne i diametri, l'A. dispone una lente biconvessa da occhiali, tagliata per metà lungo l'asse maggiore, su una lastra di vetro da specchi, e ve la fissa con due anelli sottili di gomma. Questo sistema si dispone sotto l'obiettivo di un microscopio, la cui distanza focale superi i 20 mm., e si illumina dal disopra con una lamina obliqua di vetro, opportunamente disposta sotto l'obiettivo: girando questa lamina la luce del cielo, o di una candela, o di una fiamma monocromatica, si fa riflettere quasi verticalmente sul sistema della lente e della lastra da specchi, e ritorna verticalmente al microscopio, nel cui campo si vedono gli anelli di Newton. Il loro diametro si può misurare con un micrometro oculare, e la lunghezza d'onda è data da

$$\lambda = \frac{\rho_1^2}{R} = \frac{1}{2}\frac{\rho_2^2}{R} = \frac{1}{3}\frac{\rho_3^2}{R} \quad . \quad . \quad . \quad .$$

se ρ_1, ρ_2, ρ_3 . . . sono i raggi degli anelli di 1°, 2°, 3° . . . ordine, ed R il raggio di curvatura della lente. Il valore di R è dato da $R = 2(n-1)f = 1{,}020 f$, se f è la distanza focale della lente, perchè n è per il vetro ordinario uguale a 1,51 circa. La distanza focale f si trova poi disponendo la lente davanti all'obiettivo di un cannocchiale aggiustato per una distanza infinita: essa è uguale alla distanza alla quale bisogna porre, dalla lente studiata, una carta da visita, per vederne distintamente i caratteri col cannocchiale.

Gli specchi di Fresnel sono ottenuti dall'A. in un modo molto semplice. Una striscia di buona lastra da specchi di 90 × 25 × 4 mm., si divide in due pezzi di 45 mm. che si anneriscono poi su una faccia con tinta a olio. Quando la tinta è ben secca si fissano i due specchi, con 4 sfere uguali di ceralacca, su una tavoletta di legno, in modo che due delle sferette sieno sulla linea di congiunzione dei due specchi, e le altre due una per parte nei punti di mezzo delle altre estremità. Sui due specchi si adagia poi una lastra da specchi di 200 × 50 × 3 mm. e si preme fortemente coll'indice in corrispondenza delle estremità affacciate; così, per l'elasticità della lastra di vetro, i due specchi si dispongono sensibilmente in un medesimo piano, inclinandosi leggermente (di circa 2 a 6″) l'uno su l'altro. L'angolo di inclinazione ν si trova osservando le immagini di due fili di platino incandescenti paralleli, e determinando la distanza ρ alla quale bisogna porre gli specchi perchè l'immagine destra prodotta dallo specchio di sinistra, copra esattamente l'immagine sinistra dello specchio di destra. Se σ è la distanza fra i due fili, si ha $2\nu = \dfrac{\sigma}{\rho}$.

Una linea verticale luminosa (filo incandescente di platino o filamento di lampada a incandescenza) si dispone davanti agli specchi, alla distanza di 1 a 2 m.; e i raggi riflessi sotto l'angolo di 50 a 80° si osservano con una lente convergente di 5 cm. di distanza focale, e s'inclinano più o meno gli specchi finchè la loro linea di unione non apparisce parallela alla linea luminosa; allora si riesce facilmente a vedere colla lente le frangie d'interferenza. È evidente che adoprando, invece della lente semplice, un microscopio con micrometro oculare, dalla distanza delle

frangie si può dedurre la lunghezza d'onda della luce cui son dovute.

L'A. termina la sua Nota descrivendo un apparecchio di Norremberg messo insieme con alcune lastre di zinco piegate a doppia squadra e forate; ed un fotometro di Bunsen, nel quale il foglio portante la macchia di stearina è situato fra due specchi verticali ad angolo. Il confronto fra le sorgenti luminose si fa disponendole in modo che negli specchi non si veda l'immagine della macchia.

A. STEFANINI.

RIVISTA

Comptes rendus — Maggio (seguito), Giugno, T. 118, Luglio, T. 119, 1894.

E. BOUTY. *Sulla capacità dell' elettrometro capillare e sulla capacità iniziale del mercurio* (pp. 1196-1198). — L'A. deduce dalla teoria del Lippmann la capacità C dell'elettrometro capillare e trova poi il modo di determinare *sperimentalmente* tutti gli elementi necessari per ottenere C e potere quindi paragonare la teoria all' esperienza.

Così prova che la capacità iniziale del mercurio, in contatto da lungo tempo coll'acqua acidulata all' $^1/_{10}$, è vicina a 140 microfaradas per centimetro quadrato e la capacità vera decresce a partire da questo valore fino a 28 microfaradas: *questa capacità corrisponde in tutti i casi a fenomeni reversibili.*

C. LIMB. *Metodo per la misura diretta delle forze elettromotrici in valore assoluto* (pp. 1198-1201). — L'A. si propone di paragonare *direttamente* la forza elettromotrice incognita ad una forza elettromotrice di induzione, in un caso ove questa sia calcolabile; e sceglie, come forza elettromotrice calcolabile quella che viene generata, in un circuito di un rocchetto, da un magnete permanente, che ruota attorno ad un asse perpendicolare e al suo asse magnetico e a quello del rocchetto.

L'A. riferisce brevemente sul magnete, sul rocchetto, sul motore adoperato. Il paragone delle due forze elettromotrici viene fatto per mezzo di un *potenziometro* che l'A. ha stabilito sul prin-

cipio di quello del Clark. L' eguaglianza dei potenziali è constatata mediante un elettrometro capillare.

I dettagli relativi a questo lavoro verranno presto pubblicati.

HENRY GILBAULT. *Trasmissione dei suoni* (pp. 1244-1246). — In una nota precedente [1]) l'A. aveva indicato un metodo per misurare, nei differenti punti che circondano una sorgente sonora S, l' ampiezza del movimento degli strati d' aria. L' A. riferisce in questa nota i risultati di una serie di esperienze fatte col porsi su di un tetto del Liceo di Tolosa onde evitare i fenomeni di riflessione.

A. LEDUC. *Sul valore dell'ohm teorico* (pp. 1246-1249). — Il Wuilleumier, applicando il metodo immaginato dal Lippmann, ha trovato pel valore dell' ohm teorico il numero 106,267 sensibilmente inferiore a quello ottenuto dai valenti sperimentatori precedenti.

L'A. dà la spiegazione di questo disaccordo calcolando *la correzione degli estremi*, determinata nel lavoro del Wuilleumier sperimentalmente. Dalle osservazioni dell'A. si deduce che, tenendo conto di questa correzione, il metodo del Lippmann porta a concludere:

L' ohm teorico deve essere rappresentato da una colonna di mercurio a 0° di 1^{mmq} di sezione e di $106^{cm},32$ di lunghezza.

Questo risultato è in perfetta coincidenza colla media delle migliori determinazioni e si vede che anche il metodo del Lippmann conduce alla conclusione: che *conviene adottare la lunghezza $106^{cm},3$ come approssimata a meno di $^1/_{1000}$ per difetto, come valore dell' ohm teorico.*

VASCHY. *Sul modo di trasformazione del lavoro, in energia elettrica* (pp. 1249-1251). — L'A. fa, a questo proposito, alcune osservazioni teoriche sullo spostamento di un conduttore o di un corpo dielettrico in un campo elettrico. Accenna pure al caso di un magnete che si sposta in un campo magnetico *creato unicamente da magneti.*

H. ABRAHAM. *Sulle correnti alternate e sul ponte di Wheatstone* (pp. 1251-1253). — Si parla in questa nota di alcune osservazioni teoriche sull' uso del telefono nel ponte di Wheatstone, ammettendo che le correnti alternate siano sinussoidali. Le deduzioni teoriche sono confermate con precisione superiore a $^1/_{100}$ da determinazioni sperimentali.

H. DESLANDRES. *Sulla cromosfera del sole* (pp. 1312-1314). — È una risposta ad una nota del signor Hale ove si riferiscono e si discutono alcune nuove esperienze riguardanti la cromosfera solare.

1) *Nuovo Cimento*, Terza Serie, Tomo 35, p. 256.

BIRKELAND. *Sulla magnetizzazione prodotta da correnti hertziane. Un dielettrico magnetico* (pp. 1320-1324). — Già da due anni si è constatato con esperienze concludenti che le onde hertziane, propagandosi lungo un filo di ferro, magnetizzano trasversalmente lo strato sottilissimo, nel quale penetra la corrente alternata e il cui spessore non sorpassa che qualche millesimo di millimetro. Nasce di qui la domanda importante, se riesca possibile mettere in evidenza in cilindri magnetici delle onde magnetiche stazionarie analoghe alle onde elettriche stazionarie lungo fili metallici.

Siccome il ferro non può servire come materia di trasmissione per le onde magnetiche, data la conducibilità del metallo, che impedisce alle proprietà magnetiche di manifestarsi sufficientemente, l' A. è stato condotto a cercare un' altra materia magnetica non conduttrice, affinchè le proprietà magnetiche possano penetrare abbastanza profondamente nel mezzo.

Come si rileva dalle esperienze citate in questa nota, si ottiene una materia conveniente, mescolando con paraffina fusa della limatura di ferro o meglio del ferro ridotto chimicamente in polvere impalpabile. La mescolanza diventa molto omogenea, quando vi si aggiunge della polvere fina di quarzo.

VASCHY. *Sulla natura della conducibilità elettrica* (pp. 1324-1326). — Il campo elettrico creato da un corpo elettrizzato nel mezzo isolante che lo circonda non penetra all' interno dei conduttori; o, se pel rapido avvicinamento del corpo elettrizzato, si può, in conduttori mediocri, fare nascere un campo elettrico, questo tende a dissiparsi e a sparire più o meno rapidamente.

In realtà, l'esperienza dimostra che questa proprietà dei conduttori è comune, benchè in grado molto diverso, a tutte le sostanze; anche all'aria. Pare dunque che *la conducibilità di un corpo sia una tendenza del campo elettrico stabilito in questo corpo a dissiparsi in un tempo più o meno lungo.*

Quest' idea è confermata e *precisata* dallo studio delle correnti. Questo è ciò che prova l' A. prendendo di mira la legge sull' effetto Joule.

Senza riportare il calcolo, sebbene breve, a noi basta osservare che infatti un campo elettrico non può esser mantenuto allo stato permanente in un conduttore a meno che vi sia un consumo continuo di energia elettrica equivalente alla quantità di calore sviluppato in virtù della legge di Joule.

H. ABRAHAM. *Misura e confronto dei coefficienti di autoinduzione con correnti alternate di grande frequenza* (pp. 1326-1329). — L' A. studia alcune applicazioni del ponte di Wheatstone con

telefono, proseguendo nelle ricerche già riferite nella nota succitata [1]). Fa rimarchi sull'applicazione di esso ponte alla misura assoluta della media geometrica di due coefficienti di induzione con correnti alternate di frequenza data, non che sulla determinazione del rapporto di due coefficienti di autoinduzione, nel caso di correnti alternate di grande frequenza.

CH. EUG. GUYE. *Sulla media distanza geometrica degli elementi di un insieme di superfici con applicazione al calcolo dei coefficienti di induzione* (pp. 1329-1332). — L'A. sviluppa in questa nota delle formule che hanno lo scopo di facilitare la ricerca della media geometrica delle distanze di tutti gli elementi di un insieme di superfici. Esse permettono il calcolo rapido dei coefficienti di induzione dei conduttori paralleli in alcuni casi, i quali presentano un interesse particolare.

L'A. pubblicherà in una prossima nota i risultati sperimentali delle ricerche intraprese per verificare l'esattezza delle formule.

BERTHELOT. *Il principio del massimo lavoro e l'entropia* (pp. 1378-1392). — In questa memoria di fisico-chimica l'A. tratta l'importante tema dividendo il suo lavoro in quattro parti:

1. L'azione chimica e lo sviluppo di calore;
2. Il principio del massimo lavoro;
3. L'entropia;
4. Confronto fra le conseguenze del principio del massimo lavoro e quelle dell'entropia.

EDMOND DE POLIGNAC. *Su di un sistema di gamme cromatico-diatoniche* (p. 1412). — L'A. rivendica il diritto di priorità di questo studio contro il signor Alessandro de Bertha, rispondendo alla nota del de Bertha stesso inserita nei *Comptes rendus* del 21 Maggio 1894.

A. CHAUVEAU. *Del luogo di produzione e del meccanismo dei soffi intesi nei tubi che sono la sede di un efflusso di aria* (pp. 20-26). — In questa nota di fisica biologica l'A. espone una serie di ricerche fatte per studiare i fenomeni acustici prodotti dal movimento dell'aria nei tubi inerti. Questo argomento è di importanza grande pei fisiologi. Si deve infatti a questo studio fisico la ricerca degli elementi del meccanismo dei rumori respiratorî diversi, che l'ascoltazione rivela agli osservatori.

G. BERSON e H. BOUASSE. *Sull'elasticità di torsione di un filo oscillante* (pp. 48-50). — Gli A., prendendo numerose fotografie istantanee a tempi equidistanti determinati, studiano il movimento oscillatorio di un filo di platino, ricotto al rosso, smosso brusca-

1) Vedi sopra.

mente dalla sua posizione di equilibrio. Il risultato generale di queste esperienze, attentamente studiato dagli A., è uno spostamento permanente dello zero.

AYMONNET. *Sulle radiazioni calorifiche comprese nella parte luminosa dello spettro* (pp. 50-53). — L'A. espone alcune esperienze caratteristiche e facili a ripetersi eseguite per studiare la quistione se i corpi trasparenti siano inegualmente diatermani per le radiazioni comprese fra il rosso ed il violetto.

HENRY GILBAULT. *Ricevimento dei suoni.* (pp. 53-56). — L'A. riprende una equazione, stabilita in una nota precedente [1]) che dà l'ampiezza di un movimento vibratorio per influenza; ne deduce, supponendo stabilito il regime permanente, numerose conseguenze, che sottomette a verifiche sperimentali.

A. DE BERTHA. *Sulle gamme anarmoniche* (p. 56). — Questa nota è una risposta alla nota del de Polignac, di cui sopra abbiamo parlato.

A. HESS. *Di una applicazione dei raggi catodici allo studio dei campi magnetici variabili* (pp. 57-58). — Dopo avere riassunte alcune proprietà dei raggi catodici i quali sono stati recentemente l'oggetto di uno studio molto esteso del Lenard [2]), l'A. dà sommariamente la descrizione di un nuovo apparecchio capace di registrare (mediante l'applicazione dei raggi catodici) con una velocità limitata solamente dalla sensibilità di una pellicola fotografica, le variazioni le più rapide delle intensità dei campi magnetici e, indirettamente, delle intensità delle correnti elettriche.

P. JANET. *Determinazione della forma delle correnti periodiche in funzione del tempo per mezzo del metodo dell' iscrizione elettrochimica* (pp. 58-61). — L' A. dimostra essere possibile applicare il metodo d' iscrizione elettrochimica delle correnti alternate, da lui già presentato all' Accademia [3]), per determinare la forma di queste correnti in funzione del tempo.

DÉSIRÉ KORDA. *Trasformatore di corrente monofase in correnti trifasi* (pp. 61-63). — Questo apparecchio ha lo scopo di produrre un campo magnetico girante di intensità costante, utilizzando solo una corrente monofase. Esso è destinato a rendere possibile la messa in moto, a piena carica, dei motori asincroni a correnti alternate semplici, non che a permettere l' inserzione di motori a correnti trifasi su di una rete esistente a corrente monofase e a servire nel medesimo tempo di trasformatore di tensione.

1) *Nuovo Cimento*, Terza Serie, Tomo 35, p. 288.
2) *Wiedemann's Annalen*, t. LI, p. 225; t. LII, p, 23, 1894.
3) *Comptes rendus*, t. CXVIII, p. 862.

Aymonnet. *Sulle radiazioni calorifiche comprese nella parte luminosa dello spettro* (pp. 151-154). — L'A. s'occupa di determinare sperimentalmente se l'occhio riceve o no tutti i raggi della parte luminosa dello spettro. Notiamo fra le varie conclusioni che l'occhio non riceve tutte le radiazioni comprese fra il rosso ed il violetto: esso non è impressionato dalle radiazioni intercettate dall' acqua.

A. Lafay. *Sulla polarizzazione della luce diffusa dalle superfici spulite* (pp. 154-156). — L'azione dei corpi spuliti sulla luce è stata studiata sopratutto dal punto di vista dell' intensità dei raggi diffusi nelle differenti direzioni, mentre pochi si sono proposti lo studio della polarizzazione che accompagna questo fenomeno.

Dietro il consiglio del Gouy l'A. ha intrapreso alcune ricerche sulla polarizzazione della luce diffusa dalle superfici spulite: questa nota ha appunto lo scopo di completare in alcuni punti i risultati che La Provostaye e Desains, non che lo stesso Gouy hanno pubblicato su questo soggetto [1]).

A. Chauveau. *Sul meccanismo dei soffi generati dall' efflusso dell' aria nei tubi. Determinazione del momento in cui un efflusso afono, trasformato istantaneamente in efflusso soffiante, diviene sonoro nei varî punti del tubo ove ha luogo l'efflusso* (pp. 194-200). — Questa nota è il seguito dello studio, cui già ho accennato poco sopra.

Georges Meslin. *Interferenza con media differenza di cammino* (pp. 214-217). — L'A. riceve la luce riflessa da una lamina di *medio spessore* su di un' altra avente presso a poco lo stesso spessore; studia teoricamente e verifica sperimentalmente le conclusioni di questo caso speciale di interferenza.

P. Janet. *Iscrizione autografica diretta della forma delle correnti periodiche col metodo elettrochimico* (pp. 217-218). — Si parla di un perfezionamento al metodo già esposto in altra nota [2]).

Ch. Eug. Guye. *Del coefficiente di self-induzione di* n *fili paralleli eguali ed equidistanti, le cui sezioni sono ripartite su di una circonferenza* (pp. 219-221). — In questa nota si tratta della verifica sperimentale, completamente riuscita, di alcuni risultati ottenuti teoricamente in altra nota [3]).

R. Swyngedauw. *Sull'equazione della scarica* (pp. 221-224). — L'A. osserva, basandosi sulle condizioni iniziali, come la nota equa-

1) La Provostaye e Desains, *Ann. de Chimie et de Phys.* Terza Serie, t. XXXIV; Gouy, *Comptes rendus*, t. XCVIII, p. 978, 1884.

2) Vedi sopra.

3) Vedi sopra.

zione del Thomson per la scarica di un condensatore non rappresenta il fenomeno, *almeno nei primi istanti della scarica.*

Ciò dipende, secondo l'A., dal fatto che il Thomson, per stabilire questa relazione, suppone la resistenza costante, il che è al principio della scarica lungi dalla realtà. Partendo invece dalle condizioni iniziali, l'A. cerca dare delle indicazioni sulla legge del fenomeno.

F. Beaulard. *Sul potere induttore specifico del vetro* (pp. 268-271). — La determinazione del potere induttore specifico del vetro presenta delle difficoltà particolari dipendenti dalla natura stessa del fenomeno, che è complesso. E così il valore numerico di questo coefficiente non è bene determinato: i numeri trovati dai differenti autori presentano delle volte differenze notevoli e non obbediscono, in generale, alla legge di Maxwell.

L'A. si propone di studiare (col metodo balistico) l'influenza del tempo di carica e cerca con un artificio particolare, il valore del potere induttore specifico del vetro per un tempo di carica eguale a zero.

La media di un certo numero di esperienze fatte ad epoche differenti e con potenziali di carica variabili ha dato sul potere induttore cercato il valore 3,9.

A. Chassy. *Sull'elettrolisi del solfato di rame* (pp. 271-272). — L'A. studia l'influenza della temperatura della soluzione nell'elettrolisi del solfato di rame. Si deduce dalle osservazioni dell'A. che bisogna guardarsi bene dal dedurre l'intensità di una corrente da misure fatte con una soluzione calda di solfato di rame; vi è già un debole errore quando il sale è leggermente acidulato e la densità della corrente molto grande, ma l'errore è molto più importante col sale neutro e una debole densità di corrente.

Ciò dipende dalla natura del deposito che si forma a seconda delle condizioni speciali dell'esperienza.

A. Chauveau. *Condizioni proprie a fare variare la produzione e la percezione dei soffi nei tubi, ove ha luogo efflusso di aria* (pp. 309-314). — È la terza nota di questo A. su tale argomento, a cui abbiamo già accennato in questo stesso numero.

Moreau. *Sull'assorbimento della luce nei mezzi isotropi e cristallizzati* (pp. 327-329). — Alle ipotesi della teoria dell'Helmholtz sulla dispersione anomala, l'A. sostituisce una ipotesi, che a lui sembra più logica, e che dà conto dei principali fenomeni conosciuti sull'assorbimento isotropo e cristallizzato (dispersione anomala, periodicità dei raggi di assorbimento, osservazione del Becquerel).

E. Crescini.

Journal de Physique. — Luglio 1894.

HENRY LE CHATELIER. *I principi fondamentali dell' energetica e la loro applicazione ai fenomeni chimici* (pp. 289-306). (Continua).

E. H. AMAGAT. *Sulla pressione interna nei fluidi e sulla forma della funzione* $\varphi(p\,v\,t) = 0$ (pp. 307-316). — L'A. si propone di ricercare, separatamente, e appoggiandosi unicamente sulle leggi sperimentali, una espressione del termine chiamato *pressione interna*, nelle diverse formule proposte per rappresentare la relazione $\varphi(p\,v\,t) = 0$.

ALBERT SANDOZ. *Banco d' ottica per lo studio della visione.* (pp. 316-321). L' apparecchio si compone di un banco d' ottica di una lunghezza di $1^{m},80$, sul quale trovansi : 1.° un occhio artificiale formato da una lente convergente (*cristallino*); 2.° uno schermo-retina; 3.° un disco per l' *accomodamento*, sul contorno del quale sono incassate delle lenti, che possono successivamente essere portate dietro il cristallino e aumentarne gradualmente la potenza; 4.° un disco *optometrico*; 5.° una lampada a gaz che illumina una fenditura o un foro, funzionante da oggetto. Inoltre vi è un sopporto che sostiene delle lenti cilindriche alle quali si può dare un' orientazione opportuna per correggere l'astigmatismo.

Fra tutte le esperienze che questo banco d' ottica permette di realizzare, l'A. si limita a spiegare quelle che si riferiscono alla dimostrazione del metodo molto semplice e preciso dovuto al Dott. Cuignet, di Lilla, detto *metodo dell' ombra della pupilla.*

BELLOC. *Su di un nuovo metodo per provocare l' arco elettrico* (pp. 322-323). — L'A. prova che si può accendere l' arco elettrico come si accende il gas, colla scintilla di una macchina statica : e, *coeteris paribus*, l' alternanza dei poli aiuterà molto la produzione del fenomeno.

E. CRESCINI.

The Physikal Review. New York, Vol. 2, N.° 1. Luglio-Agosto 1894.

CLAYTON H. SHARP e W. R. TURNBULL. *Studio bolometrico delle unità di luce* (pp. 1-34). — Per determinare le fluttuazioni a cui vanno soggette le varie unità di luce (candele inglese e germanica, lampada Carcel, Vernon-Harcourt, Hefner-Alteneck, ecc.) furono già fatti molti tentativi confrontandole, per mezzo di un fotometro, ad una sorgente di luce costante, come ad esempio una lampada ad incandescenza. Per evitare gli inconvenienti che questo metodo presenta, l'A. ricorse ad un bolometro, il cui uso nella fotometria fu anche suggerito da altri (es. Lummer e Kurlbaum, *Wied. Ann.* Bd. XLVI, p. 204; *Z. S. für Instrumentenkunde*,

Bd. XII, p. 81). In tal modo egli ottenne una registrazione continua (o quasi) dell' intensità luminosa della sorgente per un lungo periodo di tempo.

Confrontando la candela inglese con la germanica, osservò che le variazioni della prima sono maggiori e più frequenti. Per la candela inglese trovò una variazione massima di 46,5 per 100; per la germanica di 24. Quanto alla lampada ad acetato di amile di Hefner-Alteneck, l' A. la trovò preferibile alle candele anzidette. La variazione massima fu di 22,6 per 100; di più la fiamma di questa lampada, a differenza di quella delle candele, si può facilmente modificare in modo da mantenerla molto prossima ad un valore normale. Variazioni meno considerevoli di questa e delle candele manifestò la lampada Carcel (da 13,7 a 18,2 per 100).

CHARLES B. THWING. *Relazione fra il potere induttivo specifico e la costituzione chimica dei dielettrici* (pp. 35-52). — Il principio del metodo usato dall' A. per determinare il potere induttivo specifico è il seguente: siccome il periodo delle oscillazioni elettriche nella scarica di un sistema dipende soltanto dalla capacità e dall' auto-induzione, ne segue che se due sistemi, A_1, A_2, hanno la stessa auto-induzione, le loro capacità, C_1, C_2, saranno eguali quando ambedue i sistemi sono in risonanza con un terzo sistema, A_3, qualunque sieno l' auto-induzione e la capacità di quest' ultimo.

Con delle opportune disposizioni sperimentali, l' A. ha studiato una serie di miscugli d' acqua e alcool, come pure altre sostanze (alcoli metilico, propilico, isopropilico, amilico, allilico; acidi tartarico, formico, lattico, acetico propionico, butirrico, valerico, ecc.) che con l' acqua si mescolano rapidamente in tutte le proporzioni.

I molti valori ottenuti del potere induttivo specifico K corrispondono bene alla formula:

$$K = \frac{D}{M}\left(a_1 K_1 + a_2 K_2 + \dots\right),$$

dove D è la densità; M il peso molecolare; K_1, K_2, ecc., costanti per ogni elemento o gruppo di atomi; a_1, a_2, ecc. . . . , il numero di atomi dell' elemento in ogni molecola.

G. FAÈ.

Wied. Ann. Vol. 52, N. 7, 1894.

J. ELSTER e H. GEITEL. *Ulteriori ricerche fotoelettriche* (pp. 433-454). — Col metodo galvanometrico già usato altre volte (cfr. *N. Cim.* 33 p. 227), gli A. hanno trovato che fra i tre metalli alcalini Na, K, Rb, che hanno rispetto alla luce colorata una sen-

sibilità diversa, il Rb è quello che più di tutti è sensibile per raggi di grande lunghezza d'onda, poi viene il Na e ultimo il K.

Per poter adoperare il rubidio, il tubo fotoelettrico è dapprima argentato su un emisfero internamente, e poi lo strato d'argento è ricoperto di rubidio: così basta una piccola quantità di questo metallo, assai costoso.

Adoprando la luce polarizzata, la resistenza alla scarica è minima, nel tubo fotoelettrico, quando il piano di polarizzazione è normale a quello d'incidenza; è massima quando i due piani coincidono.

Le oscillazioni elettriche di corto periodo, ottenute col metodo di Lecher modificato da Wiedemann e Ebert, si propagano nei gas rarefatti anche in presenza di uno dei tre metalli anzidetti investiti da radiazioni luminose, e ciò tanto che il gas sia o no sottoposto a una tensione elettrica costante.

La dispersione fotoelettrica dello spato fluore polverizzato, già studiata su alcune varietà (cfr. *N. Cim.* 32, p. 92), dipende dal colore del minerale, e le varietà più sensibili son quelle di color violetto cupo o verde.

O. Lehmann. *Nuovo fenomeno nel passaggio della elettricità pei liquidi cattivi conduttori* (pp. 455-461). — Mentre nell'elettrolisi dei liquidi conduttori le alterazioni di costituzione avvengono solamente al contatto degli elettrodi, l'A. ha osservato che nei liquidi cattivi conduttori quelle alterazioni si manifestano anche a distanza notevole dagli elettrodi.

Il fenomeno si osserva bene colle soluzioni acquose dei colori d'anilina (p. es. rosso del Congo), e meglio ancora se si rendono più vischiose aggiungendo un po' di glicerina e di zucchero; facendo passare la corrente, dovuta a una f. e. m. di circa 70 v. in un poco di soluzione posta fra due vetrini sotto il microscopio, si vedon formarsi, attorno agli elettrodi, delle aureole diversamente colorate, che si propagano fino ad incontrarsi, e che dànno luogo a una precipitazione di sostanza colorata nella regione del loro incontro.

Con l'uso di soluzioni che tenevan sospese particelle solide, l'A. ha constatato che non si tratta di fenomeni di convezione, nè di osmosi; ma che deve avvenire un'attrazione nella costituzione di quelle soluzioni.

A. Heydweiller. *Sul punto critico del Villari nel nichel* (pp. 462-472). — Con un metodo magnetometrico reso molto sensibile, l'A. ha potuto costatare che anche pel nichel esiste il punto critico del Villari; esso si presenta per forze magnetizzanti molto più piccole di quelle che occorrono pel ferro; e ciò è probabilmente dovuto alla diversa intensità del magnetismo molecolare nei due metalli.

F. Himstedt. *Sulle esperienze colle correnti di Tesla* (pp. 473-485). — L' A. indica il modo di eseguire le esperienze del Tesla anche con mezzi molto limitati, ricorrendo alle oscillazioni hertziane.

Per questo egli adopra la disposizione di Lecher (cfr. *N. Cim.* 28, p. 84); cioè due lastre quadrate di ottone, di cm. 40 di lato, sono unite ai poli di un rocchetto di Ruhmkorff lungo 50 cm. e del diametro di 20, ovvero di una macchina elettrica ad influenza; di fronte a quelle lastre, e separate da ebanite, ne stanno altre due uguali e parallele, che si riuniscono per mezzo di un filo metallico di 4 millimetri piegato a U, lungo, in tutto, 150 cm. Invece delle 4 lastre, che formano due condensatori, si può usare due bottiglie, bene isolate con paraffina, di 11 cm. di diametro e con armature alte 19 cm.

Così una lampadina di 2 V unita in derivazione sul filo ad U, colle lastre, o di 16 V colle bottiglie, si accende quando il rocchetto è eccitato da 5 a 6 accumulatori.

Facendo entrare dell' aria nella lampada, non si accende più, o si accende molto debolmente; e ciò, secondo l' A., a motivo della conduttività calorifica dell' aria.

Se il filamento della lampada è di platino (0,05 — 0,1 mm.) quando diventa incandescente si dispone in linea retta ma tutto pieghettato a zig-zag, con i vertici della spezzata orientati in tutti i sensi; talchè potrebbe dirsi come il modello di un raggio di luce naturale.

L' interruttore Foucault del rocchetto deve fare da 8 a 12 interruzioni al secondo, e lavorare con amalgama di zinco assai densa, coperta di buon olio da macchine. Il micrometro a scintille del rocchetto deve essere di filo di zinco puro di 5 mm.; così esso lavora, senza bisogno di ripulirlo, per più di un mese.

Per altre esperienze deve usarsi il trasformatore di Tesla, il cui circuito primario deve sostituire il filo piegato ad U. Il cilindro primario è di 10 spire di fili di 4 mm. avvolto su un tubo di vetro di 4 cm. di diametro, e forma un' elica del passo di 1 cm. Questa spirale è introdotta in un tubo di ebanite di 6 mm. di parete, sul quale si avvolge la spirale secondaria, di 200 spire di filo di 1 mm. Questa spirale si forma avvolgendo due fili uguali insieme, e poi svolgendone uno; così le spire di quello che resta non si toccano. Tutto il trasformatore così ottenuto si mette in una vaschetta di maiolica, piena d' olio da macchine, e posata su due pezzi di ebanite. I capi del circuito secondario terminano a due bottoni metallici che son sostenuti da due colonnette d' ebanite.

Quando l' interruttore del rocchetto funziona, si vedono nell'oscurità partire da quei bottoni delle scariche vivissime tanto più se vi si avvicinano dei conduttori. Unendo ai bottoni due fili me-

tallici tenuti paralleli e distanti fra loro da 8 a 10 cm., per uno spazio da 3 o 4 metri si forma fra i fili un bellissimo nastro luminoso. Se uno dei capi del secondario si mette a terra, e all'altro si unisce un filo lungo 2 m. che si ripiega in due parti a formare un U dell' ampiezza di 5 cm., il filo irraggia in tutte le direzioni, eccetto fra i rami dell' U, che formano uno spazio oscuro.

L' A. descrive altre esperienze che posson farsi: come i numerosi fori che si ottengono in un cartoncino posto fra i bottoni avvicinati in modo che scocchino le scintille; i fasci luminosi che partono da una persona che tocchi uno dei bottoni e alla quale si avvicini un conduttore; l' accensione di un tubo di Geissler, privo o no di elettrodi, tenuto dall' ultimo di una catena di persone, la prima delle quali tocchi il bottone del trasformatore, e senza che nessuno si accorga del passaggio delle oscillazioni elettriche ecc.

Egli termina poi facendo osservare che i tubi di Geissler così accesi, presentano i caratteri della luce catodica ai due capi, e quelli della luce anodica nel mezzo; e che un elettroscopio avvicinato al trasformatore di Tesla si carica sempre positivamente, mentre il trasformatore, al cessare delle vibrazioni, si trova carico negativamente. In ultimo riferisce i resultati trovati facendo le esperienze in diversi gas: ad eccezione dell' aria e dell' idrogeno, negli altri gas studiati (O, N, CO_2 NH_3 e gas illuminante) invertendo la corrente primaria, cambiava anche il segno della carica presa dall' elettroscopio. Ed infatti è noto per altre ricerche che nell'aria e nell'H, prevale la dispersione dell'elettricità negativa.

KR. BIRKELAND. *Sulla riflessione e sulla risonanza delle vibrazioni hertziane. Spiegazione dell' esperienza di* Hagenbach *e* Zehnder. (pp. 486-498). — Per mezzo di un risonatore munito di condensatore, e di un telefono introdotto in una delle diagonali di un ponte Wheatstone, di cui l' altra diagonale fa capo al condensatore, l' A. dimostra che in alcuni casi le correnti prodotte dalle vibrazioni hertziane preferiscono attraversare un dielettrico solido anzichè percorrere un conduttore; e si serve di questo e di altri fatti per spiegare i resultati ottenuti da Hagenbach e Zehnder (cfr. *N. Cim.* 31, p. 188).

P. DRUDE. *Correzione e aggiunta alla Nota sulla teoria dei fenomeni magnetoottici* (pp. 493-498). — Sono correzioni e aggiunte che si riferiscono a una Nota pubblicata dall' A. nel vol. 49 dei *Wied. Ann.* Egli osserva che le cognizioni attuali non bastano a render completamente ragione dei fenomeni magneto-ottici.

P. DRUDE. *Modo di eseguire le esperienze di* Hertz. (pp. 499-508). — Invece di caricare l' elettroscopio come fa il Boltzmann (cfr. *N. Cim.* 29 pag. 179) l' A. trova più conveniente scaricarlo per

mezzo delle scintille del risonatore. Perciò la punta del micrometro e uno dei poli della pila secca sono messi in comunicazione col suolo, e la sferetta del micrometro e l' altro polo della pila son posti in comunicazione coll' elettroscopio. Quando si hanno le scintille l' elettroscopio si scarica; quando cessano esso è nuovamente caricato dalla pila.

Inoltre l' A. descrive una modificazione al metodo di Zehnder (cfr. *N. Cim.* 34, pag. 173), per mezzo della quale si può fare a meno della batteria di accumulatori; ma senza l' aiuto di disegni queste descrizioni non si possono riassumere.

K. ANGSTRÖM. *Alcune osservazioni sui lavori bolometrici del sig.* Paschen. (pp. 509-514). — L' A. rettifica alcune osservazioni fatte ai suoi lavori dal Paschen, nelle Memorie che questi ha pubblicato sulla emissione dei gas.

W. WERNICKE. *Sulla variazione di fase nella riflessione della luce sugli strati sottili* (pp. 515-535). — È stato già dimostrato dall' A. (cfr. *N. Cim.* 35, pag. 204) che la menoma traccia di sostanza eterogenea altera la riflessione della luce sull' argento; ora egli mostra come si possa anche indicare, dal cambiamento di fase osservato, qual' è la natura di quella sostanza; che nel caso degli strati di argento sul vetro, è argento privo di coesione.

W. VOIGT. *Su una estensione apparentemente necessaria della teoria dell' elasticità* (pp. 536-555). — Poichè le ricerche del Tompson (*N. Cim.* 32, p. 89), mostrarono che non si può ritenere sempre la deformazione proporzionale alla forza deformatrice, l'A. cerca di modificare le equazioni fondamentali dell' elasticità, introducendo nel potenziale delle forze anche dei termini di terzo grado; e indica alcune applicazioni delle formule ottenute.

U. DUHRING. *Difesa della priorità della legge delle temperature corrispondenti, contro il sig.* S. Joung (pp. 556-588). — L'A. si riferisce alla legge di cui fu già tenuto parola (*N. Cim.* 35, pag. 93), che egli fu il primo ad enumerare, e ne mostra l' esattezza con l' aiuto di numerosi resultati sperimentali.

W. C. RÖNTGEN. *Su di una esperienza con un prisma rettangolo di vetro* (pp. 589-592). — Osservando con un solo occhio la propria immagine riflessa da un prisma rettangolo tenuto cogli spigoli verticali, e colla faccia ipotenusa quasi normale alla linea visuale, la retta condotta dalla pupilla dell' osservatore alla immagine fatta dal prisma non passa pel centro della pupilla, ma è un po' spostata verso il naso; è questo un mezzo assai semplice per dimostrare che la linea visuale dell' occhio non coincide con l'asse ottico. L' A. si serve poi di questo fatto, per riconoscere, mediante un goniometro munito dell' oculare di Gauss, se i lati di un prisma sono o no paralleli, e per rimandare indietro, anche a notevoli distanze, i raggi di una sorgente luminosa.

W. C. Röntgen. *Sull' influenza della pressione sulla costante dielettrica dell'acqua e dell'alcole etilico* (pp. 593-603). — Poichè la pressione esercita una influenza sensibile sulla densità dei dielettrici, era da ritenere che l'avrebbe esercitata anche sul valore della loro costante dielettrica; invece l' A. riferisce delle ricerche dalle quali resulta che anche spingendo la pressione a 500 atmosfere, la capacità di un condensatore ad acqua o ad alcole subisce variazioni minori dell' 1 p. $^0/_0$, e quindi anche per quelle pressioni la formola $\frac{K-1}{K+2}\frac{1}{\alpha}=$ cost resta applicabile.

C. Déguisne. *Sull' esistenza di un' anomalia della conduttività delle soluzioni saline a 4°* (pp. 604-606). — L' A. non ha trovato verificato il fatto accennato dal Lussana (*N. Cim.* 34, p. 217) che il coefficiente termico della conduttività elettrica delle soluzioni saline diluite abbia un massimo in prossimità di 4°; e dubita che il resultato del Lussana sia dovuto a una disuguale distribuzione della temperatura nei recipienti adoprati.

G. Quincke. *Sui moti vorticosi dell' aria* (pp. 607-608). — Se si fanno salire nell' aria, vicine fra loro, due bolle di sapone piene di gas illuminante, oppure una bolla sola accanto a uno specchio verticale, si vede che la distanza fra le due bolle, o fra la sola bolla e la sua immagine, aumenta e diminuisce periodicamente, a motivo dei vortici che si formano nell' aria.

Fenomeni simili si presentano nella caduta di piccole particelle di polvere nell' aria o nell' acqua, o quando una corrente d' aria o di liquido investe delle particelle di polvere in riposo. Il moto del pulviscolo è influenzato dalla vicinanza e della forma di pareti solide.

A. Stefanini.

Philosophical Magazine.

Vol. 37, Giugno 1894.

A. Schuster. *Sui fenomeni d' interferenza* (pp. 509-545). — Come già fu dimostrato da Gouy e dal Rayleigh, l' A., esaminando più specialmente l' interferenza di due fasci di raggi, di cui uno ha un certo ritardo sull' altro trova che quando l' intensità della luce non varia sensibilmente da una riga alla sua contigua, l' intensità relativa dei massimi e dei minimi può esprimersi in funzione del ritardo e del potere risolutivo, senza alcuna ipotesi sulla natura della luce, che, come lo mostrò Rayleigh, è completamente definita, dalla distribuzione dell' energia nello spettro. Non si può quindi asserire che le vibrazioni luminose debbano essere regolari.

J. W. Kearton. *Nuovo modo di fare gli specchi magici* (pp. 546-548). — Sullo specchio d' ottone, coperto di paraffina, si

tracciano con una punta di legno le figure volute; poi s'immerge per pochi secondi in acido nitrico concentrato. Dopo, i tratti fini si coprono con cera calda, mentre sulle linee larghe si passa la cera solamente sui bordi, simmetricamente dalle due parti, e poi si fa una nuova immersione. Si ritoccano da capo i bordi con cera e si fa agire nuovamente l'acido più volte, fino ad ottenere un'incisione che vada gradatamente scemando in larghezza con la profondità.

Per figure le cui linee hanno una larghezza da $^1/_{16}$ a $^3/_8$ di pollice, è sufficiente l'immersione di 3 secondi in una soluzione di 5 volumi di acido nitrico in 2 d'acqua.

P. L. GRAY. *La temperatura minima della visibilità* (pp. 549-557). — L'A. ha determinato la temperatura alla quale una striscia di platino divien visibile nell'oscurità; e misurando le temperature con metodo migliore di quello del Draper, ha trovato che in certe condizioni dell'occhio, quando cioè l'osservatore è rimasto a lungo nell'oscurità, il platino divien visibile a 370°. Nelle condizioni di minima sensibilità, la temperatura anzidetta sale a 470°; ed è la stessa tanto che il platino abbia la superficie metallica levigata, quanto se l'abbia coperta di nerofumo.

S. P. THOMPSON e M. WALKER. *Sul disegno e l'avvolgimento degli elettromagneti per correnti alternate* (pp. 564-573). — Dopo aver riferito delle esperienze che provano che la forza portativa di un elettrocalamita è minore per correnti alternate che per correnti continue, quando l'intensità del flusso supera 4000 linee per cm^2; gli A. ricercano quale dev'esser l'avvolgimento per ottenere in date condizioni di frequenza, voltaggio etc., un numero qualunque di ampere-giri.

Se la forza elettromotrice in volta è V, e la corrente in ampère è i, (ambedue date come radice quadrata dei quadrati medi) L il coefficiente di autoinduzione, R la resistenza del rocchetto, n la frequenza, e W il numero delle spire; l'induttanza sarà $2\pi n L$, che si scriverà per brevità pL; l'impedenza sarà $\sqrt{R^2+p^2L^2}$, e la relazione fra volts e ampères sarà

$$V = i\sqrt{R^2+p^2L^2}$$

Se ϕ è lo spostamento di fase, si ha sen $\phi = pL \div \sqrt{R^2+p^2L^2}$; onde

$$1) \qquad V \operatorname{sen} \phi = ipL.$$

Ma L è proporzionale al quadrato di W; e se k è il coefficiente di autoinduzione di una sola spira, si ha $L = k W^2$; e ponendo $Z = iW$ (numero di ampère-giri che si vogliono ottenere) la 1) diviene

$$2) \qquad W = V \operatorname{sen} \phi / kpZ \ ,$$

che è la relazione cercata.

Per determinare k si può avvolgere sull' elettrocalamita un rocchetto avente un numero conosciuto w di spire, di resistenza r, e poi misurare la corrente c che vi circola usando una forza elettromotrice v di frequenza n, avendo cura di tener l'armatura nella posizione che avrà durante l'uso. Allora il coefficiente d'induzione l di quel rocchetto sarà

$$l = \sqrt{v^2 - c^2 r^2} / \sqrt{4 \pi^2 n^2 c^2}$$

e perciò sarà $k = l | w^2$.

Quanto al valore di ϕ, gli A. osservano che usualmente si può prendere senza errore sensibile sen $\phi = 1$.

I valori dati dalla 2) sono stati trovati dagli A. concordanti con quelli sperimentali.

Se si vuole W in funzione del valor medio N del flusso magnetico nel ferro (N = AB, ove A è l'area della sezione trasversale, B le linee di forza per cm^2) si trova facilmente

$$W = 10^8 V / p N .$$

S. H. BURBURY. *La seconda legge della termodinamica* (pp. 574-578). — Scopo di questa Nota, che non può riassumersi, è di trovare la condizione più generale che rende $\frac{\partial Q}{T}$ un differenziale esatto di una funzione dell' energia cinetica media T, e delle coordinate $v_1 \ldots v_r$ che definiscono un sistema statico di molecole, ove ∂Q è l' energia che deve spendersi quando T diviene $T + \partial T$, e v_3 diviene $v_3 + \partial v_3$.

P. DE HEEN. *Sulle proprietà termiche dei liquidi* (p. 584). — Ramsay e Joung rimproverarono all'A. un errore di 50° nella determinazione del punto critico (cfr. *N. Cim.* 36, pag. 56); ora l'A. fa osservare che sarebbe impossibile, anche al fisico meno esercitato, di commettere un tale errore; e che la differenza fra i valori trovati da esso e da altri si deve all' impurità del liquido adoprato, che aveva realmente la temperatura critica usata dall' A. ma che non era, come egli credeva in seguito all' assicurazione del chimico che glielo aveva fornito, un liquido chimicamente puro. L'errore fu riconosciuto dall' A. stesso nel libro che pubblicò su questo soggetto.

A. STEFANINI.

SOPRA GLI INTEGRALI DELLE EQUAZIONI DELLA ISOTROPIA ELASTICA

di CARLO SOMIGLIANA [1].

§ 3.

Possiamo ora proporci il problema di ridurre le espressioni (8) alla forma (2), ossia cercare delle espressioni per ϕ, ψ, χ le quali riducano le (2) identiche alle (8). Gli integrali che compaiono nei secondi membri di queste formole si dividono in tre gruppi:

a) quelli che dipendono dalle forze di massa X, Y, Z, che sono integrali di volume;

b) quelli di superficie dipendenti dai valori di L, M, N;

c) quelli, parimenti di superficie, dipendenti dai valori di u, v, w al contorno del corpo. Ora se osserviamo che agli integrali della forma

$$\int F\,r\,dS, \quad \int f\,r\,ds \tag{9}$$

può essere applicata due volte successivamente la derivazione sotto il segno, quando il punto $r = 0$ è interno al campo S, purchè si ammetta che le funzioni F, f sotto il segno d'integrazione siano regolari; e che inoltre si ha

$$\frac{\partial^2 r}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 r}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 r}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{\partial^2 r}{\partial x \partial y}, \quad \ldots\ldots$$

vediamo immediatamente che il primo ed il secondo gruppo di integrali si possono porre sotto la forma (2) quando si prendano per ϕ, ψ, χ le espressioni

$$\begin{aligned} \phi' &= \frac{k}{8\pi a^2 b^2}\int X r\,dS + \frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int L r\,ds \\ \psi' &= \frac{k}{8\pi a^2 b^2}\int Y r\,dS + \frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int M r\,ds \\ \chi' &= \frac{k}{8\pi a^2 b^2}\int Z r\,dS + \frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int N r\,ds \end{aligned} \tag{10}$$

[1] *Continuazione e fine.* Vedi p. 28.

Che queste espressioni soddisfacciano alle equazioni (5) della terna generatrice, risulta immediatamente dal teorema di Poisson[1]) relativo alle funzioni potenziali di masse a tre dimensioni, e dalla osservazione già fatta circa la derivabilità sotto il segno degli integrali della forma (9). Noi chiameremo u', v', w' gli spostamenti corrispondenti alla terna φ', ψ', χ' (10).

Rimane ora a studiarsi il terzo gruppo, che dipende dai valori superficiali degli spostamenti u, v, w. Per semplificazione di calcolo scomporremo questo gruppo in tre sottogruppi, considerando separatamente i termini che dipendono dalle singole componenti u, v e w. Il primo sottogruppo sarà quindi formato colle seguenti espressioni

$$
11)\qquad u_1 = -\frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int L_1 u\,ds \qquad v_1 = -\frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int L_2 u\,ds
$$

$$
w_1 = -\frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int L_3 u\,ds
$$

nelle quali le L_1, L_2, L_3, come risulta dalle formole del paragrafo precedente, si possono scrivere

$$
L_1 = 2b^2(a^2-b^2)\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right) + 2\,\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \xi}{\partial n}\right\} - 2a^2b^2\,\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n}
$$

$$
12)\quad L_2 = 2b^2(a^2-b^2)\left\{\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)\right.
$$

$$
\left. + 2\,\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y}\frac{\partial \xi}{\partial n}\right\} - 2a^2b^2\left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y}\frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial n}\right)
$$

$$
L_3 = 2b^2(a^2-b^2)\left\{\frac{\partial^2}{\partial x \partial z}\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)\right.
$$

$$
\left. + 2\,\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}\frac{\partial \xi}{\partial n}\right\} - 2a^2b^2\left(\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z}\frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \zeta}{\partial n}\right)
$$

1) Il signor Lauricella in una Nota pubblicata nei *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, Vol. II, 1893 (ed anche in questo periodico T. XXXIV) partendo dalle formole ([illegible]) ha dimostrato direttamente che esse soddisfanno alle equazioni fondamentali, deducendone un teorema analogo a quello di Poisson. Questo teorema è sostanzialmente rappresentato dalle (5), e le formole precedenti (10) dimostrano che, reciprocamente, esso può considerarsi, come una conseguenza di quello di Poisson.

Le derivazioni di r rispetto alla variabile n si devono intendere eseguite in queste formole, e nelle successive, considerando r come funzione di ξ, η, ζ.

Ora se noi poniamo

$$\varphi = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial n}$$

$$\psi = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial n}$$

$$\chi = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial \zeta}{\partial n}$$

si ha, considerando φ, ψ, χ come funzioni di x, y, z.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \chi}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)$$

$$\Delta_2 \varphi = \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \qquad \Delta_2 \varphi = \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial n} \qquad \Delta_2 \chi = \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \zeta}{\partial n}$$

ed inoltre saranno soddisfatte le equazioni

$$\Delta_2 \Delta_2 \varphi = 0 \qquad \Delta_2 \Delta_2 \psi = 0 \qquad \Delta_2 \Delta_2 \chi = 0$$

Perciò otterremo (2b) un sistema particolare di integrali delle equazioni (1) per $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$, prendendo rispettivamente per u, v, w le espressioni

$$(a^2 - b^2)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right) + a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \xi}{\partial n} - a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n}$$

$$13) \qquad (a^2 - b^2)\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right) + a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial n}$$

$$(a^2 - b^2)\frac{\partial^2}{\partial x \partial z}\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right) + a^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial \zeta}{\partial n}$$

Un altro sistema di integrali si ha ponendo

$$\varphi = \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial \xi}{\partial n} \qquad \psi = \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial \xi}{\partial n} \qquad \chi = \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial \xi}{\partial n}$$

da cui si ottengano (2_b) le espressioni

$$14)\qquad (a^2-2b^2)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x}\frac{\partial\xi}{\partial n}\,,\ (a^2-2b^2)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}\frac{\partial\xi}{\partial n}\,,\ (a^2-2b^2)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z}\frac{\partial\xi}{\partial n}$$

Sommando questi due sistemi di integrali (13), (14) si ottengono precisamente le espressioni

$$\frac{1}{2b^2}L_1\,,\quad \frac{1}{2b^2}L_2\,,\quad \frac{1}{2b^2}L_3$$

definite dalle formole precedenti (12). Possiamo quindi dire che queste tre espressioni rappresentano le componenti di una deformazione, per forze di massa nulle, la cui terna generatrice è data dalle seguenti funzioni

$$F_1=\frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial\xi}{\partial n}+\frac{a^2-2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial\xi}{\partial n}-\frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial n}$$

$$G_1=\frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial n}+\frac{a^2-2b_2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial\xi}{\partial n}$$

$$H_1=\frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial n}+\frac{a^2-2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial\xi}{\partial n}$$

Di qui concludiamo subito che la terna generatrice degli spostamenti u_1, v_1, w_1 (11) è la seguente

$$\varphi_1=-\frac{1}{4\pi a^2}\int F_1\,u\,ds$$

$$\psi_1=-\frac{1}{4\pi a^2}\int G_1\,u\,ds$$

$$\chi_1=-\frac{1}{4\pi a^2}\int H_1\,u\,ds$$

In modo simile si può determinare la terna generatrice dei rimanenti integrali che dipendono da v e da w, e si trova così che la terna generatrice delle espressioni, che nelle (8) dipendono da u, v, w, cioè

$$u'' = -\frac{1}{8\pi\, a^2 b^2}\int (L_1\, u + M_1\, v + N_1\, w)\, ds$$

$$v'' = -\frac{1}{8\pi\, a^2 b^2}\int (L_2\, u + M_2\, v + N_2\, w)\, ds$$

$$w'' = -\frac{1}{8\pi\, a^2 b^2}\int (L_3\, u + M_3\, v + N_3\, w)\, ds$$

è data dalle espressioni

$$\varphi'' = -\frac{1}{4\pi\, a^2}\int (F_1\, u + F_2\, v + F_3\, w)\, ds$$

$$\psi'' = -\frac{1}{4\pi\, a^2}\int (G_1\, u + G_2\, v + G_3\, w)\, ds$$

$$\chi'' = -\frac{1}{4\pi\, a^2}\int (H_1\, u + H_2\, v + H_3\, w)\, ds$$

dove si ha

$$F_2 = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial \xi}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial n}$$

$$G_2 = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial n} - \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial n}$$

$$H_2 = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial \zeta}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial \eta}{\partial n}$$

e analogamente

$$F_3 = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial \xi}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial \zeta}{\partial n}$$

$$G_3 = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial \eta}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial \zeta}{\partial n}$$

$$H_3 = \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial \zeta}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial \zeta}{\partial n} - \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial n}$$

Le formole precedenti risolvono la questione che ci eravamo proposti; però esse possono essere ridotte ad una forma più semplice e che mette in maggiore evidenza la legge con cui le φ'', ψ'', χ'' sono formate.

Osserviamo infatti che indicando con s_r, s_n le componenti dello spostamento di un punto della superficie nella direzione del raggio r, che parte dal punto (ξ, η, ζ), e della normale interna, si ha

$$F_1 u + F_2 v + F_3 w = \frac{1}{2} s_r \frac{\partial \xi}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2} \frac{\partial r}{\partial x} s_n - \frac{1}{2} \frac{\partial r}{\partial n} u$$

$$G_1 u + G_2 v + G_3 w = \frac{1}{2} s_r \frac{\partial \eta}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2} \frac{\partial r}{\partial y} s_n - \frac{1}{2} \frac{\partial r}{\partial n} v$$

$$H_1 u + H_2 v + H_3 w = \frac{1}{2} s_r \frac{\partial \zeta}{\partial n} + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2} \frac{\partial r}{\partial z} s_n - \frac{1}{2} \frac{\partial r}{\partial n} w$$

Perciò, indicando per analogia con s_ξ, s_η, s_ζ, le componenti di spostamento secondo i tre assi, finora rappresentate con u, v, w, possiamo scrivere:

$$\varphi'' = \frac{1}{8\pi a^2} \int \left(\frac{\partial r}{\partial n} s_\xi - \frac{\partial \xi}{\partial n} s_r \right) ds + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2} \int \frac{\partial r}{\partial \xi} s_n \, ds$$

$$15) \qquad \psi'' = \frac{1}{8\pi a^2} \int \left(\frac{\partial r}{\partial n} s_\eta - \frac{\partial \eta}{\partial n} s_r \right) ds + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2} \int \frac{\partial r}{\partial \eta} s_n \, ds$$

$$\chi'' = \frac{1}{8\pi a^2} \int \left(\frac{\partial r}{\partial n} s_\zeta - \frac{\partial \zeta}{\partial n} s_r \right) ds + \frac{a^2 - 2b^2}{2b^2} \int \frac{\partial r}{\partial \zeta} s_n \, ds$$

Possiamo dunque concludere che *i secondi membri delle formole* (8) *rientrano nella forma generale data dalle* (2) e (2_b) *per gli integrali delle equazioni fondamentali, quando si prendano per le funzioni generatrici le espressioni*

$$16) \qquad \varphi = \varphi' + \varphi'' \qquad \psi = \psi' + \psi'' \qquad \chi = \chi' + \chi''$$

ove le φ', φ'', . . . *sono date dalle* (10), (15).

Da queste espressioni delle funzioni generatrici si possono dedurre quelle delle corrispondenti funzioni Θ, P, Q, R; le formole (3) si convertono allora nelle formole determinate da Betti per la dilatazione, e le componenti della rotazione elementare. Per brevità non riprodurremo queste formole, nè scriveremo le

espressioni delle Θ, P, Q, R, la cui deduzione non presenta del resto alcuna difficoltà [1]).

§ 4.

L'osservazione, che abbiamo fatto fin da principio, che le equazioni (2) sono della stessa forma (1), può servire a trovare, delle nuove espressioni della terna generatrice. Difatti, supponendo note le funzioni u, v, w la determinazione delle funzioni φ, ψ, χ si riduce a trovare un sistema qualsiasi d'integrali delle equazioni (2), e questo può essere determinato colla trasformazione stessa applicata alle (1). Poniamo

$$\begin{aligned} \varphi &= (a^2-b^2)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial H}{\partial z}\right)+b^2\Delta_2 F \\ \psi &= (a^2-b^2)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial H}{\partial z}\right)+b^2\Delta_2 G \qquad (17) \\ \chi &= (a^2-b^2)\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial H}{\partial z}\right)+b^2\Delta_2 H \end{aligned}$$

e avremo

$$\Theta = a^2\Delta_2\left(\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial H}{\partial z}\right)$$

$$P = b^2\Delta_2\left(\frac{\partial H}{\partial y}-\frac{\partial G}{\partial z}\right)\quad Q = b^2\Delta_2\left(\frac{\partial F}{\partial z}-\frac{\partial H}{\partial x}\right)\quad R = b^2\Delta_2\left(\frac{\partial G}{\partial x}-\frac{\partial F}{\partial y}\right)$$

e le (2) divengono

$$\begin{aligned} a^2 b^2 \Delta_2 \Delta_2 F &= u \\ a^2 b^2 \Delta_2 \Delta_2 G &= v \\ a^2 b^2 \Delta_2 \Delta_2 H &= w \end{aligned}$$

Ora noi possiamo assegnare facilmente la forma generale degli integrali di queste equazioni; essi sono

[1]) La deduzione delle formole di Betti da quelle che valgono a rappresentare le u, v, w, come le (8) ed altre analoghe, è stata oggetto di una elegante nota del Sig. Cesàro, pubblicata nei *Rendiconti del R. Istituto Lombardo*, S. II. Vol. XXIV, 1891. Inoltre fu da me accennata nel *Nuovo Cimento*, S. III, T. XVII, 1885, e negli *Annali di Matematica* S. II, T. XVII, 1889.

$$
18)\qquad
\begin{aligned}
F &= -\frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int ur\,dS + \int fr\,ds + \int f_1 \frac{ds}{r}\\
G &= -\frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int vr\,dS + \int gr\,ds + \int g_1 \frac{ds}{r}\\
H &= -\frac{1}{8\pi a^2 b^2}\int wr\,dS + \int hr\,ds + \int h_1 \frac{ds}{r}
\end{aligned}
$$

dove f, f_1, g, g_1, h, h_1 sono funzioni arbitrarie dei punti della superficie s. Le espressioni che in tal modo si hanno dalle (17) per φ, ψ, χ non possono però avere utilità nella integrazione delle equazioni fondamentali, poichè vi compaiono i valori di u, v, w in tutto lo spazio S.

Possiamo però approfittare delle considerazioni precedenti per trovare le espressioni più generali che possono essere aggiunte a quelle già determinate (16) per le funzioni φ, ψ, χ. Difatti due sistemi di funzioni φ, ψ, χ non possono differire fra loro che per una terna di funzioni $\varphi_1, \psi_1, \chi_1$ che soddisfacciano alle (2), quando se ne suppongano nulli i primi membri. Queste funzioni $\varphi_1, \psi_1, \chi_1$ saranno quindi date dalle (17), (18) ponendo $u = 0$ $v = 0$, $w = 0$.

Con ciò può ritenersi risoluto il problema della determinazione della terna generatrice più generale, mediante i valori delle forze di massa, delle pressioni e degli spostamenti superficiali.

Quando le forze di massa X, Y, Z sono nulle le equazioni caratteristiche (3) delle funzioni φ, ψ, χ sono soddisfatte da qualsiasi funzione, che sia un integrale della equazione di Laplace $\Delta_2\,\omega = 0$. In tal caso gli integrali corrispondenti assumono una forma assai semplice che conviene di notare. Difatti a cagione delle identità (1) questi possono essere posti (2) sotto una delle due forme:

$$
19)\qquad u = \frac{\partial \Theta}{\partial x} \qquad v = \frac{\partial \Theta}{\partial y} \qquad w = \frac{\partial \Theta}{\partial z}
$$

e

$$
19_a)\qquad u = \frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} \qquad v = \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} \qquad w = \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}
$$

trascurando nei due casi un fattore costante comune, che non ha alcuna importanza. Le funzioni Θ, P, Q, R soddisfanno esse pure

all' equazione di Laplace, e questa loro proprietà è sufficiente per dimostrare che per le espressioni (19), (19_a) sono integrali delle equazioni dell' equilibrio. Ne concludiamo quindi che mediante una funzione Θ, od una terna di funzioni P, Q, R che siano integrali qualunque dell' equazione $\Delta_2\,\omega = 0$, si possono sempre ottenere due deformazioni speciali, corrispondenti a forze di massa nulle. Entrambe queste deformazioni sono prive di dilatazione, e la prima anche di rotazione elementare.

§ 5.

L' equazione caratteristica delle funzioni φ, ψ, χ quando le forze di massa sono nulle,

$$\Delta_2\,\Delta_2\,\omega = 0$$

ammette i seguenti integrali particolari

$$20) \qquad \omega = z\,\Omega \quad , \quad \omega = (R^2 - \rho^2)\,\Omega$$

dove $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, R è una costante, ed Ω una funzione che soddisfa all' equazione di Laplace. Si ha infatti nei due casi rispettivamente

$$\Delta_2\,\omega = 2\,\frac{\partial \Omega}{\partial z}\,, \qquad \Delta_2\,\omega = -6\,\Omega - 4\left(x\,\frac{\partial \Omega}{\partial x} + y\,\frac{\partial \Omega}{\partial y} + z\,\frac{\partial \Omega}{\partial z}\right)$$

e quindi

$$\Delta_2\Delta_2\,\omega = 2\,\frac{\partial}{\partial z}(\Delta_2\,\Omega) = 0\,, \qquad \Delta_2\,\Delta_2\,\omega = -14\,\Delta_2\,\Omega = 0$$

se si ha, come abbiamo supposto,

$$\Delta_2\,\Omega = 0\,.$$

Questi due integrali godono inoltre la proprietà di annullarsi il primo sul piano $z = 0$, il secondo sulla superficie della sfera $\rho = R$; e se noi prendiamo per funzioni generatrici delle funzioni che abbiano la forma di questi, troviamo appunto quelle espressioni degli integrali delle equazioni d'equilibrio, coi quali sono stati risoluti i problemi della deformazione di un solido limitato da un piano o da una sfera.

Nel primo caso infatti, ponendo

$$\varphi = z\,\Phi \qquad \psi = z\,\Psi \qquad \chi = z\,\mathrm{X}$$

$$\Sigma = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{X}}{\partial z}$$

e supponendo naturalmente

$$\Delta_2\,\Phi = 0 \qquad \Delta_2\,\Psi = 0 \qquad \Delta_2\,\mathrm{X} = 0\,,$$

troviamo colle (2_b)

$$\begin{aligned} u &= (b^2 - a^2)\left\{ z\,\frac{\partial \Sigma}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{X}}{\partial x}\right\} + 2a^2\,\frac{\partial \Phi}{\partial z} \\ v &= (b^2 - a^2)\left\{ z\,\frac{\partial \Sigma}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{X}}{\partial y}\right\} + 2a^2\,\frac{\partial \Psi}{\partial z} \qquad\qquad (21) \\ w &= (b^2 - a^2)\left\{ z\,\frac{\partial \Sigma}{\partial z} + \frac{\partial \mathrm{X}}{\partial z}\right\} + 2a^2\,\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial z} + (b^2 - a^2)\,\Sigma \end{aligned}$$

Ma, tenendo conto dell'osservazione fatta alla fine del paragrafo precedente, è facile vedere che questi integrali possono essere spezzati in due sistemi distinti di integrali. Difatti se si pone nelle (19) (19_a).

$$\Theta = (b^2 - a^2)\,\mathrm{X}$$

$$\mathrm{P} = (b^2 - a^2)\,\Psi \qquad \mathrm{Q} = -\,(b^2 - a^2)\,\Phi \qquad \mathrm{R} = 0$$

sommando, si ottengono gli integrali

$$u_1 = (b^2 - a^2)\left\{\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right\}$$

$$v_1 = (b^2 - a^2)\left\{\frac{\partial \mathrm{X}}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial z}\right\}$$

$$w_1 = (b^2 - a^2)\left\{\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{X}}{\partial z}\right\}$$

che sottratti dai (21) danno l'altro sistema

$$u_2 = (b^2 - a^2)\, z \frac{\partial \Sigma}{\partial x} + (a^2 + b^2) \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

$$v_2 = (b^2 - a^2)\, z \frac{\partial \Sigma}{\partial y} + (a^2 + b^2) \frac{\partial \Psi}{\partial z}$$

$$w_2 = (b^2 - a^2)\, z \frac{\partial \Sigma}{\partial z} + (a^2 + b^2) \frac{\partial \mathrm{X}}{\partial z}$$

Gli integrali mediante i quali i signori Boussinesq e Cerruti hanno risoluto il problema della deformazione di un solido isotropo limitato da un piano, rientrano in questi due gruppi u_1, v_1, w_1 e u_2, v_2, w_2. Così ad es. se sono dati sul piano $z = 0$ i valori di u, v, w, si osservi che su questo piano si ha

$$u_2 = (a^2 + b^2) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad v_2 = (a^2 + b^2) \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad w_2 = (a^2 + b^2) \frac{\partial \mathrm{X}}{\partial z} ,$$

e quindi per risolvere il problema in questo caso basterà prendere per Φ, Ψ, X delle funzioni, le cui derivate, rispetto a z, siano proporzionali alle funzioni che risolvono il problema di Dirichlet per uno spazio limitato da un piano, quando i valori superficiali dati sono quelli di u, v, w.

Passando ora al caso della sfera, poniamo

$$\varphi = (\mathrm{R}^2 - \rho^2)\, \Phi \qquad \psi = 0 \qquad \chi = 0$$

supponendo $\Delta_2 \Phi = 0$. Avremo

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = (\mathrm{R}^2 - \rho^2) \frac{\partial \Phi}{\partial x} - 2x\Phi \qquad \Delta_2 \varphi = -6\Phi - 4\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho}$$

quindi le formole (2b) danno

$$u = (b^2 - a^2) \left\{ (\mathrm{R}^2 - \rho^2) \frac{\partial \Phi}{\partial x^2} - 4x \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right\} - 2a^2 \left(3\Phi + 2\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right)$$

$$22) \quad v = (b^2 - a^2 \left\{ (\mathrm{R}^2 - \rho^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} - 2 \left(y \frac{\partial \Phi}{\partial x} + x \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \right\}$$

$$w = (b^2 - a^2) \left\{ (\mathrm{R}^2 - \rho^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial z} - 2 \left(z \frac{\partial \Phi}{\partial x} + x \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \right\}$$

Anche questi integrali si possono decomporre in diversi sistemi. Difatti sia Φ_1 una funzione che soddisfa alla equazione di Laplace e poniamo

$$\phi = x\,\Phi_1 \qquad \Psi = 0 \qquad \chi = 0$$

Avremo gli integrali

$$\begin{aligned} u &= (b^2-a^2)\left\{ x\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial\Phi_1}{\partial x} \right\} + (a^2+b^2)\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} \\ v &= (b^2-a^2)\left\{ x\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x\partial y} + \frac{\partial\Phi_1}{\partial y} \right\} \\ w &= (b^2-a^2)\left\{ x\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x\partial z} + \frac{\partial\Phi_1}{\partial z} \right\} \end{aligned} \tag{23}$$

Supponiamo ora che sia

$$\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} = \Phi$$

e sopprimiamo gli integrali che hanno per potenziale la funzione $(b^2-a^2)\,\Phi_1$; otterremo così un nuovo sistema

$$\begin{aligned} u_1 &= (b^2-a^2)\,x\frac{\partial\Phi}{\partial x} + (a^2+b^2)\,\Phi \\ v_1 &= (b^2-a^2)\,x\frac{\partial\Phi}{\partial y} \\ w_1 &= (b^2-a^2)\,x\frac{\partial\Phi}{\partial z} \end{aligned}$$

Un altro sistema si può ottenere, ponendo

$$P = 0 \qquad Q = x\frac{\partial\Phi_1}{\partial z} - z\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} \qquad R = y\frac{\partial\Phi_1}{\partial x} - x\frac{\partial\Phi_1}{\partial y}\ ;$$

difatti si ha

$$\Delta_2\,Q = 0 \qquad \Delta_2\,R = 0$$

come è richiesto dalla osservazione fatta alla fine del paragrafo precedente. Inoltre troviamo

$$\frac{\partial Q}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial y}=-x\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2}-y\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial y\partial x}-z\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial z\partial x}-2\frac{\partial\Phi_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial z}=-x\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x\partial y}+y\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2}-\frac{\partial\Phi_1}{\partial y}$$

$$\frac{\partial P}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial x}=-x\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x\partial y}+z\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x^2}-\frac{\partial\Phi_1}{\partial z}$$

Moltiplicando queste espressioni per (b^2-a^2), e sopprimendo gli integrali che hanno la forma (23), troviamo il nuovo sistema

$$u_2=-(b^2-a^2)\left(y\frac{\partial\Phi}{\partial y}+z\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)+2a^2\Phi$$

$$v_2=\quad(b^2-a^2)\quad y\frac{\partial\Phi}{\partial x}$$

$$w_2=\quad(b^2-a^2)\quad z\frac{\partial\Phi}{\partial x}$$

che può anche scriversi

$$u_2=(b^2-a^2)\,x\frac{\partial\Phi}{\partial x}+2a^2\Phi-(b^2-a^2)\,\rho\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}$$

$$v_2=(b^2-a^2)\,y\frac{\partial\Phi}{\partial x}$$

$$w_2=(b^2-a^2)\,z\frac{\partial\Phi}{\partial x}$$

Ora aggiungiamo agli integrali (22) i seguenti

$$2(u_1+u_2)\ ,\quad 2(v_1+v_2)\ ,\quad 2(w_1+w_2)$$

e troveremo il nuovo sistema

$$u=(b^2-a^2)(R^2-\rho^2)\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}-2(a^2+b^2)\,\rho\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}+2b^2\Phi$$

$$24)\qquad v=(b^2-a^2)(R^2-\rho^2)\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}$$

$$w=(b^2-a^2)(R^2-\rho^2)\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial z}$$

Gli integrali di questa forma si prestano specialmente alla risoluzione del problema della deformazione, quando al contorno sono dati i valori di u, v, w. Difatti noi possiamo considerare insieme agli integrali (24) gli altri due sistemi che si ottengono da essi con sostituzioni circolari sulle variabili x, y, z e u, v, w; allora il problema enunciato (in modo analogo a quello già considerato nel caso del piano) si riduce alla determinazione di tre funzioni Φ, Ψ, X, le quali siano tali che le tre espressioni

$$-2(a^2+b^2)\rho\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}+2b^2\Phi$$

$$-2(a^2+b^2)\rho\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}+2b^2\Psi$$

$$-2(a^2+b^2)\rho\frac{\partial\mathrm{X}}{\partial\rho}+2b^2\mathrm{X}$$

coincidano colle funzioni che risolvono il problema di Dirichlet, quando i valori dati al contorno sono quelli di u, v, w rispettivamente. La determinazione di queste funzioni Φ, Ψ, X è effettivamente possibile e non presenta difficoltà.

Anche gli altri problemi che si riferiscono alla deformazione della sfera possono essere risoluti coi sistemi integrali, di cui abbiamo determinato la forma generale; ma non insisteremo di più su questo argomento, bastandoci di aver dimostrato con qualche esempio la possibilità di una generazione uniforme degli integrali che risolvono i più semplici e generali, dei problemi di deformazione fin qui studiati.

Pavia, Aprile 1894.

IL CALORE SPECIFICO DELL'ACQUA SOTTO VOLUME COSTANTE

Nota dei Professori A. BARTOLI *ed* E. STRACCIATI.

In altri precedenti lavori [1]) abbiamo esposto i resultati di numerose serie di esperienze eseguite per determinare la variabilità del calore specifico dell'acqua (sotto pressione costante) al variare della temperatura. Ora abbiamo stimato cosa non del tutto inutile, quella di ricalcolare il calore specifico a volume costante, dell'acqua, di grado in grado, da 0 a + 35°, valendoci dei risultati da noi trovati pel calorico specifico a pressione costante e dei valori noti della compressibilità e della dilatabilità termica dell'acqua [2]).

Per questo calcolo ci siamo valsi della formula del Thomson

$$c_t = C_t - \frac{T}{E} \frac{10336}{K_t} \frac{(v_0 \delta_t)^2}{v_t}$$

dove c_t e C_t rappresentano respettivamente il calore specifico dell'acqua a volume costante ed a pressione costante, alla temperatura t, K_t il coefficiente di compressibilità, δ_t il coefficiente di dilatazione e v_t il volume specifico dell'acqua, E l'equivalente meccanico del calore e T la temperatura assoluta [3]).

Pel coefficiente di compressibilità abbiamo preso i valori dedotti dalle importanti esperienze di Pagliani e Vicentini [4]) ri-

1) Confronta, Bartoli e Stracciati. Il calore specifico dell'acqua, *Atti dell' Accad. Gioenia*, ser. 4., tom. IV, Catania 1892 e *N. Cimento*, ser. 3., vol. XXXII; e Riduzione dei calori specifici dell'acqua al termometro a idrogeno, *Rendiconti del R. Istit. Lombardo*, ser. 2., vol. XXVI e *N. Cimento*, ser. 3., vol. XXXIV, 1893; *Journal de Phys.*, fascicolo di novembre 1893.

2) Il calcolo del calore specifico dell'acqua sotto volume costante era già stato fatto dal nostro chiaro collega ed amico prof. Pagliani dell'Università di Palermo, il quale però si servì, pel calore specifico dell'acqua, della formula del Welten, la quale non corrisponde più allo stato attuale della scienza.

3) Compara, Verdet. Théorie mécanique de la chaleur, tom. I, pag. 213.

4) Pagliani e Vicentini, *N Cimento*, ser. 3., vol. XVI, pag. 27 e 161. Pisa 1884, e Torino, Stamperia della unione tipografica editrice, 1890; Landolt und Börnstein, *Physikalisch-Chemische Tabellen*. Berlin 1894.

portati anche dal Landolt e Börnstein; il coefficiente di dilatazione è stato calcolato per ogni grado colla formula

$$\delta_t = 2A\,(t-4) - 2{,}6B\,(t-4)^{1{,}6} + 3C\,(t-4)^2$$

dedotta dalla formula data dal Rossetti [1]) per rappresentare il volume dell' acqua in funzione della temperatura: le costanti hanno i seguenti valori:

$$A = 0{,}000\ 008\ 379\ 910$$
$$B = 0{,}000\ 000\ 378\ 702$$
$$C = 0{,}000\ 000\ 022\ 432\ 9.$$

Pel volume specifico dell'acqua abbiamo preso i valori dati dal Thiesen, Scheel e Marek [2]); e per l'equivalente meccanico del calore 428, che è il numero più probabile, ed è molto prossimo a quello determinato dal Rowland e da uno di noi [3]).

Facciamo seguire senz' altro i resultati del calcolo, avvertendo che abbiamo mantenuto come unità di calore, il calore specifico vero dell' acqua, sotto pressione costante, alla temperatura di + 15°.

Acqua.

Temperature	c calore specifico a volume costante	Temperature	c calore specifico a volume costante
0°	1,005 92	10°	1,000 46
1	1,005 61	11	0,999 73
2	1,005 26	12	0,999 01
3	1,004 85	13	0,998 29
4	1,004 35	14	0,997 57
5°	1,003 80	15°	0,996 83
6	1,003 18	16	0,996 11
7	1,002 55	17	0,995 38
8	1,001 85	18	0,994 67
9	1,001 17	19	0,993 93

1) Rossetti, *Atti del R. Istit. Veneto*, tom. XIII, ser. 3, pag. 1087. Venezia 1867-68.

2) Confronta, Landolt und Börnstein. *Phys.-Chem. Tabellen*. Berlin 1894.

3) Confronta, Bartoli. *Atti della R. Acc. dei Lincei*. Roma 1880, e *Bullettino dell' Accad. Gioenia*. Catania 1892.

Temperature	c calore specifico a volume costante	Temperature	c calore specifico a volume costante
20°	0,993 20	28	0,988 04
21	0,992 51	29	0,987 55
22	0,991 80	30°	0,986 97
23	0,991 10	31	0,986 48
24	0,990 47	32	0,986 08
25°	0,989 84	33	0,985 62
26	0,989 22	34	0,985 26
27	0,988 64	35°	0,984 90

Nella tavola seguente sono scritti i rapporti fra il calore specifico C a pressione costante e quello *c* sotto volume costante, dell'acqua fra 0° e + 35°.

Rapporto fra il calore specifico C *a pressione costante e quello* c *a volume costante.*

Temperature	$\frac{C}{c}$	Temperature	$\frac{C}{c}$
0°	1,000 71	11	1,001 43
+ 1	1,000 43	12	1,001 79
+ 2	1,000 20	13	1,002 21
3	1,000 05	14	1,002 67
4	1	15°	1,003 18
5°	1,000 02	16	1,003 74
6	1,000 13	17	1,004 32
7	1,000 27	18	1,004 90
8	1,000 51	19	1,005 57
9	1,000 76	20°	1,006 28
10°	1,001 06	21	1,007 02

Temperature	$\frac{C}{c}$	Temperature	$\frac{C}{c}$
22	1,007 82	29	1,014 06
23	1,008 63	30°	1,015 16
24	1,009 44	31	1,016 20
25°	1,010 32	32	1,017 22
26	1,011 22	33	1,018 31
27	1,012 12	34	1,019 44
28	1,013 10	35°	1,020 59

Si vede dunque che fra 0° e + 35° il calore specifico dell' acqua sotto volume costante, decresce regolarmente senza presentare veruna singolarità.

Pavia-Roma; Giugno 1894.

SUL CALORE SPECIFICO DEI GAS

Ricerche sperimentali del Dott. SILVIO LUSSANA [1])

PARTE TERZA

Volendo controllare i risultati a cui arrivai nella prima serie di esperienze, ne intrapresi una seconda modificando l' apparecchio in quelle parti che poteva dare luogo a qualche incertezza. E prima di tutto pensai che il metodo di riscaldamento non era del tutto adatto. Il serpentino contenuto entro la caldaia è immerso in un bagno ad aria; una porzione di questo bagno ad aria sporge dalla caldaia; per cui poteva avvenire benissimo che la temperatura dell' aria non fosse la stessa in tutti i punti e quindi il gas circolasse nel serpentino immerso in un ambiente a temperatura non uniforme. Di più quando il gas circola in questo serpentino, deve necessariamente raffreddarlo e può darsi benissimo che in causa della piccola capacità calorifica del bagno e

1) V. *N. Cim.* (3), p. 70, fasc. di agosto 1894.

della piccola conducibilità, la temperatura del gas che circola nel serpentino sia inferiore a quella segnata dal termometro. Per ovviare a questi possibili inconvenienti, feci costruire un cilindro di lamina di ottone che si adatta esattamente alla cavità della caldaia entro cui deve stare il serpentino (vedi fig. 4). Questo cilindro, rappresentato nella fig. 5, lo feci di tanto più lungo di questa cavità, di quanto il manicotto D doveva sporgere dalla caldaia per portarsi immediatamente sopra l'acqua del calorimetro. Entro questo cilindro, chiuso alle due estremità, posi il serpentino I in modo che il suo asse coincidesse con quello del cilindro, di più sul fondo esterno di questo cilindro praticai quattro fori attraverso due dei quali, A e B, passano le due

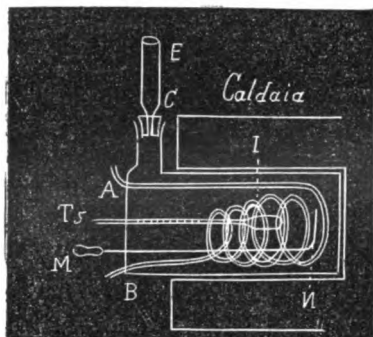



Fig. 5.

estremità del serpentino; un terzo foro si trova nel centro del fondo e dà passaggio al termometro T_s; un quarto infine viene chiuso con un tappo attraversato dall'asta di un agitatore M N. Di questi quattro fori i due A e B sono chiusi mediante saldature ad argento, e per gli altri due la tenuta è assicurata con dei tappi. Il cilindro porta finalmente nella parte superiore-anteriore un foro a cui venne saldata una canna d'ottone prolungata in seguito con un tubo di vetro C E. Entro questo cilindro versai dell'olio, così pure alcune goccie di olio assicuravano il perfetto contatto fra le pareti di questo cilindro e quelle della caldaia. La temperatura dell'olio, e quindi quella del gas che circola nel serpentino I viene mantenuta uniforme dall'agitatore M N e data dal termometro T_s. Così modificata la caldaia a condensazione, mentre mantiene il suo pregio principale di dare sempre una temperatura costante senza grandi cure ed avvertenze rispetto alla grandezza della fiamma riscaldante, evita anche i possibili inconvenienti a cui ho accennato.

In seguito poi a numerosi incidenti fui costretto a diminuire, per quanto era possibile, il numero dei tubi di gomma, e di più

anche a cambiare completamente il manometro essendosi rotto quello che aveva servito alle precedenti determinazioni. Il nuovo manometro conserva presso a poco le stesse dimensioni del precedente, anzi il cannello più stretto è lo stesso. La congiunzione fra le due canne P e Q si fa invece che con un tratto di tubo di gomma, mediante un piccolo serbatoio in acciaio che si trova disegnato nella fig. 6. Consiste esso in due pezzi d'acciaio di cui uno è incavato a vaschetta ed è munito internamente di un passo di vite *a a*, e sul fondo di una incavatura circolare *b b*; l'altro è un cilindro che si avvita in *a a* e porta una sporgenza *b' b'* che corrisponde esattamente all'incavatura *b b*; in *b b* si pone una guarnizione in cuoio di modo che basta avvitare sufficientemente il pezzo superiore nell'inferiore per avere una tenuta sicura. Il pezzo superiore poi è munito di due fori *c* e *d* il cui diametro corrisponde al diametro esterno delle due canne del manometro P e Q. Il diametro dei fori *c* e *d* si allarga in seguito un poco, e le canne di vetro vennero alle loro estremità soffiate in modo che il diametro del rigonfiamento corrispondesse al diametro maggiore dei fori. Del *Glu-marin* serve a masticiare le due canne di vetro nel pezzo di acciaio.

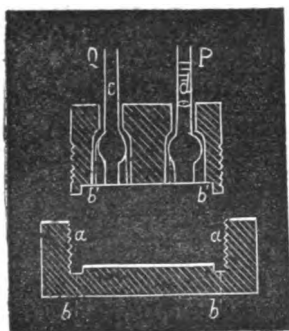



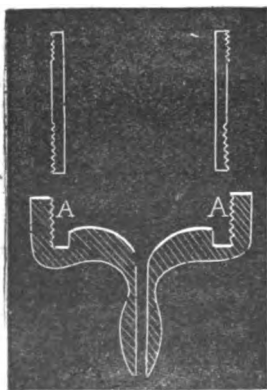
Fig. 6.

Anche i due cilindri A e B li modificai; e dapprima feci costruire dei pezzi del genere di quelli che servono di congiunzione alle due canne del manometro, ma con tre fori invece che due; in seguito però non essendomi potuto servire di questi, feci incavare al tornio dei cilindri di acciaio in modo da ridurli delle dimensioni segnate nella fig. 7; questi cilindri sono conformati alle due estremità a vite che si adatta alla madre-

Fig. 7.

vite praticata in A A; di più avvitandoli in A essi si internano in una incavatura dove comprimono le guarnizioni di cuoio in essa contenute. La lunghezza del cilindro mobile è di circa cm. 15, mentre quelle del fisso è di circa cm. 10. La capacità del cilindro fisso è di cm. 459,309 misurata a 20°; la distensione per la compressione la calcolai facendo uso dei coefficienti dati da Amagat[1]) per l'acciaio secondo la formola

$$dV = \alpha \frac{3(1-2\mu) R_0^2 + 2(1+\mu) R_1^2}{R_1^2 - R_0^2} V_0 P$$

che dà l'aumento della capacità di un cilindro di cui

V_0 è il volume iniziale;

R_1 ed R_0 i raggi esterno ed interno;

P la pressione interna;

α e μ l'inversa del coefficiente di elasticità ed il coefficiente di Poisson quando, essendo nulla la pressione esterna, è soggetto a delle pressioni interne.

Infine ai tubi di gomma L M ed N γ sostituii dapprima dei tubetti di rame del diametro interno di mm. 1 ed esterno di mm. 3 molto flessibili; in seguito posi delle larghe spirali di tubo di rame del diametro interno di 1 mm. ed esterno di 3 mm.

Per garantire poi meglio la essiccazione del gas che introducevo, e per eliminare quel poco di grasso che poteva essere trasportato meccanicamente dalla pompa nell'apparecchio, interposi fra la pompa e l'apparecchio una canna di ferro zincato della lunghezza di m. 1,60 e del diametro interno di cm. 2. Questa canna la riempii con del cloruro di calcio ed alle due estremità posi un bioccolo di cotone. A questo modo credo di avere eliminato anche qualunque pericolo relativo alle impurità che il gas poteva prendere passando attraverso la pompa.

Il procedimento nelle determinazioni ed il metodo di calcolo non essendo variati, mi limito a dare qui i risultati ottenuti in questa nuova serie di esperienze, facendo soltanto osservare che essendo stato costretto a cambiare il tubo di gomma che congiunge i due cilindri di acciaio non ho potuto oltrepassare la

1) Amagat. *Recerches sur l'élasticité des solides et la compressibilité du mercure* — Ann. de Chim et Phys. (6), 22, 95, 1891.

pressione di 35 atmosfere, calcolate in valore assoluto, senza che questo cedesse.

Nelle seguenti tabelle sono contenuti i risultati ottenuti con questa nuova disposizione; il significato dei numeri contenuti nelle singole tabelle è lo stesso che nelle precedenti. Soltanto vi sono aggiunte due colonne di cui l'una contiene i valori di c_p calcolati con la formola di primo grado che rappresenta la relazione fra il calore specifico a pressione costante e la densità, mentre l'altra contiene la differenza fra i valori di c_p così calcolati ed i valori osservati.

Aria atmosferica.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p oss.	c_p calc.	δ
atm.	°	°	°	°			gr.			
6,45	19,4	94,2	26,352	0,249	9	0,148809	33,6394	0,2443	0,2453	+ 0,0010
11,00	25,85	94,2	31,248	0,343	8	0,090498	48,2159	0,2527	0,2521	— 0,0007
14,12	25,83	94,0	30,377	0,458	8	0,070423	62,6568	0,2572	0,2568	— 0,0004
14,35	19,8	93,0	30,362	0,463	8	0,069300	64,3570	0,2571	0,2571	0,0000
18,96	25,17	93,6	27,418	0,655	8	0,052356	83,8285	0,2641	0,2640	— 0,0001
23,15	26,40	92,8	29,924	0,774	8	0,042863	102,2007	0,2694	0,2703	+ 0,0009
25,78	19,5	93,2	28,727	0,926	8	0,038417	116,8426	0,2749	0,2742	— 0,0007
26,66	19,4	93,4	26,505	0,976	8	0,037509	118,3538	0,2758	0,2755	— 0,0003
31,54	20,5	92,8	23,905	1,096	7	0,031338	126,0347	0,2824	0,2829	+ 0,0005
32,00	25,97	92,8	27,052	1,187	8	0,030883	142,5948	0,2835	0,2835	0,0000
32,52	20,2	93,0	23,871	1,114	7	0,030377	129,4035	0,2843	0,2842	— 0,0001

Anche in questa seconda serie si vede che il calore specifico dell'aria cresce colla pressione, ed a dir vero pressochè proporzionalmente. Calcolando col metodo dei minimi quadrati una relazione di primo grado ottenni che c_p può essere espresso mediante la pressione dalla formola

$$c_p = 0,23707 + 0,001498\,(p - 1).$$

Si vede da qui che alla pressione di una atmosfera, per l'aria il calore specifico a pressione costante è di 0,2371, mentre Regnault lo trovò di 0,2374. Aumentando la pressione il valore di c_p aumenta pure, e precisamente di 0,00150 per atmosfera.

Idrogeno.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p osser.	c_p calc.	δ
atm	°	°	°	°			gr			
6,66	19,9	94,6	25,619	0,231	9	0,160306	2,1570	3,473	3,478	+ 0,005
11,07	25,5	94,8	30,332	0,354	9	0,097992	3,4706	3,538	3,536	— 0,002
12,20	19,8	94,7	25,210	0,441	9	0,086603	4,0052	3,545	3,552	+ 0,007
15,12	25,75	94,8	31,793	0,423	8	0,071580	4,2280	3,604	3,590	— 0,014
17,81	19,8	94,5	30,828	0,547	8	0,059325	5,2110	3,630	3,626	— 0,004
23,85	25,22	94,2	30,287	0,715	8	0,044982	6,7679	3,699	3,706	+ 0,007
26,57	24,4	94,2	27,724	0,846	8	0,040165	7,6101	3,740	3,743	+ 0,003
32,28	25,55	94,1	29,100	1,026	8	0,033047	9,2387	3,823	3,819	— 0,004
32,95	19,6	94,2	27,759	1,402	8	0,031746	9,8144	3,825	3,827	+ 0,002

Collegando i valori di c_p con quelli della pressione mediante una relazione di primo grado calcolata col metodo dei minimi quadrati, si ottiene

$$c_p = 3{,}4025 + 0{,}013\,300\,(p - 1)$$

dalla quale si deduce che sotto la pressione di una atmosfera il calore specifico dell'idrogeno a pressione costante e riferito all'unità di peso è 3,4025 mentre il Regnault dà il valore 3,409. Il coefficiente che rappresenta l'aumento di c_p per atmosfera è di 0,0133.

Metane.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p oss.	c_p calc.	δ
atm	°	°	°	°			gr			
7,16	20,6	94,9	29,111	0,297	8	0,148372	16,5079	0,6118	0,6128	+ 0,0010
11,13	25,42	95,0	31,870	0,442	8	0,096480	25,0273	0,6262	0,6266	+ 0,0004
12,47	20,3	94,7	29,176	0,540	8	0,084342	29,1434	0,6330	0,6312	— 0,0018
14,67	25,32	94,8	30,224	0,613	8	0,072773	33,2473	0,6386	0,6388	+ 0,0002
16,67	20,4	94,7	29,122	0,744	8	0,062645	39,3020	0,6454	0,6458	+ 0,0004
19,74	24,1	94,3	27,565	0,893	8	0,053412	45,5028	0,6570	0,6564	— 0,0006
24,02	20,1	94,4	25,845	1,188	8	0,042903	57,6457	0,6722	0,6712	— 0,0010
28,31	25,4	94,1	29,395	1,142	7	0,036940	57,6536	0,6850	0,6861	+ 0,0011
32,62	24,25	93,9	27,751	1,390	7	0,031831	67,0925	0,7013	0,7010	— 0,0003
33,31	20,2	94,0	28,661	1,462	7	0,030483	71,2797	0,7028	0,7034	+ 0,0006

L'aumento di c_p colla pressione è per il metane relativamente grande, e la formola di primo grado che rappresenta l'au-

damento di c_p colla pressione, calcolata col metodo dei minimi quadrati è

$$c_p = 0{,}5915 + 0{,}00\,3463\,(p - 1)$$

dalla quale si deduce che ad una atmosfera c_p ha il valore 0,5915 in luogo di 0,59295 come viene dato dal Regnault, e che infine il coefficiente di aumento di c_p per la pressione è di 0,0035.

Anidride carbonica.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p oss.	c_p calc.	δ
atm	°	°	°	°			gr			
7,41	21,9	94,8	27,560	0,307	8	0,139979	47,9333	0,2132	0,2132	+0,0004
11,0[illegible]	24,26	94,5	28,468	0,467	8	0,093221	71,5295	0,2213	0,2205	—0,0008
12,43	21,1	94,6	30,689	0,533	8	0,080695	83,5701	0,2233	0,2232	—0,0001
14,81	25,44	94,3	31,893	0,623	8	0,068015	97,8306	0,2283	0,2278	—0,0005
18,46	21,0	94,5	30,578	0,757	7	0,052197	113,4099	0,2337	0,2348	+0,0011
23,80	25,52	94,0	30,027	1,025	7	0,039919	146,4371	0,2447	0,2451	+0,0004
25,74	21,0	94,2	28,981	1,214	7	0,035498	167,3783	0,2493	0,2488	—0,0005
31,97	24,54	93,3	28,385	1,604	7	0,027790	211,8499	0,2610	0,2608	—0,0002
34,01	20,5	93,9	25,809	1,927	7	0,024951	239,4061	0,2645	0,2647	+0,0002

L'equazione della retta sulla quale si dispongono i valori di c_p per questo gas alle diverse pressioni, calcolata sempre col metodo dei minimi quadrati è

$$c_p = 0{,}2013 + 0{,}0019199\,(p - 1)$$

d'onde risulta che il valore di c_p alla pressione di una atmosfera è 0,2013 in luogo di 0,2046 come dà il Regnault, e che il coefficiente di aumento di c_p per atmosfera è 0,00192. Questo coefficiente concorda con quello dato dal Margules di 0,002 al più per atmosfera.

Etilene.

Questo gas venne preparato facendo reagire a caldo dell'acido solforico concentrato con alcool assoluto nelle proporzioni volute in presenza di un poco di vaselina, come viene consigliato da Cailletet [1]). Venne in seguito lavato facendolo passare attra-

1) *J. de Phys.* (2) 4. 293, 1885.

verso parecchie bottiglie di lavaggio contenenti della liscivia di soda e quindi raccolto nel gasometro. L'essiccamento del gas prima di passarlo nell'apparecchio lo eseguii al solito con acido solforico e cloruro di calcio. Le costanti dell'equazione caratteristica di questo gas calcolate da Sarrau sono:

$$R = 0{,}003663 : K = 2{,}688 : \alpha = 0{,}000967 : \beta = 0{,}001919.$$

Con questo gas ottenni i seguenti risultati:

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p oss.	c_p calc.	δ
atm.	°	°	°				gr.			
* 5,60[1]	9,3	93,8	14,655	0,226	9	0,176232	15,5467	0,4112	0,4112	0,0000
* 8,94	9,2	94,1	14,367	0,382	9	0,107096	25,7648	0,4162	0,4166	+ 0,0004
* 9,83	8,8	94,0	13,292	0,433	9	0,096367	28,7078	0,4182	0,4180	— 0,0002
10,88	24,5	94,7	29,644	0,630	9	0,092619	51,4767	0,4206	0,4197	— 0,0009
* 11,11	8,8	93,9	12,289	0,505	9	0,084005	32,9757	0,4199	0,4201	+ 0,0002
* 12,64	8,1	94,3	11,307	0,599	9	0,072671	38,2554	0,4221	0,4225	+ 0,0004
12,69	24,48	94,4	29,275	0,667	8	0,078303	54,2978	0,4222	0,4226	+ 0,0004
14,57	23,45	94,2	27,125	0,814	8	0,066832	63,7459	0,4258	0,4256	— 0,0002
17,58	24,8	94,4	31,203	0,951	8	0,054361	78,1297	0,4309	0,4304	— 0,0005
22,58	24,62	94,0	31,743	1,285	8	0,040452	105,3063	0,4382	0,4384	+ 0,0002
25,50	24,0	93,6	29,337	1,566	8	0,034701	123,1545	0,4425	0,4431	+ 0,0006
29,14	22,9	93,4	26,654	1,983	8	0,029032	148,0342	0,4494	0,4490	— 0,0004

L'equazione rappresentativa per questo caso calcolata col metodo dei minimi quadrati prende la forma:

$$c_p = 0{,}40387 + 0{,}0016022\,(p - 1).$$

Il valore di c_p per una atmosfera è di 0,4039 mentre Regnault dà 0,4040; ed il coefficiente di aumento per ogni atmosfera è di 0,00160.

Protossido d'Azoto.

Il protossido d'azoto lo preparai dal nitrato di ammonio e lo purificai facendolo passare attraverso bottiglie contenenti le prime una soluzione di solfato di ferro, e le successive una soluzione di potassa. Raccolto il gas nel solito gasometro venne di

1) Le linee dove le pressioni sono segnate con asterisco si riferiscono a determinazioni eseguite coi primi due cilindri di ferro per i quali il volume del gas che circolava era, come si è detto, minore.

poi essiccato con acido solforico e cloruro di calcio. Per questo gas non avevo a mia disposizione dei dati che mi servissero a determinare i valori di v e quindi di p. Egli è per questo che ho cercato di determinare direttamente la quantità di gas che alle diverse pressioni facevo ogni volta circolare nell'apparecchio. Feci a tale uopo all'apparecchio una aggiunta che viene rappresentata dalla fig. 8. Essa consiste in un piccolo tratto del solito tubetto di rame saldato all'apertura del rubinetto di scarico γ (vedi fig. 1); all'altra estremità di questo tubetto saldai un altro rubinetto M che porta alla parte inferiore una capacità N; questo rubinetto è munito di un tubo di scarico P che viene unito ad un cannello di svolgimento mediante un tubo di gomma; il beccuccio di questo cannello viene a trovarsi sotto una campanella graduata capovolta e ripiena di mercurio. Se dunque il rubinetto γ è aperto mentre è chiuso il rubinetto M, la capacità N si riempirà con del gas alla pressione uguale a quella che si trova nell'apparecchio. Chiudendo γ ed aprendo M mentre P comunica con la campanella graduata il gas raccolto in N passa nella campanella dove viene misurato con tutta esattezza. È inutile dire che la campanella venne campionata, e la capacità di essa venne ogni volta ridotta alla temperatura a cui eseguiva l'esperienza. La capacità di N insieme a quella del cannello di congiunzione fra i due rubinetti γ ed M fu determinata con tutta cura; il rubinetto M fu costruito con dell'acciaio uguale a quello che servì per i due cilindri A e B; per cui la distensione dovuta alla compressione, e la variazione per la temperatura la calcolai facendo uso degli stessi coefficienti che mi servirono per il calcolo della capacità del cilindro A. Una volta nota la capacità di N alla pressione P ed alla temperatura t

Fig. 8.

dell' esperienza, la capacità del cilindro A nelle stesse condizioni ed il volume del gas che si trova rinchiuso in N, ridotto alle condizioni normali, si capisce come da una semplice proporzione si possa dedurre il volume del gas alle condizioni normali che riempie il cilindro A e quindi la quantità di gas che si fa ogni volta circolare nell'apparecchio. Onde avere il volume a cui si riduce il gas raccolto in N alla pressione P allorquando lo si porta alle condizioni normali, basta ridurre a tali condizioni il volume del gas raccolto nella campanella a cui si sia aggiunta la capacità di N senza tenere conto della capacità del beccuccio P, del tubo di gomma e del cannello di svolgimento; perchè in queste parti non vi ha che sostituzione di gas all' aria prima contenutavi, e la sostituzione avviene rimanendo invariate le condizioni di temperatura e di pressione. Così per esempio alla pressione di $34^{atm},31$ ed alla temperatura di $20^{\circ},9$ il volume di A è di cm^3 466,863; quello di N è di cm^3 0,136985; il volume del protossido d'azoto contenuto in N in queste condizioni e ridotto a 0° e 760 mm. è di cm^3 257,453; il volume dunque del protossido d'azoto contenuto in A nelle stesse condizioni e ridotto alle condizioni normali sarà di cm^3 16465,69. Dividendo poi la capacità di A per il volume di gas contenuto in A ottengo il valore di v contenuto nella tabella. Le altre colonne della seguente tabella hanno lo stesso significato che nelle precedenti.

P	t_1	t_2	t_3	Δ	n	v	p	c_p oss.	c_p calc.	δ
atm. 7,25	20°,6	94°,8	29°,384	0°,312	9	0,180586	gr 45,2710	0,2358	0,2363	+ 0,0005
13,32	20,95	94,5	29,422	0,774	9	0,076270	107,264	0,2480	0,2474	— 0,0006
15,63	20,6	94,5	26,333	0,915	9	0,069314	118,9647	0,2523	0,2517	— 0,0006
19,37	20,8	94,6	31,282	1.099	9	0,054614	150,4596	0,2580	0,2585	+ 0,0005
25,13	20,8	94,4	29,832	1,398	8	0,040707	180,0430	0,2689	0,2691	+ 0,0002
34,31	20,9	94,11	28,354	2,180	8	0,027708	259,6065	0,2860	0,2860	0,0000

Anche per questo gas mi sono calcolato una relazione di primo grado col metodo dei minimi quadrati e mi risultò:

$$c_p = 0,22480 + 0,0018364\ (p - 1).$$

Per una atmosfera il valore di c_p sarebbe 0,2248 mentre Regnault trovò 0,2262; il coefficiente di variazione per la pressione è di 0,00184.

Dai risultati fin qui esposti si vede che il calore specifico a pressione costante per i gas da me studiati ed entro i limiti da me raggiunti cresce col crescere della densità ed a dir vero pressochè proporzionalmente a questa. Se dalle mie determinazioni per estrapolazione si deduce il valore di c_p per una atmosfera si vede che i valori da me dati concordano sufficientemente con quelli di Regnault.

Fin qui ho esposto solo i risultati ottenuti determinando il calore specifico medio fra la temperatura ambiente e 90° circa; alcune determinazioni però eseguite anche fra altre temperature mi hanno data la convinzione che con tutta probabilità il c_p varia non solo con la pressione, ma anche con la temperatura; in quanto che pare che le linee che rappresentano i valori di c_p in funzione della pressione presentino una inclinazione diversa a seconda dei limiti di temperatura fra i quali venne determinato il calore specifico. A questo riguardo però non potendo per ora dare risultati ben sicuri, avendo appena principiate le relative determinazioni, non mi è dato esporre alcun risultato nè qualitativo nè quantitativo.

Volli anche accertarmi se si poteva trarre qualche altra conseguenza da queste ricerche riferendo il calore specifico dei gas all' unità di volume in luogo che all'unità di peso. Basta perciò dividere la quantità totale di calore ceduta dal gas al calorimetro in ogni esperienza, cioè il prodotto di Δ per la costante del calorimetro, per il numero n di passaggi, per il volume del cilindro di acciaio nelle condizioni in cui si eseguisce l' esperienza, e per la differenza delle temperature t_1 e t_2 della caldaia e del calorimetro. I calori specifici così ottenuti che indicherò con c'_p crescono, come ben si capisce, con la pressione; l'aumento però non è proporzionale alla pressione. Mi sono quindi calcolato per ogni gas una relazione di secondo grado, col metodo dei minimi quadrati, della forma:

$$c'_p = a + b\,(p - 1) + c\,(p - 1)^2$$

la quale esprime l' andamento di c'_p in funzione della pressione. I risultati a cui giunsi sono compresi nella seguente tabella. In testa si trova indicato il nome del gas, e sta scritta l'equazione che ad esso si riferisce.

Aria atmosferica.

$c'_p = 0{,}00039078 + 0{,}00027523(p-1) + 0{,}0000020614\,(p-1)^2$

P	c'_p osserv.	c'_p calc.	δ'
atm 6,45	0,001979	0,001952	−0,000027
11,00	3297	3349	+ 52
14,12	4355	4357	+ 2
14,35	4473	4433	− 40
18,96	5971	5999	+ 28
23,15	7409	7499	+ 90
25,78	8636	8477	− 159
26,66	8772	8810	+ 38
31,54	10840	10719	− 121
32,00	10833	10904	+ 71
32,52	11047	11114	+ 67

Idrogeno.

$c'_p = 0{,}00040593 + 0{,}00024232\,(p-1) + 0{,}0000016780\,(p-1)^2$

P	c'_p osserv.	c'_p calc.	δ'
atm 6,66	0,001807	0,001836	+0,000029
11,07	2955	3016	+ 61
12,20	3415	3330	− 85
15,12	4116	4162	+ 46
17,81	5105	4953	− 152
23,85	6735	6819	+ 84
26,57	7648	7699	+ 51
32,28	9464	9627	+ 163
32,95	10058	9861	− 197

Metane.

$c'_p = 0{,}00041931 + 0{,}00035643\,(p-1) + 0{,}0000029647\,(p-1)^2$

P	c'_p osserv.	c'_p calc.	δ'
atm 7,16	0,002739	0,002727	−0,000012
11,13	4242	4334	+ 92
12,47	4990	4898	− 92
14,67	5737	5846	+ 109
16,67	6851	6732	− 119
19,74	8075	8140	+ 65
24,02	10425	10196	− 229
28,31	12120	12364	+ 244
32,62	14407	14654	+ 247
33,31	15336	15031	− 305

Anidride carbonica

$c'_p = 0{,}00093144 + 0{,}00024291\,(p-1) + 0{,}0000092899\,(p-1)^2$

P	c'_p osserv.	c'_p calc.	δ
atm 7,41	0,002771	0,002870	+0,000099
11,00	4285	4289	+ 4
12,43	5049	4922	− 127
14,81	6036	6058	+ 22
18,46	8172	8005	− 167
23,80	11018	11299	+ 281
25,74	12819	12627	− 192
31,97	16938	17365	+ 427
34,01	19421	19073	− 348

Etilene.

$c'_p = 0{,}00113075 + 0{,}00037122(p-1) + 0{,}0000078676(p-1)^2$

P	c'_p osserv.	c'_p calc.	δ'
atm *5,60	0,002821	0,003005	+0,000184
*8,94	4704	4574	− 130
*9,83	5256	5022	− 234
10,88	5210	5566	+ 356
*11,11	6055	5688	− 367
*12,64	7053	6518	− 535
12,69	6200	6545	+ 345
14,57	7335	7617	+ 282
17,58	9085	9448	+ 363
22,58	13312	12806	− 506
25,50	14653	14948	+ 295
29,14	17861	17807	− 54

Protossido d' azoto.

$c'_p = -0{,}000089388 + 0{,}000425984(p-1) + 0{,}0000051346(p-1)^2$

P	c'_p osserv.	c'_p calc.	δ'
atm 7,25	0,002573	0,002774	+0,000201
13,32	6408	5938	− 470
15,63	7208	7242	+ 34
19,37	9311	9469	+ 158
25,13	13021	13179	+ 158
34,31	19878	19797	− 81

Si vede immediatamente da questa tabella che per tutti i gas il calore specifico a pressione costante e riferito all'unità di volume cresce colla pressione più rapidamente di quello che vorrebbe la semplice proporzionalità. Se pertanto si confrontano fra di loro i diversi gas, appare ancora che mentre il coefficiente relativo al termine di primo grado si mostra pressochè lo stesso per l'aria, l'idrogeno e l'anidride carbonica, mentre va aumentando per l'etilene, il metano ed il protossido d'azoto, il coefficiente relativo al termine di secondo grado è tanto maggiore quanto maggiore è la compressibilità del gas; o ciò che è lo stesso *quanto più i gas si allontanano dalla legge di Boyle-Mariotte, tanto più rapidamente il loro calore specifico a pressione costante e riferito all' unità di volume cresce colla pressione.*

Dall' Istituto Fisico dell' Università di Padova, Agosto 1894.

SUL COMPORTAMENTO DELLE SCINTILLE NEI CIRCUITI DERIVATI

Nota del Prof. PIETRO CARDANI.

I lavori sperimentali che vennero fatti in questi ultimi anni sulle scariche dei condensatori, trassero in molta parte origine dalle conseguenze a cui giunsero teoricamente Lord Kelvin, Heaviside, Lord Rayleigh etc.

Quando le scariche dei condensatori in determinate condizioni si presentano sotto forma di correnti alternative, la resistenza che apparentemente offre il circuito dove la scarica si propaga, è ben diversa da quella che esso offrirebbe al passaggio di una corrente continua e di intensità costante.

È noto come questa resistenza apparente che si chiama anche ostruzione, o impedenza I che un circuito presenta al passaggio di una corrente alternativa è data dalla relazione

$$I = \sqrt{R^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}}$$

dove R è la resistenza che effettivamente il conduttore oppone, L il coefficiente di autoinduzione e T la durata del periodo della corrente alternativa.

Nel caso di correnti alternative rapidissime, come sono in certe condizioni quelle di scarica dei condensatori, per le quali si dimostra esser trascurabile il valore di R^2 di fronte a quello di $\frac{4\pi^2 L^2}{T^2}$ la formola si riduce ad

$$I = \frac{2\pi L}{T}$$

Con questa formola il Lodge ha spiegato quasi tutti i risultati delle sue esperienze sulle scariche laterali: nel qual fenomeno che è essenzialmente dovuto alla differenza di potenziale massima che si raggiunge tra due punti del circuito percorso dalle scariche oscillanti, la parte preponderante non è dovuta alla resistenza che effettivamente oppone il conduttore interposto, ma bensì alla sua autoinduzione.

Ma nelle esperienze del Lodge vi è qualche punto che meriterebbe a mio avviso di esser completato e chiarito.

Così per esempio, nella esperienza fondamentale di Lodge del *cammino alternativo* o del *bivio,* è noto che alla scarica di un condensatore, che salta tra le sferette A di uno spinterometro, sono offerte due vie (figura 1): o quella del filo metallico L

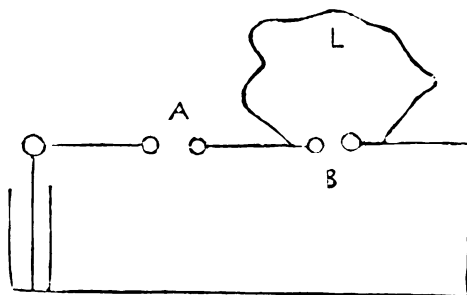



Fig. 1.

o quella attraverso all'aria tra le sferette B di un secondo spinterometro. È noto altresì che vi è una distanza di B, che il

Lodge chiama *distanza critica,* per la quale la scarica avviene indifferentemente qualche volta soltanto per L, e qualche altra volta presentando nello stesso tempo una scintilla in B. Nessuna esperienza credo sia stata fatta per determinare come la scarica si divida e quale parte di essa passi sotto forma di scintilla per lo spinterometro B e quale altra parte passi per L: mentre per gli effetti che dalle scariche laterali possono essere prodotti, la conoscenza di questo elemento è della massima importanza.

In altre parole sull'argomento delle scariche nei circuiti derivati nelle esperienze del Lodge è studiata solamente la parte che si riferisce alle condizioni necessarie perchè esse si producano: ma rimane intieramente la questione del modo come queste scintille si comportino dopo il loro cominciamento. Lo studio del Lodge è si può dire completo sulla parte che si riferisce ai fenomeni dipendenti dal potenziale; lascia invece insoluta la parte che si riferisce alle quantità di elettricità

Per questo nelle sue prime ricerche sembrava che il Lodge credesse che la scarica o si facesse del tutto per L, ovvero, quando avveniva la scintilla in B, passasse tutta quanta per lo spinterometro (fig. 1).

Nel suo recente libro intitolato « Lightning conductors » a pag. 275 dice invece chiaramente che la scarica si divide tra i due circuiti derivati, ma nessuna misura viene a chiarire questo punto così importante.

Anche teoricamente la questione si presenta molto complessa: oltre al fatto che nelle condizioni in cui le scariche dei condensatori sono oscillatorie la distribuzione delle correnti nei circuiti derivati si compie in modo molto diverso da quello delle correnti ordinarie, dovendosi tener conto che le correnti derivate possono trovarsi in fasi diverse e tra loro e colla corrente principale [1]), vi è l'altro fatto non meno importante che queste correnti non sono distribuite in modo uniforme in tutta la sezione dei conduttori: il flusso di elettricità è invece confinato in uno stratello superficiale del conduttore il cui spessore è tanto più piccolo quanto maggiore è il numero delle alternazioni che si compiono in un dato tempo. La resistenza che il conduttore effetti-

1) Vedi per es. Gerard — *Leçons sur l'électricité* — III ediz. T. I, pag. 247.

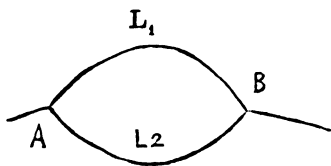
vamente oppone è in tal caso profondamente modificata ed assume un valore del tutto diverso da quello che presenta alle correnti di intensità costante [1]).

Se a tutto questo si aggiunge la difficoltà di conoscere sperimentalmente ed anche di calcolare il periodo della scarica oscillante, nelle diverse condizioni in cui si produce, si può concludere che anche teoricamente il problema della distribuzione della scarica di un condensatore nei circuiti derivati presenta alla risoluzione pratica delle difficoltà tutt'altro che facili ad esser superate.

Il prof. Murani nella sua monografia sui parafulmini, parla di questo argomento e per accertarsi se, quando la scintilla salta in B, una parte della scarica passi per L, istituisce delle esperienze intercalando in L o un sottile filo di platino o un tubo di Geissler: ed osserva che ogni qual volta si ottiene una scintilla in B, si ha un riscaldamento nel caso che in L sia inserito il filo di platino, od una viva illuminazione nel caso che in L sia inserito il tubo di Geissler. Ma anche queste sono esperienze soltanto dimostrative e non di misura.

In questa nota che, per i mezzi ristretti di cui ho potuto disporre, considero come una nota preliminare, renderò conto delle esperienze fatte per chiarire questo punto.

I fenomeni che meglio si prestano per queste ricerche sono i fenomeni calorifici. Supponiamo che nel circuito di scarica esista una derivazione formata per esempio di due fili di platino di eguale diametro. La scarica totale dovrà necessariamente dividersi nella derivazione in un modo determinato dipendente dalla resistenza che effettivamente oppongono i rami derivati e dalla natura della scarica che in essi si propaga: e le quantità di calore svolto nelle due derivazioni saranno proporzionali alle quantità di elettricità dalle quali le due derivazioni medesime sono attraversate.

Fig. 2.

Se uno dei rami (fig. 2)

1) Lord Rayleigh — *Philosophical Magazine* — 1886; Maggio; pag. 390.

per esempio L_1 si lascia di lunghezza invariabile, e l'altro L_2 si fa variare da una lunghezza 0 ad una lunghezza ∞, la quantità di elettricità che passa per L_1 si andrà continuamente modificando da 0 al valore massimo che corrisponde alla scarica totale. Il primo di questi casi si avrebbe facendo coincidere A con B, il secondo togliendo completamente la derivazione del filo L_2: ma è certo che vi sarà per ogni lunghezza di L_2 un valore determinato ed unico della parte di scarica che passa per L_1: e potremo in egual modo asserire che per ogni determinato valore di L_2 vi sarà una determinata quantità di calore svolta nell'altro ramo L_1 della derivazione.

Sarà così possibile stabilire l'andamento secondo il quale si modifica la quantità di calore svolta in L_1, quando la lunghezza di L_2 si fa variare da 0 ad ∞.

Se al posto del filo L_2 metteremo un altro conduttore, ovvero disporremo uno spinterometro con tale distanza tra le sferette che tra di esse avvenga una scintilla ad ogni scintilla dello spinterometro principale (come nella esperienza di Lodge), potremo dalla quantità di calore svolto nel ramo L_1 dedurre quale lunghezza di quel filo di platino con cui si fecero prima le esperienze, si comporti, nelle condizioni in cui queste ricerche furono fatte, nell'identico modo.

Per ottenere la misura delle quantità di calore svolte, i fili di platino, che dovevano formare la derivazione, erano collocati dentro tubi di vetro i quali erano chiusi alle estremità da ghiere di ottone fissate al vetro con ceralacca. Il filo di platino passava attraverso i centri delle ghiere e dopo essere stato ben teso veniva ad esse saldato. (fig. 3)

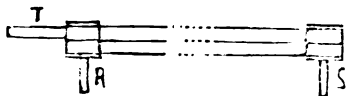



Fig. 3.

Una delle ghiere portava un tubo di ottone T sul quale veniva fissato pure con ceralacca l'apparecchio in vetro che serviva per le misure.

La forma di questo apparecchio si vede nella figura 4: la parte orizzontale A veniva fissata nel tubo di ottone T (fig. 3). La parte verticale era formata di due tubi comunicanti fra loro,

uno più largo B, dove vi era anche un rubinetto, ed uno quasi capillare C sul quale era collocata una striscia di carta millimetrata, per le relative misure.

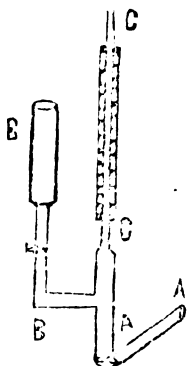



Fig. 4.

Con molta facilità si riempiva tutto il tubo di petrolio e si aveva la massima cura che non rimanesse alcuna bollicina d' aria nell' interno dell' apparecchio. Il petrolio arrivava nella parte più larga di B al disopra del rubinetto. Esercitando sul petrolio di B una pressione od una aspirazione per mezzo dell' aria sovrastante si faceva salire o scendere il livello del petrolio nel tubo capillare C in modo di condurlo a quella posizione che meglio conveniva: chiudendo poscia il rubinetto le variazioni del menisco del petrolio nel tubo capillare dipendevano solamente dalle variazioni di temperatura che si verificavano nella massa totale di petrolio. Gli apparecchi servivano in tal modo come termometri e come calorimetri.

Le ghiere di ottone che chiudevano le estremità dei termometri portavano saldati inferiormente dei tubetti di ottone che nella figura 3 si vedono in R ed in S: queste appendici si potevano introdurre in appositi pozzetti contenenti mercurio quando i tubi si volevano inserire nel circuito di scarica.

Di questi termometri se ne costruirono sei delle seguenti dimensioni:

Tubo A —	Lunghezza del filo di platino	cm	82,5
	Resistenza	ohm	1,627
Tubo B —	Lunghezza del filo di platino	cm	80,3
	Resistenza	ohm	. 1,582
Tubo C_1 —	Lunghezza del filo di platino	cm	148,8
	Resistenza	ohm	2,932
Tubo C_2 —	Lunghezza del filo di platino	cm	71,2
	Resistenza	ohm	1,404
Tubo C_3 —	Lunghezza del filo di platino	cm	35,1
	Resistenza	ohm	0,693
Tubo C_4 —	Lunghezza del filo di platino	cm	17,7
	Resistenza	ohm	0,350

La disposizione generale degli apparecchi è disegnata nella figura 5.

Fig. 5.

Una batteria di 7 bottiglie di media grandezza veniva caricata con una macchina di Holtz. L'armatura interna per mezzo di grossi conduttori di ottone comunicava con uno spinterometro terminato da sfere di ottone di 4 cm di diametro.

La distanza esplosiva si mantenne costante per tutte le serie di esperienze, ed era di mm 5,2. Ho dovuto limitarmi a questa distanza esplosiva per non forare le bottiglie della batteria.

Subito dopo lo spinterometro S cominciava il circuito derivato. Per comodità si diede al circuito derivato la forma di un triangolo. Tre grosse lastre di ottone ne formavano i vertici e portavano dei pozzetti con mercurio per le opportune comunicazioni. Nel vertice rivolto allo spinterometro vi erano tre pozzetti *a, b, c;* in quello che comunicava coll'armatura esterna della batteria ve ne erano due *g* ed *f*, ed altri due *e, d* nel terzo vertice.

Il ramo derivato che rimase in tutte le esperienze di lunghezza invariabile era formato dai due termometri segnati nello specchietto precedente colle lettere A e B: e per ciò le appendici del tubo A erano introdotte nei pozzetti *c* e *d*, e le appendici del tubo B erano introdotte nei pozzetti *e* ed *f*. Le appendici dei termometri C, dai quali era formato il lato variabile, pescavano nei pozzetti *a* e *g:* variando il tubo C si modificava la forma del

triangolo, ma appunto perchè le congiunzioni erano fatte con pozzetti a mercurio, il sistema era come snodato, e con molta facilità si passava da una ad altra configurazione.

Il vertice dove si trovavano i pozzetti g ed f comunicava con l'armatura esterna del condensatore con due larghe striscie di latta (circa 10 cm), le quali potevano girare attorno un pernio comune M: quindi anche questa parte del circuito, mentre rimaneva di grandezza invariabile, si adattava, facilmente alla configurazione del circuito derivato.

È inutile avvertire che tutto il circuito era sostenuto da sostegni isolanti.

Per riparare i termometri da troppo rapide variazioni di temperatura, furono coperti, dopo esser stati messi a posto, con molti strati di bambagia, per tutta la loro lunghezza.

Le esperienze procedevano nel modo seguente.

Si cominciava da principio a far salire il petrolio sino alla sommità del tubo capillare, perchè le pareti venissero bagnate dal petrolio. Indi si faceva lentamente discendere il menisco del petrolio fino al principio della scala graduata, avendo cura che non si formassero interruzioni nella colonna del liquido: indi si chiudeva il rubinetto.

Dopo qualche momento si cominciavano le letture dei tre termometri di minuto primo in minuto primo e le letture si facevano contemporaneamente. D'ordinario nel principio di ogni serie i termometri salivano rapidamente risentendo la presenza degli osservatori: ma dopo l'andamento si presentava sufficientemente regolare e di poche divisioni per ogni minuto. Se durante le esperienze l'andamento dei termometri cambiava, le misure riuscivano subito discordanti: per cui si doveva sempre aver cura di eseguire le misure quando l'andamento aveva raggiunto questo stato, direi quasi, normale.

Quando la colonna del petrolio nel tubo capillare era arrivata all'estremità della graduazione, si riapriva il rubinetto e si riconduceva il menisco del petrolio al principio della scala e si ricominciavano le misure.

L'andamento del petrolio nei tubi capillari dipendeva da queste due cause: I. dalla quantità di calore che veniva scam-

biata, durante il tempo in cui si faceva un' esperienza, tra il termometro e l'ambiente: II. dalla quantità di calore che poteva esser ceduta nello stesso intervallo dal filo di platino al petrolio. Le dilatazioni del petrolio che si leggevano nella scala, essendo proporzionali alla variazione media della temperatura della massa totale del petrolio, riuscivano così anche proporzionali alla quantità di calore ricevuta dall' apparecchio nello stesso tempo. Se dunque si notava il numero delle divisioni di cui si spostava il menisco del petrolio nel minuto precedente e in quello susseguente al minuto in cui si faceva svolgere del calore nel filo, si aveva nella media di quanto si sarebbe spostato il menisco del petrolio nel minuto in cui l'esperienza aveva luogo, per l'azione dell'ambiente. La differenza tra il numero delle divisioni di cui si spostava il menisco del petrolio nel minuto in cui si faceva svolgere nel filo del calore, ed il numero di divisioni di cui si sarebbe spostato sotto l'azione del solo ambiente, risultava così proporzionale alla quantità di calore svolto nel filo.

Era però necessario poter ridurre le indicazioni dei tre termometri ad esser paragonabili tra loro: ciò che ho potuto ottenere ricorrendo al calore svolto nei fili da correnti di intensità costante, secondo le leggi di Joule.

Per questo confronto dei termometri, la corrente di quattro pile di Daniell di grande modello si faceva circolare attraverso i fili di platino posti in derivazione, come è detto più sopra.

Il termometro che ho preso come campione fu il termometro A. Il termometro A essendo in serie con B, se le indicazioni dei due termometri fossero state tra loro perfettamente paragonabili, si avrebbe dovuto avere, essendo N_a il numero di divisioni di cui saliva il termometro A pel calore svolto dalla corrente, ed N_b il numero di divisioni di cui nelle identiche condizioni saliva B,

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{R_a}{R_b}$$

essendo R_a ed R_b le resistenze dei due fili di platino contenuti nei due termometri.

In generale invece di N_b divisioni si aveva un numero diverso N'_b: e ponendo

$$k\, N'_b = N_b$$

otteneva il coefficiente di riduzione k per il quale si dovevano moltiplicare le divisioni di B per renderle paragonabili ad A.

Invece, poichè il termometro C era in derivazione coi termometri A e B, le quantità di calore svolto dalla corrente, dovevano essere in ragione inversa delle resistenze dei due rami di derivazione. Per cui se si indica con R_c la resistenza del filo di platino del termometro C, e con N_c il numero delle divisioni di cui saliva il termometro C sotto l'azione della corrente di cui una parte circolava contemporaneamente in A ed in B, si doveva avere per essere i termometri esattamente paragonabili.

$$\frac{N_a + N_b}{N_c} = \frac{R_c}{R_a + R_b}$$

nella quale N_b sono le divisioni di B ridotte già paragonabili ad A. Invece ordinariamente si leggeva un numero N'_c di divisioni diverso dal precedente: dalla relazione

$$N_c = k' N'_c$$

si otteneva il coefficiente di riduzione del termometro C al termometro A.

Ponendo i tre termometri in serie ovvero ponendo la derivazione in due vertici differenti del triangolo, poteva avere diverse altre combinazioni per controllare i risultati: e dirò subito che i risultati che otteneva in queste diverse combinazioni per i coefficienti di riduzione erano sempre tra loro molto concordanti.

Restava a vedere se per tutte le lunghezze delle graduazioni i cannelli di vetro erano calibri, poichè in caso diverso i coefficienti di riduzione avrebbero cambiato da posizione a posizione: una calibrazione di precisione in tali ricerche sarebbe stata fuori di proposito, perchè nelle letture poteva facilmente sbagliarsi di una mezza divisione: mi sono contentato di far scorrere una colonnina di mercurio in ciascuno dei tubi capillari e leggere nelle diverse posizioni della graduazione il numero di divisioni che occupava: e siccome la differenza non sorpassava mai una piccola frazione di una divisione così ho ritenuto che per queste ricerche i cannelli fossero sufficientemente calibri: del resto tutte le esperienze fatte nelle identiche condizioni sia colla corrente sia colle scariche, hanno dato sempre valori molto concordanti

tra loro in qualunque punto della graduazione si fosse fatta la misura dell'innalzamento del menisco per il calore svolto nel filo.

Sarebbe troppo lungo trascrivere per esteso tutte le lunghe e numerose serie di esperienze da me fatte: mi limiterò a riportarne per esteso solamente una: ciò servirà sia per esporre tutte le operazioni che si andavano successivamente facendo per ottenere i valori cercati, sia per dare un' idea del grado di esattezza che si poteva raggiungere nelle misure.

La serie che trascrivo fu fatta il 15 Maggio come conferma dei valori ottenuti precedentemente.

a) *Confronto dei termometri.*

La corrente delle quattro pile Daniell si lasciava circolare per 30 secondi: si chiudeva il circuito al 15° secondo del minuto in cui si faceva l'esperienza e si apriva al 45° secondo, cioè 15" prima della lettura successiva. I termometri A e B erano in serie ed entrambi in derivazione con C_1.

Annotazioni del registro	Minuti	Posizione del menisco in C_1	Differenze	N'_c	Posizione del menisco in A	Differenze	N^a	Posizione del menisco in B	Differenze	N'_b
	0'	73,0			40,0			47,5		
	1'	81,7	8,7		43,0	3,0		59,0	11,5	
corrente 30"	2'	132,2	50,5	43,8	68,2	25,2	23,4	96,0	37,0	26,5
	3'	137,0	4,8		68,8	0,6		105,5	9,5	
corrente 30"	4'	185,1	48,1	43,8	93,2	24,4	23,9	141,5	36,0	27,1
	5'	189,0	3,9		93,7	0,5		149,8	8,3	
corrente 30"	6'	233,9	44,9	42,3	116,0	22,3	22,5	181,5	31,7	24,1
	7'	235,3	1,4		115,0	— 1,0		188,5	7,0	
corrente 30"	8'	280,1	44,8	43,7	136,5	21,5	23,2	221,2	32,7	26,0
	9'	281,0	0,9		134,0	— 2,5		227,7	6,5	
corrente 30"	10'	325,0	44,0	43,1	154,3	20,3	22,7	259,7	32,0	26,0
	11'	326,0	1,0		152,0	— 2,3		265,2	5,5	

Come medie risultano i seguenti valori.

$$N'_c = 43,3\,; \quad N_a = 23,1\,; \quad N'_b = 25,9$$

Essendo A e B in serie, per quanto prima si disse, se le divisioni di B fossero equivalenti a quelle di A si dovevano avere per B

$$\text{divisioni } N_b = \frac{1.582}{1,627} \,.\, 23,1 = 22,5$$

Invece il numero di divisioni dato dall'esperienza per B era di 25,9: il coefficiente di riduzione risultava dunque

$$k = \frac{22.5}{25,9} = 0,868\,.$$

Questo sarebbe stato il coefficiente di riduzione del termometro B al termometro A dedotto da queste 5 misure: però come media di tutte le misure fatte in moltissime serie di esperienze, il valore che ho trovato e che ho adoperato in tutti i calcoli fu quello di

$$k = 0,863$$

Per calcolare il coefficiente di riduzione di C_1 al termometro A, avrei potuto leggere solamente il termometro A e calcolare il valore N_b corrispondente al termometro B: ma ho sempre preferito di fare le letture anche sul termometro B e moltiplicare il valore medio ottenuto N'_b per 0.863 per ridurlo paragonabile ad N_a: così disponeva di due valori dati dall'esperienza anzichè di uno solo come avrei avuto, se invece di leggere il termometro B mi fossi contentato di calcolarne i valori dalle letture del termometro A. Del resto le differenze erano sempre piccolissime: così nel caso precedente avrei trovato

$$N_b = 22,35$$

mentre calcolato il valore resultava 22,5.

Poichè A e B erano in derivazione con C_1, se le divisioni di C' fossero equivalenti a quelle di A si doveva avere, per quanto prima si disse,

$$N_c = \frac{1.582 + 1.627}{2,932} (23,1 + 22,3) = 49,7$$

Invece il numero delle divisioni avuto dall'esperienza era di divisioni 43,3, da cui risultava

$$k' = \frac{49,7}{43,3} = 1,148$$

Ma anche qui devo notare che questo numero sarebbe ricavato dalle sole 5 misure prima trascritte. Da tutte le misure fatte invece col termometro C_1 il valore medio di k' ottenuto fu di 1,144.

Determinati così i coefficienti di riduzione dei termometri, si procedeva alle esperienze colle scintille.

b) Esperienze colle scintille.

Per avere valori più grandi e più concordanti si facevano scoccare 10 scintille; girando oppurtunamente la macchina si impiegavano circa 40 secondi e si faceva in modo che l'ultima scintilla scoccasse almeno 10″ prima della lettura dei termometri.

I risultati di una serie sono trascritti nel seguente specchietto.

Annotazioni	Minuti	Posizione del menisco in C_1	Differenze	N'_c	Posizione del menisco in A	Differenze	N_a	Posizione del menisco in B	Differenze	N'_b
	0′	83,0			37,0			34,0		
	1′	80.0	— 3,0		34.5	— 2,5		36.5	+ 2,5	
10 scintille	2′	112.0	+ 32,0	38.5	50.0	+ 15,5	20,0	60,2	+ 23,7	23,1
	3′	102,0	— 10.0		43.5	— 6,5		59,0	— 1,2	
10 scintille	4′	129.2	+ 27.2	39.3	56.5	+ 13,0	21,0	81.0	+ 22,0	24,3
	5′	115,0	— 14.2		47,0	— 9,5		77,5	— 3,5	
10 scintille	6′	139,0	+ 24.0	38,1	58,4	+ 11,4	20,3	97,2	+ 19,7	23,1
	7′	125.0	— 14.0		50,0	— 8,4		93,8	— 3,4	
10 scintille	8′	151.2	+ 26.2	39,4	61,8	+ 11.8	20,4	114,0	+ 20.2	23,9
	9′	138,7	— 2.5		53,0	— 8,8		110.0	— 4,0	
10 scintille	10′	164,8	+ 26.1	39,1	65.2	+ 12,2	20,6	130,0	+ 20,0	23,7
	11′	151.4	— 13,4		57.2	— 8,0		126 5	— 3,5	
10 scintille	12′	176.8	+ 25.4	38,5	70.7	+ 13,5	20.3	147,0	+ 20,5	23,7
	13′	164;0	— 12.8		65,0	— 5,7		144,0	— 3,0	

Le medie di questi valori sono

$$N'_c = 38{,}8\,; \quad N_a = 20{,}4\,; \quad N'_b = 23{,}6$$

che ridotte ai valori del termometro A coi coefficienti di riduzione prima stabiliti danno

$$N_c = 44{,}4\,; \quad N_a = 20{,}4\,; \quad N_b = 20{,}3.$$

In tutte le altre serie a scintille col tubo C, ho avuto risultati quasi identici ai precedenti.

Per accertarmi che le condizioni dello spinterometro rimanevano invariate, era solito di fare spesso una serie di misure, togliendo il tubo C e facendo passare tutta la scarica della batteria attraverso A e B.

In tal caso, come si disse, si poteva considerare che C fosse di lunghezza infinita: i valori ottenuti come medie di oltre 50 misure tutte concordanti fra loro furono

$$N_a = 57{,}7 \qquad N_b = 65{,}9$$

e riducendo N_b ai valori di A

$$N_a = 57{,}7 \qquad N_b = 56{,}9.$$

Per gli altri termometri mi limito per brevità a dare i risultati ottenuti, seguendo gli stessi procedimenti indicati per il termometro C_1.

Termometro C_2 — Come media di 20 misure fatte colla corrente ho avuti i seguenti valori:

$$N'_c = 50{,}6\,; \quad N_a = 11{,}5\,; \quad N'_b = 13{,}1\,;$$

e riducendo N'_b al valore di A

$$N_b = 11{,}3.$$

Se il termometro C_2 avesse le divisioni equivalenti ad A, si doveva avere:

$$N_c = \frac{1{,}582 + 1{,}627}{1{,}404} \cdot (11{,}5 + 11{,}3) = 52{,}1$$

Il coefficiente di riduzione di C_2 al termometro A sarà dunque,

$$k' = \frac{52.1}{50{,}6} = 1{,}029$$

Come medie delle misure fatte colle scintille, ho trovato

$$N'_c = 42{,}7\,; \quad N_a = 11{,}6\,; \quad N'_b = 13{,}1$$

i quali valori ridotti ad A, danno

$$N_c = 43{,}9\,; \quad N_a = 11{,}6\,; \quad N_b = 11{,}3.$$

Termometro C_3 — Le medie di 20 misure fatte colla corrente sono date dai seguenti numeri:

$$N'_c = 65{,}8\,; \quad N_a = 8{,}2\,; \quad N'_b = 9{,}1$$

e riducendo N'_b ad esser paragonabile ad A si trova

$$N_b = 7{,}9.$$

Il numero delle divisioni di cui avrebbe dovuto salire C_3 se le sue divisioni fossero state equivalenti ad A sarebbe dato dalla relazione

$$N_c = \frac{1{,}582 + 1{,}627}{0{,}693}\,(8{,}2 + 7{,}9) = 74{,}5$$

Il coefficiente di riduzione era dunque

$$k' = \frac{74{,}5}{65{,}8} = 1{,}132.$$

Come medie delle misure fatte colle scintille ho trovato

$$N'_c = 33{,}5\,; \quad N_a = 6{,}3\,; \quad N'_b = 7{,}1$$

che ridotti al termometro A danno

$$N_c = 37{,}9\,; \quad N_a = 6{,}3\,; \quad N_b = 6{,}1.$$

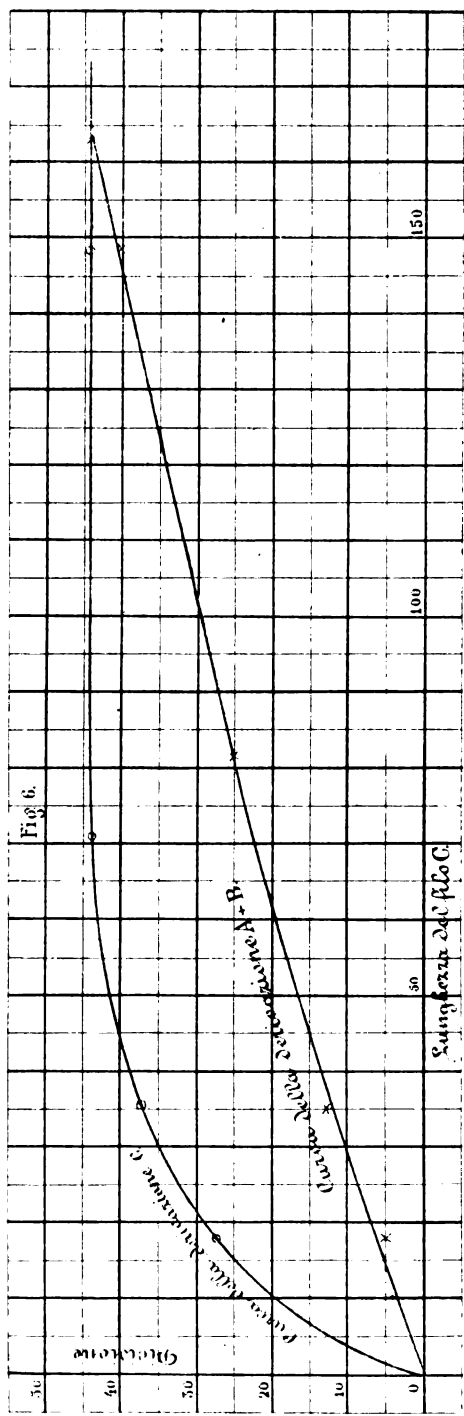
Termometro C_4 — Essendo il filo C_4 di resistenza molto piccola rispetto ad A e B, il suo riscaldamento era troppo grande rispetto a quello degli altri due termometri per avere risultati sicuri: per ciò ho disposto, nelle esperienze colla corrente, A e C_4 in serie tra loro ed in derivazione con B.

I risultati ottenuti furono

$$N'_c = 6{,}65\,; \quad N_a = 35{,}4\,; \quad N'_b = 61{,}1.$$

Essendo C_4 in serie con A si poteva dedurre direttamente dal loro confronto il coefficiente di riduzione: se le divisioni di C_4 fossero state equivalenti a quelle di A si doveva avere:

$$N_c = \frac{0{,}35}{1{,}627}\,.\,35{,}4 = 7{,}7$$

Fig. 6.
Curva della derivazione A+B.
Lunghezza del filo C.
0
10
20
30
40
50
100
150

Invece l'esperienza aveva dato 6,65 e quindi

$$k' = \frac{7.6}{6,65} = 1,143$$

Come prova della esattezza del valore di k' ho ridotto tutti i tre valori a divisioni di A ed ho ottenuto

$$N_c = 7,6; \quad N_a = 35,4; \quad N_b = 52,7.$$

Ora il rapporto $\frac{N_c + N_a}{N_b} = 0,81$ dovrebbe essere identico al rapporto inverso delle resistenze dei due rami derivati. Questo rapporto risulta infatti eguale a 0,80. Come media di 30 misure fatte colle scariche ho avuto

$$N'_c = 23,9; \quad N_a = 2,4; \quad N'_b = 3,05$$

che ridotti ai valori di A, danno

$$N_c = 27,3; \quad N_a = 2,4; \quad N_b = 2,6.$$

In queste ultime misure risulta alquanto elevato il numero delle divisioni di B, perchè supera il valore delle divisioni di A, ciò che non dovrebbe essere: ma con aumenti così piccoli delle indicazioni dei termometri non era possibile sperare accordo migliore.

Riassumendo possiamo dire che nelle superiori esperienze, le quantità di calore svolto nei due circuiti derivati stavano nei seguenti rapporti:

Lunghezza del filo C	Nella derivazione C	Nella derivazione A + B
∞	0	114.6
cm 148,8	44,4	40.3
cm 71,2	43.9	22.9
cm 35,1	37,9	12,4
cm 17,7	27,3	5,0

Nella figura 6 sono rappresentate le curve delle quali le ascisse rappresentano le lunghezze di C e le ordinate i numeri delle divisioni di cui salirono i termometri nelle due derivazioni.

La curva, che ci dà l'andamento del calore svolto in A e B col variare della lunghezza del filo C, presenta dentro i limiti

delle esperienze una leggiera concavità verso l'asse delle ascisse: in prima approssimazione si potrebbe considerare che le quantità di calore svolte in A + B fossero proporzionali alle lunghezze del filo di platino C.

Se al posto di C si colloca un conduttore qualsiasi X, dal calore svolto in A + B potremo conoscere quale lunghezza del filo di platino si comporterebbe nelle condizioni delle attuali esperienze nell' identico modo: ciò non vorrà dire che la resistenza del conduttore X sia sempre eguale a quella del filo di platino che si comporta nell' identica maniera, perchè la resistenza di un conduttore alle scariche è una quantità che varia colla natura stessa della scarica, e non è detto che due conduttori che in determinate condizioni di un circuito si comportano nello stesso modo, debbano in altre condizioni comportarsi sempre egualmente. In altri termini si potrà ottenere soltanto un confronto tra i due conduttori nelle condizioni particolari di queste esperienze: ma in questo argomento, nel quale sono così scarse le cognizioni sperimentali, anche lo studio di un caso particolare potrà non esser privo di interesse, mentre ulteriori ricerche potranno forse permettere di passare dal caso particolare a casi di indole più generale.

Nelle seguenti esperienze, come ho accennato in principio, al posto di C si sostituisce un secondo spinterometro nel quale salta una scintilla, ad ogni scintilla dello spinterometro principale.

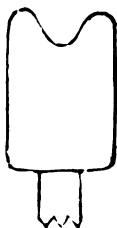



Fig. 7.

Lo spinterometro della derivazione era formato di due conduttori metallici di tubo di ottone di 8 mm. di diametro e di 51 cm. di lunghezza. La scintilla saltava tra due elettrodi cilindrici di ottone di 1 cm. di diametro, coi bordi arrotondati e leggermente concavi nella parte centrale come sono rappresentati nella figura 7.

Devo a questa forma di elettrodi di aver avuto risultati concordanti, perchè la scintilla saltando ora in un punto ed ora in un altro delle superfici prospicienti, non subiva l'influenza di quelle modificazioni superficiali che dalla scintilla medesima

prendono origine: con elettrodi a punta od a sferette non mi riuscì di ottenere misure che presentassero tra loro sufficiente accordo.

Le altre estremità dei conduttori dello spinterometro portavano delle appendici come quelle dei termometri, che introdotte nei pozzetti di mercurio stabilivano le opportune comunicazioni. Uno degli elettrodi poteva spostarsi mediante una vite micrometrica per misurare la lunghezza della scintilla.

Dopo un certo numero di scintille, gli elettrodi erano accuratamente ripuliti e con queste precauzioni i risultati si mantenevano nelle diverse serie sensibilmente costanti.

I risultati ottenuti sono riassunti nel seguente specchietto ed ogni numero è la media di molte e molte misure, unico modo per compensare le oscillazioni che presentano inevitabilmente i valori delle misure in questo genere di ricerche.

Lunghezza della scintilla	Divisioni del termometro A	Divisioni del termometro B	Divisioni di B ridotte ad A	Somma delle divisioni di A e B
0	4,6	5,4	4,6	9,2
cm. 0,0356	5,9	6,8	5,8	11,7
cm. 0,0712	6,8	7,9	6,8	13,6
cm. 0,1068	9,5	10,8	9,3	18,8

Dalle curve prima tracciate, cercando per quali valori della lunghezza di C si aveva nei termometri A e B una somma di divisioni identica a quella osservata quando al posto di C si trovava lo spinterometro, si hanno i seguenti valori:

Lunghezza della scintilla	Lunghezza del filo di platino che immerso nel petrolio si comporta nello stesso modo
0	cm 27,2
cm 0,0356	cm 34,2
cm 0,0712	cm 39,8
cm 0,1068	cm 56,0

da cui risulta che nelle condizioni di queste esperienze una scintilla di cm 0,0356 si comportava come se tra gli elettrodi dello spinterometro vi fossero interposti cm 7 del filo di platino; una scintilla di cm 0,0712 si comportava come se ve ne fossero interposti cm 12,6 ed una scintilla di cm 0,1068 si comportava come se ve ne fossero interposti cm 28,8.

Ho ripetute le esperienze con uno spinterometro i cui conduttori erano di lunghezza doppia di quelli dello spinterometro precedente.

I risultati ottenuti sono raccolti nel seguente specchietto:

Lunghezza della scintilla	Divisioni del termometro A	Divisioni del termometro B	Divisioni di B ridotte ad A	Somma delle divisioni di A + B
0	10,9	12,5	10,8	21,7
cm. 0,0356	11,7	13,5	11,6	23,3
cm. 0,0712	13,6	15,2	13,1	26,7
cm. 0,1068	15,7	17,5	15,1	30,8

Dalla curva prima tracciata, cercando al solito per quali valori della lunghezza del filo C si aveva nei termometri A e B una somma di divisioni identica a quella osservata quando al posto di C si trovava lo spinterometro, si hanno i seguenti valori:

Lunghezza della scintilla	Lunghezza del filo di platino che immerso nel petrolio si comporta in egual modo
0	cm 67,0
cm 0,0356	cm 75,0
cm 0,0712	cm 88,5
cm 0,1068	cm 106,0

da cui risulta che nelle condizioni di queste esperienze una scintilla di cm 0,0356 si comportava come se tra gli elettrodi dello spinterometro vi fossero interposti cm 8 del filo di platino; una

scintilla di cm 0,0712 si comportava come se ve ne fossero interposti cm 21,5 ed una scintilla di cm 0,1068 si comportava come se ve ne fossero interposti cm 39.

Conclusione.

Le esperienze riferite più sopra permettono di trarre alcune conseguenze.

Ed anzi tutto i numeri contenuti nello specchietto, che indica la quantità di calore svolto dalle scintille nelle singole derivazioni dei diversi circuiti adoperati, non sono tra loro in quel rapporto in cui dovrebbero essere se nelle stesse derivazioni circolassero correnti di intensità costante.

Ciò risulta evidente dalla seguente tabella, nella quale a fianco dei diversi circuiti adoperati è indicato nella colonna segnata colla lettera R il rapporto che si sarebbe avuto tra le quantità di calore svolte nella diramazione C e nella diramazione A + B con correnti costanti e che si può calcolare conoscendo le resistenze delle due diramazioni, e nella colonna segnata con R_1 il rapporto dedotto dalle esperienze colle scariche.

Circuito	R	R_1
C_1 in derivazione con A + B	1,094	1,102
C_2 « « « A + B	2,285	1,917
C_3 « « « A + B	4,631	3,056
C_4 « « « A + B	9,169	5,460

I due rapporti sono eguali, come era del resto prevedibile, quando le due diramazioni sono eguali: ma diminuendo la lunghezza di una delle derivazioni, il rapporto delle quantità di calore svolto colle scariche va diventando rapidamente più piccolo di quello che si avrebbe colle correnti di intensità costante: come se la derivazione di lunghezza variabile presentasse una resistenza maggiore, o la derivazione di lunghezza costante una resistenza minore di quella che offrirebbero alle correnti ordinarie.

La sostituzione di uno spinterometro in una delle derivazioni non modifica sostanzialmente il fenomeno.

Quando nello spinterometro avviene una scintilla, risulta provato dalle esperienze sopra riferite che la scarica si divide:

una parte passa per la derivazione dello spinterometro l'altra parte per la derivazione metallica: ma sul modo come la scarica si divide molte circostanze influiscono: così le alterazioni delle superfici, tra le quali salta la scintilla, causate dalle scintille precedenti bastano per modificare sensibilmente il modo come questa suddivisione si compie.

La scintilla del circuito derivato stabilisce, nel momento in cui si manifesta, la chiusura del circuito medesimo ed il comportamento suo è analogo a quello che si avrebbe se il circuito fosse chiuso da breve tratto di filo metallico. Questo tratto di filo metallico, che si comporterebbe come la scintilla nel circuito derivato, è tanto più lungo quanto più lunga è la scintilla che dovrebbe sostituire: e nei limiti ristretti nei quali sono stato obbligato a contenere le esperienze, sembra che la lunghezza del filo che sostituisce la scintilla, cresca più rapidamente della lunghezza della scintilla, come se la resistenza della scintilla crescesse più rapidamente della sua lunghezza.

Questo comportamento della scintilla analogo a breve tratto di filo metallico porta per conseguenza che sul modo, come si divide la scarica, deve influire non solo la lunghezza della scintilla ma anche la lunghezza dei conduttori che formano il circuito derivato nel quale essa ha luogo: e le esperienze coi due spinterometri di dimensione diverse lo provano decisamente, mentre nelle esperienze di Lodge la lunghezza di questi conduttori non influisce sensibilmente sulla distanza critica. Da ciò risulta sempre più evidente che se l'ostruzione opposta alla scarica da uno dei circuiti derivati è la causa quasi unica delle scariche laterali, dal momento, in cui queste scariche cominciano, i fenomeni si compiono come se al posto della scintilla vi fosse collocato un conduttore metallico.

Il confronto poi tra le lunghezze di filo platino che si comporterebbero egualmente ad una stessa lunghezza di scintilla negli spinterometri di dimensioni diverse, mostra che queste lunghezze del filo di platino sono anche diverse: ciò che probabilmente dipende dalle modificazioni trasversali che la scintilla subisce col cambiare della lunghezza della derivazione.

Questo metodo, che ho adoperato per stabilire il modo di comportarsi delle scintille nei circuiti derivati, parmi che si possa

prestare a risolvere qualche altra questione, sulla quale spero tra breve di poter presentare i risultati di esperienze più estese e più complete.

Istituto Fisico della R. Università di Parma, Giugno 1894.

RIVISTA

Comptes Rendus, Agosto 1894 — T. 119.

R. LIOUVILLE. *Sull'equazioni della Dinamica* (pp. 367-368). — L'A. fa rimarcare un legame esenziale che esiste fra le ricerche da lui pubblicate nei *Comptes rendus* e nel *Journal de l' Ecole Polytechnique* e le due note presentate, sulle equazioni della Dinamica, l' una il 30 Maggio 1894, l' altra il 30 Luglio 1894 dal sig. W. Vladimir de Tannenberg.

J. JANSSEN. *Nota su di un meteorografo a lunga carica, destinato all' osservatorio del monte Bianco* (pp. 386-388) — L' A. presenta all' Accademia una serie di fotografie che danno la descrizione di un meteorografo costruito dal sig. Richard per l' osservatorio del monte Bianco, il quale può funzionare per parecchi mesi senza essere ricaricato.

LANGLEY. *Nuove ricerche sulla regione infra-rossa dello spettro solare* (pp. 388-392). — Nel mese di Settembre 1882 l' A. aveva presentato all'Accademia una comunicazione intitolata: *Osservazioni dello spettro solare*, e accompagnata da una figura della curva dell' energia dello spettro infra-rosso ottenuto per mezzo di un prisma di vetro.

Nel 1890 il congresso di Washington autorizzava certi lavori di ricerche astro-fisiche, di cui incaricava l'Istituto Smitshoniano. Per mezzo di esperienze di questi ultimi anni, si è riuscito a trovare un metodo il quale, benchè fondato sull'uso del bolometro, è quasi automatico, di molto superiore agli antichi per la precisione, e nel medesimo tempo incomparabilmente più rapido e più minuzioso. I risultati definitivi di questi lavori saranno pubblicati ufficialmente, ma l' A. ci tiene a dare fin d' ora un' idea succinta dei fatti nuovamente appresi all' Assemblea, alla quale dice di dovere tanta riconoscenza per l' incoraggiante accoglienza fatta al suo primo lavoro sul medesimo soggetto.

Lecoq de Boisbaudran. *Cristalli formantisi alla superficie di una soluzione meno pesante di essi* (pp. 392-393). — Se si pongono dei frammenti di una sostanza più pesante che il solvente, gli uni alla superficie, gli altri al fondo della soluzione satura di questa sostanza si osserva che, in causa delle variazioni giornaliere della temperatura, i frammenti superiori non tendono a sparire, mentre che gli inferiori aumentano d' altrettanto.

Questo effetto si produce ordinariamente anche quando la soluzione è non solo satura della sostanza stessa dei frammenti, ma è anche satura o quasi satura di altre materie. Però l'A. osserva che non è sempre così, come lo mostra l' esperienza seguente:

Si satura dapprima e simultaneamente dell'acqua con carbonato e iposolfito di soda, alla temperatura ordinaria (circa 20°). Si satura poi questa soluzione (alla medesima temperatura) con del monosolfuro di sodio cristallizzato ($Na^2S + 9\,Aq$) di cui allora si scioglie una quantità importante.

Il liquido è versato in una provetta (di $0^m,10$ a $0^m,15$ di altezza) al fondo della quale si mette una certa quantità di Na^2S cristallizzato su di un sopporto e vicinissimo alla superficie del liquido si pone un piccolo frammento di Na^2S. Si tappa la provetta.

Dopo qualche giorno o qualche settimana, tutto il monosolfuro di sodio si è raccolto sul sopporto superiore, attorno al frammento che vi si era posto.

L' A. tenta spiegare questo fenomeno.

A. Blondel. *Rimarchi sul metodo elettrochimico di iscrizione delle correnti alternate.* (pp. 399-402). — Il sig Paolo Janet [1]) ha fatto recentemente conoscere un nuovo metodo molto ingegnoso, che ha chiamato elettrochimico, per lo studio delle curve periodiche delle correnti alternate. L' A. crede interessante rimarcare che questo metodo è, in elettricità, l' analogo esatto di ciò che Marcel Deprez ha già immaginato per lo studio delle macchine a vapore.

Féry. *Applicazione dell' auto-collimazione alla misura degli indici di refrazione.* (pp. 402-404). — Il principio dell'auto-collimazione, indicato da Fizeau, ha ricevuto dal Fizeau stesso delle applicazioni ben conosciute: l' A. dimostra che esso principio si presta egualmente, con una grande semplicità, alla determinazione degli indici di refrazione, non solamente coll'impiego del prisma, ma anche utilizzando il principio della riflessione totale.

E. Mathias. *Sul calore specifico dell' acido solforoso liquido* (pp. 404-407). — In generale il calore specifico dei liquidi cresce

1) *Nuovo Cimento*, tomo 35, serie III, p. 244 e tomo 36, serie III, p. 101.

colla temperatura. Cosa diviene esso alla temperatura critica? La teoria (Raveau, Duhem) indica che esso cresce indefinitamente in valore assoluto restando positivo, mentre che, nelle medesime condizioni il calore specifico del vapor saturo è infinitamente grande, ma negativo (Mathias, Duhem, Raveau). L'A. indica un modo di condurre l'esperienza che da la legge della variazione completa del calore specifico del liquido. L'A. ha applicato il suo metodo all'acido solforoso in trentadue esperienze.

Appoggiandosi anche a dati di lavori precedenti egli ha potuto costruire la curva $q = f(t)$ ove q rappresenta la quantità di calore necessaria per portare un grammo di liquido dalla temperatura fissa $t_c = -20°$ fino a t ($t \leq t_c$) essendo t_c la temperatura critica. Si trova così che l'ordinata q cresce costantemente fino alla temperatura critica, ove essa ha un valore finito vicino a $75^{cal},5$ la tangente alla curva nel punto critico essendo parallela all'asse delle ordinate.

Per cui: *il calore specifico vero del liquido è sempre positivo e va crescendo costantemente e indefinitamente.*

L'A. si propone di applicare il suo metodo anche all'acido carbonico. .

CH. V. ZENGER. *L'elettricità considerata come un movimento vorticoso* (pp. 417-419). — Se si fa passare la scarica di un rocchetto di Ruhmkorff o di una macchina Wimshurst in una campana pneumatica, sotto la quale siasi posta una provetta contenente dell'ammoniaca diluita ed un'altra provetta riempita di acido cloroidrico concentrato, si vedono alzarsi, al momento della scarica dei vortici formati di piccoli cristalli bianchi di cloridrato di ammoniaca. Essi si condensano con moto vorticoso in filoni coerenti che cadono sulla platina della macchina pneumatica.

Quest' esperienza mostra che le scariche elettriche, qualunque sia la loro origine, producono un movimento vorticoso nella materia che si trova nel campo elettrico.

L'A. descrive altre esperienze interessanti per determinare con più rigore la forma di questo movimento vorticoso.

H. PARENTY. *Nuove esperienze che permettono di paragonare l'efflusso dei liquidi, dei gas e del vapore attraverso i medesimi orifizi* (pp. 419-422). — È un lavoro di meccanica applicata.

G. MOREAU. *Della periodicità dei raggi di assorbimento dei corpi isotropi* (pp. 422-425). — L'A. ha già mostrato in una comunicazione precedente che, in un mezzo formato di un sol sistema di molecole materiali e di etere, risulta in seguito all' urto dell'etere contro la materia per una molecola una forza acceleratrice e per l' etere una forza resistente riferita all' unità di vo-

lume. Il calcolo delle componenti di questa azione è legato alla equazione di un elissoide di distribuzione dell' etere, che l' A. ha definito. L'A. applica i risultati ottenuti alla spiegazione dei raggi di assorbimento di un corpo isotropo.

CH. HENRY. *Sulle variazioni di grandezza apparente delle linee e degli angoli, nella visione diretta e nella visione con movimenti degli ócchi e della testa* (pp. 449-451). — Si sa che, in seguito ad un ingrandimento o ad una riduzione proporzionale, le differenti parti di una figura non conservano i medesimi rapporti apparenti, sopratutto quando l'ingrandimento o la riduzione sono considerevoli. La ragione sta in questo: che le variazioni di grandezza apparente delle linee e degli angoli secondo la loro direzione non sono le medesime nella visione diretta e nella visione con movimenti degli occhi e della testa. Quali sono le leggi delle variazioni di grandezza apparente delle linee e degli angoli in ciascuno di questi due casi per occhi normali, cioè per occhi non abituati con esercizi speciali ad apprezzarne esattamente i rapporti geometrici? I risultati che l'A. riassume in questa nota sono ricavati da lunghe statistiche fatte in vista di risolvere questo problema sperimentale così interessante sopratutto per l' arte industriale.

H. DESLANDRES. *Ricerche sui movimenti dell'atmosfera solare* (pp. 457-460). — È una nota di astronomia fisica.

CH. V. ZENGER. *Colpo di fulmine rimarchevole* (pp. 460 461).

E. CRESCINI.

Wied. Ann. Vol. 52, N. 8, 1894.

A. BOCH. *Sul rapporto fra la contrazione trasversale e l' allungamento nelle sbarre di diversi metalli, in funzione della temperatura* (pp. 609-620). — Col metodo stesso già usato dal Kirchhoff, ma estendendo l' intervallo di temperatura fra 0 e 160°, l'A. ha determinato il rapporto sopra detto pel ferro, pel nichel, pel rame e per l'argento. I resultati ottenuti, rappresentati per mezzo di curve, mostrano che il valore di quel rapporto cresce con la temperatura. Le curve del ferro e del nichel decorrono parallele; quelle del rame e dell' argento si tagliano per la temperatura di circa 25°. I numeri indicati dall'A. non hanno un valore assoluto, perchè il rapporto studiato dipende dai processi termici e meccanici cui è andato soggetto anteriormente il campione esperimentato.

P. LEBEDEW. *Sull' azione meccanica delle onde sui risonatori in quiete. I. Onde elettromagnetiche* (pp. 621-640). — L'eccitatore di Hertz adoprato dall'A. consiste in due lastre di zinco piegate

a U, una interna all'altra, per ottenere una capacità notevole insieme a piccola autoinduzione; ma poichè le oscillazioni se ne smorzano troppo rapidamente, l'A. si serviva di questo eccitatore per produrne delle altre nei *vibratori*, che sono condensatori formati da lamine di zinco, e distanti 2 mm. per quello che serve per le onde magnetiche, e 25 cm. per quello destinato a produrre onde elettriche.

Il risonatore, sospeso a una sottile fibra di quarzo, è un leggerissimo rocchetto di poche spire, le cui estremità son fissate alla armatura di un condensatore: il risonatore magnetico ha le spire in un piano verticale e il condensatore con le armature orizzontali a forma di ago da elettrometro; quello elettrico ha le spire orizzontali e ha verticali le lamine del condensatore, formate da due quadranti cilindrici diametralmente opposti. Ambedue hanno un micrometro a scintilla, per poter determinare la lunghezza d'onda; la quale si può far variare entro certi limiti, mutando: per il risonatore magnetico la posizione relativa delle armature nel condensatore, e per quello elettrico il numero delle spire del rocchetto.

Il risonatore magnetico era sospeso al di sopra del suo vibratore, in modo che il piano delle spire del rocchetto facesse un angolo di 45° col piano del condensatore; quello elettrico era posto fra le armature del vibratore corrispondente, in modo che il piano che passa pel suo asse e biseca le armature cilindriche fosse inclinato pure di 45° sulle linee di forza del campo.

I movimenti di rotazione provocati dalle onde elettriche son misurati per mezzo di specchio e cannocchiale.

L'A. ha trovato che l'azione meccanica è massima quando il risonatore e il vibratore si avvicinano alla risonanza; al di sotto della risonanza vi è attrazione, al di sopra repulsione. Il valore dell'azione meccanica è direttamente proporzionale all'energia comunicata, e dipende dal rapporto fra i numeri delle oscillazioni ma non dai loro valori assoluti; precisamente come resulta dalla teoria che egli espone, ammettendo, come fece il Bjerknes (cfr. *N. Cim.* 31, p. 74), che anche per le oscillazioni elettriche valgano le leggi che regolano tutte le oscillazioni elastiche, e che ad ogni istante l'impulso della forza meccanica sia proporzionale al prodotto del moto eccitante e di quello eccitato, cioè che anche per le oscillazioni elettriche sieno applicabili le leggi di Coulomb e di Ampère.

J. W. Low. *Sulla velocità del suono nell'aria, nei gas e nei vapori per note semplici di diversa altezza* (pp. 641-634). — Poichè nei resultati già ottenuti da altri esperimentatori si hanno

discordanze notevoli, l'A. si è occupato di determinare nuovamente come cambia la velocità di propagazione del suono nei gas e nei vapori per suoni di diversa altezza in tubi di diverso diametro, e di ricercare come dalla velocità così determinata si possa ottenere quella nello spazio illimitato.

Il metodo usato è quello dei tubi d'interferenza del Quincke, determinando non un minimo, come Seebeck, ma diversi massimi dell'intensità, quando il tubo era accorciato di due o più mezze lunghezze d'onda.

Dopo aver riportato i numerosi resultati sperimentali, dai quali si vede che per l'aria e l'anidride carbonica la velocità di propagazione è la stessa per note di altezza e intensità diversa, l'A. discute la formula del Kirchhoff

$$v = a\left(1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}\right),$$

ove v e a sono le velocità nel tubo di raggio r e nell'aria libera, per una nota di n vibrazioni, e γ è una costante, e la trova perfettamente applicabile.

W. VOIGT. *Sui mezzi senza forze interne, e su una interpretazione meccanica che se ne deduce per le equazioni di Maxwell-Hertz* (pp. 665-672). — Dalle formule stabilite per l'equilibrio dei corpi non rigidi soggetti non solo a forze, ma anche a momenti di rotazione, derivanti da cause esterne e dalle azioni scambievoli delle loro parti, (Abh. d. Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1887) l'A. ottiene da prima quelle che valgono per lo stato di moto, e poi mostra come supponendo nulle le forze interne, tali formule si riducono simili a quelle di Maxwell-Hertz, che così vengono ad avere una interpretazione meccanica.

Le formule stesse hanno un interesse speciale per l'ottica, poichè sono completamente equivalenti a quelle della teoria elettromagnetica della luce.

R. HAAS. *La conduttività specifica e il coefficiente di temperatura delle leghe rame-zinco* (pp. 673-690). — La resistenza di 16 fili di ottone di composizione diversa (da 0,7 a 50 % di Zn) fu misurata con un ponte Wheatstone-Kirchhoff. L'A. ha trovato un massimo della resistenza specifica e un minimo del coefficiente di temperatura per la lega contenente 31 % di zinco, corrispondente a Cu_2Zn. Poichè altrettanto fu trovato per la resistenza specifica delle leghe Cu_2Sb e Cu_4Sn da Ball e da Kaminski, l'A. ritiene che in queste combinazioni il rame funzioni da elemento monovalente come nei composti Cu_2O e Cu_2S.

La lega contenente più del 50 % di zinco non si può tirare in fili; lo studio della resistenza di quelle leghe richiede quindi l'uso di una bilancia d'induzione, e potrebbe fornire resultati assai interessanti.

K. R. KOCH e A. WÜLLNER. *Sulla resistenza alla diffusione (Ausbreitungswiderstand) e sulla polarizzazione degli elettrodi di piccola superficie* (pp. 691-699). — Gli A. avevano già trovato (cfr. *N. Cim.* 33, p. 184) che la polarizzazione p per piccoli elettrodi cilindrici può rappresentarsi con la formula

$$p = \pi + ui$$

essendo π la f. e. m. costante della polarizzazione, u una resistenza e i l'intensità della corrente.

Il Richarz interpretò la resistenza u come semplice resistenza alla diffusione; mentre gli A. l'avevano chiamata resistenza al passaggio dal metallo al liquido, solamente per significare che risiedeva nell'immediata vicinanza dell'elettrodo.

Ora con piccoli elettrodi circolari gli A. hanno ripreso lo studio di quella questione, e i resultati trovati mostrano che il valore di p dipende assai dalla forma dell'elettrodo; ma non permettono di decider chiaramente della natura di quella resistenza.

B. W. STANKEWITSCH. *Contribuzione sperimentale allo studio della polarizzazione dielettrica dei liquidi* (pp. 700-727). — Con un doppio condensatore formato da tre dischi di rame separati da frammenti di vetrini da specchi, l'A. ha determinato la costante dielettrica di diversi alcoli ed oli eterei, introducendoli fra due delle armature. La carica del condensatore era ottenuta col potenziale oscillante di uno dei capi di un rocchetto d'induzione. Con due interruttori a ruota si potevano avere da 12 a 3600 interruzioni al secondo. Per alcune misure fu adoprata anche una piccola dinamo a correnti alternate.

Pei liquidi poco coibenti, insieme al metodo anzi detto l'A. adoprò anche quello dell'elettrometro a liquido di Cohn e Arons (*N. Cim.* 26, p. 85).

Le costanti dielettriche trovate dall'A. mostrano valori sempre più piccoli quanto minore è la durata della carica; e sembra che si avvicinino asintoticamente a un valore costante.

A. KLEINER. *Sulla teoria della sede dell'elettricità nei condensatori* (pp. 728-731). — Formando un condensatore a lamina di mica, e sfaldando poi la lamina in due parti dopo averlo caricato e tolte le armature, una delle quali era formata da mercurio, si può con ciascuna metà ricomporre un condensatore. Quest'esperienza, analoga a quella della calamita spezzata, mostra che

le proprietà dei condensatori dipendono dalla polarizzazione molecolare del coibente.

L'A. descrive delle esperienze e delle misure fatte con questi condensatori.

O. Grotrian. *Sulla magnetizzazione dei cilindri di ferro* (pp. 735-748). — In seguito alle osservazioni dell'Ascoli (*N. Cim.* 35, pag. 181) e del Du Bois (ivi, pag. 205) l' A. ha fatto nuove esperienze sulla penetrazione del magnetismo nel ferro.

Dapprima determinò, con una bilancia, la forza necessaria a staccare un ago da punti diversi della base di un nucleo di ferro di un elettromagnete; poi con una piccola spirale che poneva, a diversa distanza dall' asse, fra le basi di due cilindri di ferro affacciati e formanti i nuclei di due elettromagneti, determinò il flusso d' induzione che attraversa l' unità di superficie a profondità diverse, e in ambedue i modi trovò che le parti di un cilindro di ferro, che non sia troppo corto rispetto al diametro, per piccoli gradi di saturazione sono assai diversamente magnetizzate; e cioè la magnetizzazione delle parti periferiche è molto maggiore di quelle vicine all' asse.

L'azione di schermaglio che esercita il ferro è anche mostrata dal contegno della limatura di ferro sparsa entro un anello di piccolo spessore magnetizzato da una corrente di 2 amp.

A. Abt. *Sulle proprietà magnetiche della magnetite di Moravicza e dell'acciaio per grandi forze magnetizzanti, e sul loro momento magnetico in misura assoluta* (pp. 749-757). — È una continuazione delle esperienze già accennate in questo Giornale (33 pag. 94).

B. Hasselberg. *Sullo spettro lineare dell' ossigeno* (pp. 758-761). — A proposito dello spettro fotografato da Eisig (*N. Cim.* 35, 240) l'A. fa osservare che quel metodo non può dare resultati assolutamente precisi, e che anche altre determinazioni, per es. quella del Neovius (*Beibl.* 17, p. 563) conducono a valori che differiscono in media di ± 0,2 unità Angström da quelli di Eisig.

B. Walter. *Sulla posizione più vantaggiosa di una lamina di Gauss* (pp. 762-776). — È principalmente per ragione di simmetria che la lamina di cristallo nell'oculare di Gauss si dispone a 45°, tanto sul raggio riflesso che su quello rifratto; e l' A. con calcoli che non si possono riassumere, determina la miglior posizione per quella lamina in diversi casi.

B. Wiesengrund. *Sull' andamento della fusione delle leghe stagno-piombo* (pp. 777-792). — L'A. ha trovato che per tutte le leghe di stagno e piombo, eccetto che per quella $Pb\,Sn_3$, in seguito alle successive fusioni si manifesta una modificazione meccanica

che determina un leggero inalzamento del punto di fusione, e l'avvicinamento del punto di solidificazione a quello della lega chimica $Pb\,Sn_3$.

A. STEFANINI.

Philosophical Magazine.

Vol. 38, Luglio 1894.

W. SUTHERLAND. *L'attrazione fra molecole dissimili.* — I. *La diffusione dei gas* (p. 1-19). — Per determinare la legge dell'attrazione fra due molecole qualunque, l'A. ha seguito due metodi: cioè quello della diffusione dei gas e quello della tensione superficiale di liquidi mescolati. Ambedue i metodi conducono al resultato che se l'attrazione fra due molecole M_1 di massa m_1, alla distanza r si indica con $3A_1 m_1^2 | r^4$, e quella fra due molecole M_2 con $3A_2 m_2^2 | r^4$, l'attrazione fra M_1 e M_2 è data da

$$3\sqrt{A_1 A_2}\, m_1 m_2 | r^4$$

cioè due molecole qualunque si attirano con una forza inversamente proporzionale alla quarta potenza della loro distanza, e direttamente proporzionale al prodotto dei parametri $\sqrt{3A}.m$ caratteristici di ciascuna. Questi parametri non dipendono però direttamente dalla massa, bensì dalle dimensioni delle molecole. Così se si tien conto anche dell'attrazione dovuta alla gravitazione, l'espressione generale per l'attrazione fra due molecole, uguali o dissimili, è

$$G\, m_1 m_2 \mid r^2 + a_1 a_2 \mid r^4.$$

In questa Nota l'A., dopo un breve cenno sulle teorie proposte per la diffusione dei gas da Stefan, Meyer e Tait, mostra come i resultati sperimentali di Obermayer confermano la legge anzidetta.

C. BARUS. *Condensazione colorata del vapor acqueo, e sua dipendenza dalla temperatura e dal pulviscolo dell'aria* (pp. 19-35). — È una Nota che interessa più specialmente la meteorologia, e si riferisce ai lavori di Aitken sul modo di determinare la quantità di pulviscolo per mezzo del colore, o della rarefazione necessaria a produrre un dato colore quando la condensazione in nebbia è prodotta da una subitanea espansione del gas. Ora l'A. mostra come si debba tener conto anche dell'influenza che su questi fenomeni ha la temperatura.

W. PEDDIE. *Sulle oscillazioni di torsione dei fili* (pp. 36-55). — Il filo su cui furon fatte le esperienze era di ferro, lungo 891 mm. e dello spessore di circa 1 mm., e all'estremità libera portava un anello metallico, di assai grande momento d'inerzia.

Dopo averlo torto, il filo era lasciato libero, avendo cura che non oscillasse a modo di pendolo, e si costruiva una curva prendendo per ordinate le ampiezze di oscillazione e per ascisse il loro numero. Poichè le oscillazioni erano quasi isocrone, le ascisse corrispondevano praticamente ai tempi.

Tutte le curve ottenute son rappresentate assai bene da equazioni della forma

$$y^n (x + a) = b,$$

ove a, b, n sono costanti, dedotta dalla teoria che l'A. espone di questi fenomeni. Il valore di a dipende dal tempo decorso dal principio della oscillazione al momento della prima lettura. Le curve ottenute mostrano evidente anche il fenomeno della fatica elastica, indicato dal Thomson, perchè quando il tempo decorso dal principio delle oscillazioni è circa mezz'ora, il decremento delle oscillazioni è notevolmente accresciuto.

Dopo che il filo ha raggiunto uno stato stazionario, vi si mantiene da un giorno all'altro; talchè è possibile ripetere un' esperienza nelle medesime condizioni.

Il valore di n è per quasi tutte le curve uguale a 1,18.

Il decremento logaritmico, quando le oscillazioni non sono molto piccole, non resta costante; non è dunque verificata la « legge dell' interesse composto » indicata da lord Kelvin e da Tomlinson.

L'andamento del fenomeno non è influenzato dall'attrito dell'aria.

C. V. Burton. *Sul meccanismo della conduzione elettrica* (pp. 55-70). — L' A. parte dall' ipotesi che la materia sia formata da alcune porzioni perfettamente coibenti e da altre perfettamente conduttrici, o limitate da superfici perfettamente conduttrici; e che nei metalli, e negli altri corpi che non sono elettroliti, e che hanno conduttività finita, la trasmissione delle correnti deve avvenire per mezzo di contatti intermittenti di particelle perfettamente conduttrici.

Ciò posto, egli mostra come si può spiegare la produzione di calore nei conduttori percorsi da corrente; come la resistenza dei metalli non debba cambiare al variare dell'intensità della corrente (legge di Ohm); e ritenendo che ogni molecola sia formata da una porzione centrale perfettamente conduttrice carica di elettricità (positiva o negativa), circondata da uno strato coibente, il quale è a sua volta circondato da un dato numero di particelle perfettamente conduttrici; spiega la f. e. m. di contatto e il fenomeno Peltier; e termina discutendo il fatto che i metalli, ridotti a sottilissimi strati, hanno una trasparenza maggiore di quella che sarebbe indicata dalla teoria di Maxwell. A. Stefanini.

EQUILIBRIO DI UN CORPO ELASTICO INDEFINITO LIMITATO DA UN PIANO [1]

Nota del Dott. GIUSEPPE LAURICELLA.

Il problema indicato nel titolo di questa Nota, è stato studiato nei suoi diversi casi dal Cerruti [2]) ed in parte anche dal Somigliana [3]), con metodi che, oltre ad essere un po' complicati, dànno luogo in generale ad integrali doppi di spazio o di superficie. Io qui voglio studiare il medesimo problema, valendomi della felice idea del Prof. Volterra, di usare le formule del Somigliana [4]), nello stesso modo che nella teoria delle funzioni armoniche si usa la nota formola di Green, per risolvere il problema di Dirichlet. Così oltre alla rapidità dei calcoli, si ha che le formole finali contengono integrali semplici di spazio o di superficie.

1. Prendiamo il piano $x=0$, per piano σ limitante il corpo elastico S.

Ciò posto, *supponiamo note le componenti delle forze agenti nei punti di* S *e le componenti degli spostamenti nei punti di* σ.

Per trovare le componenti degli spostamenti in un punto qualsiasi $P \equiv (x_1, y_1, z_1)$ di S, consideriamo il punto $P_1 \equiv (-x_1, y_1, z_1)$ e poniamo:

$$r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2},$$

$$r_1 = \sqrt{(x+x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}.$$

1) La presente Nota è il sunto dei capitoli I e II della Memoria dell'autore stesso, intitolata: *Equilibrio dei corpi elastici isotropi* (Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, 1894).

2) *Ricerche intorno all'equilibrio ecc.* (Atti della R. Acc. dei Lincei, Memorie della Classe di sc. fis. mat. e nat., ser. 3., T. XIII.

Sulla deformazione di un corpo elastico ecc. (Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, Classe di sc. fis. mat. e nat., T. IV, 1° sem.

3) *Sopra l'equilibrio di un corpo elastico isotropo.* (Nuovo Cimento, Vol. XVII, XVIII, XIX.

Le funzioni:

$$
(1)\left\{\begin{aligned}
a_1 &= -\frac{1}{r_1} - \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial x^2} - \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x^2},\quad b_1 = -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial x \partial y} + \alpha x_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y} \\
&\quad - \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial y},\quad c_1 = -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial x \partial z} + \alpha x_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z} - \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial z}; \\
a_2 &= -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial y \partial x} + \alpha x_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y} + \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial x},\quad b_2 = -\frac{1}{r_1} \\
&\quad - \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial y^2} + \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y^2},\quad c_2 = -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial y \partial z} + \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial z}; \\
a_3 &= -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial z \partial x} + \alpha x_1 \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z} + \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z \partial x},\quad b_3 = -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial z \partial y} \\
&\quad + \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z \partial y},\quad c_3 = -\frac{1}{r_1} - \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r_1}{\partial z^2} + \alpha x_1 \mathrm{M} x \frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z^2},
\end{aligned}\right.
$$

in cui α ed M sono costanti che dipendono dalla natura del corpo, formano tre sistemi di integrali delle equazioni dell'equilibrio, finiti in tutto S, i quali su σ prendono valori uguali e di segno contrario a quelli degli integrali:

$$
(2)\left\{\begin{aligned}
u_1 &= \frac{1}{r} + \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial x^2},\quad v_1 = \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial x \partial y},\quad w_1 = \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial x \partial z}; \\
u_2 &= \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial y \partial x},\quad v_2 = \frac{1}{r} + \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial y^2},\quad w_2 = \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial y \partial z}; \\
u_3 &= \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial z \partial x},\quad v_3 = \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial z \partial y},\quad w_3 = \frac{1}{r} + \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^2 r}{\partial z^2},
\end{aligned}\right.
$$

che sono del Somigliana [1]).

Applicando il teorema del Betti [2]) e le formole del Somigliana [1]), si trova quindi:

1) *Sulle equazioni dell'Elasticità* (Annali di Matematica pura ed applicata, T. XVII, Serie seconda).

2) *Teoria della elasticità* (Nuovo Cimento, Vol. VII, VIII, IX, X).

$$-4\pi L u_0 = -\int_\sigma \Sigma\,(A_\sigma^{(1)} + X_\sigma^{(1)})\,u d\sigma + \int_S \rho \Sigma\,(u_1 + a_1)\,X\,dS,$$

$$-4\pi L v_0 = -\int_\sigma \Sigma\,(A_\sigma^{(2)} + X_\sigma^{(2)})\,u d\sigma + \int_S \rho \Sigma\,(u_2 + a_2)\,X\,dS,$$

$$-4\pi L w_0 = -\int_\sigma \Sigma\,(A_\sigma^{(3)} + X_\sigma^{(3)})\,u d\sigma + \int_S \rho \Sigma\,(u_3 + a_3)\,X\,dS,$$

nelle quali $A_\sigma^{(1)}, \ldots ;\ X_\sigma^{(1)}, \ldots$ sono le tensioni corrispondenti rispettivamente agli spostamenti (1) e (2); u, v, w sono le funzioni arbitrariamente date su σ; e ρX, ρY, ρZ le componenti delle forze agenti nei punti di S.

2. In quel che segue supporremo, senza togliere nulla alla generalità, $\rho X = \rho Y = \rho Z = 0$; perchè, come si dimostra [1]), possiamo sempre ridurci a questo caso.

Ciò posto, *siano note sul piano $x = 0$ la componente delle tensioni nella direzione x e le componenti degli spostamenti nelle direzioni y e z.*

Per risolvere il problema dell'elasticità in questo caso, consideriamo gli integrali delle equazioni dell'equilibrio:

$$(3)\quad \begin{cases} a_2 = -\dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^2 r_1}{\partial y \partial x}, & b_2 = -\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^2 r_1}{\partial y^2}, \quad c_2 = -\dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^2 r_1}{\partial y \partial z};\\[2mm] a_3 = -\dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^2 r_1}{\partial z \partial x}, & b_3 = -\dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^2 r_1}{\partial z \partial y}, \quad c_3 = -\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^2 r_1}{\partial z^2};\\[2mm] a_{11} = \dfrac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x} + \dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x^3}, & b_{11} = \dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial y}, \quad c_{11} = \dfrac{\alpha}{2}\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial z};\\[2mm] a_{12} = -\dfrac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y} - \alpha\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial y}, & b_{12} = -\dfrac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x} - \alpha\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y^2}, \quad c_{12} = -\alpha\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y \partial z};\\[2mm] a_{13} = -\dfrac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z} - \alpha\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial z}, & b_{13} = -\alpha\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y \partial z}, \quad c_{13} = -\dfrac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x} - \alpha\dfrac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial z^2}, \end{cases}$$

i quali sono regolari in tutti i punti dello spazio S.

1) V. Cap. III, § 2 della mia citata Memoria.

Posto:

$$\gamma_{11}=\frac{\partial u}{\partial x},\ \gamma_{22}=\frac{\partial v}{\partial y},\ \gamma_{33}=\frac{\partial w}{\partial z},\ \gamma_{23}=\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y},\ \gamma_{31}=\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z},\ \gamma_{12}=\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$u_{rr}=\frac{\partial u_r}{\partial x_r},\ u_{rs}=\frac{\partial u_r}{\partial x_s}+\frac{\partial u_s}{\partial x_r},\ X_\sigma^{(rr)}=\frac{\partial X_\sigma^{(r)}}{\partial x_r},\ X_\sigma^{(rs)}=\frac{\partial X_\sigma^{(r)}}{\partial x_s}+\frac{\partial X_\sigma^{(s)}}{\partial x_r},$$

$$\left\{(r,s=1,2,3),\ (x_1=x_1,\ x_2=y_1,\ x_3=z_1)\right\}$$

si ha dalle formole del Somigliana, derivando convenientemente:

$$-4\pi L\gamma_{rs}^{(0)}=\int_\sigma \Sigma\, X_\sigma\, u_{rs}\, d\sigma-\int_\sigma \Sigma\, X_\sigma^{(rs)}\, u\, d\sigma, \tag{4}$$

in cui $\gamma_{rs}^{(0)}$ indica il valore di γ_{rs} nel punto (x_1, y_1, z_1).

Calcolate le tensioni corrispondenti agli spostamenti (3), si ha su σ.

$$u_2+a_2=2u_2,\quad v_2+b_2=0,\quad w_2+c_2=0,$$

$$X_\sigma^{(2)}+A_\sigma^{(2)}=0,\quad Y_\sigma^{(2)}+B_\sigma^{(2)}=2\,Y_\sigma^{(2)},\quad Z_\sigma^{(2)}+C_\sigma^{(2)}=2\,Z_\sigma^{(2)};$$

$$u_3+a_3=2u_3,\quad v_3+b_3=0,\quad w_3+c_3=0,$$

$$X_\sigma^{(3)}+A_\sigma^{(3)}=0,\quad Y_\sigma^{(3)}+B_\sigma^{(3)}=2\,Y_\sigma^{(3)},\quad Z_\sigma^{(3)}+C_\sigma^{(3)}=2\,Z_\sigma^{(3)};$$

$$u_{11}+a_{11}=2u_{11},\quad v_{11}+b_{11}=0,\quad w_{11}+c_{11}=0,$$

$$X_\sigma^{(11)}+A_\sigma^{(11)}=0,\quad Y_\sigma^{(11)}+B_\sigma^{(11)}=2\,Y_\sigma^{(11)},\quad Z_\sigma^{(11)}+C_\sigma^{(11)}=2\,Z_\sigma^{(11)};$$

$$u_{12}+a_{12}=2u_{12},\quad v_{12}+b_{12}=0,\quad w_{12}+c_{12}=0,$$

$$X_\sigma^{(12)}+A_\sigma^{(12)}=0,\quad Y_\sigma^{(12)}+B_\sigma^{(12)}=2\,Y_\sigma^{(12)},\quad Z_\sigma^{(12)}+C_\sigma^{(12)}=2\,Z_\sigma^{(12)};$$

$$u_{13}+a_{13}=2u_{13},\quad v_{13}+b_{13}=0,\quad w_{13}+c_{13}=0,$$

$$X_\sigma^{(13)}+A_\sigma^{(13)}=0,\quad Y_\sigma^{(13)}+B_\sigma^{(13)}=2\,Y_\sigma^{(13)},\quad Z_\sigma^{(13)}+C_\sigma^{(13)}=2\,Z_\sigma^{(13)};$$

quindi applicando le formole del Somigliana, la (4) ed il teorema del Betti, si trova:

$$-4\pi\, \mathrm{L} v_0 = \int_\sigma \left\{ 2u_2 \mathrm{X}_\sigma - 2\, \mathrm{Y}_\sigma^{(2)} v - 2\, \mathrm{Z}_\sigma^{(2)} w \right\} d\sigma,$$

$$-4\pi\, \mathrm{L} w_0 = \int_\sigma \left\{ 2u_3 \mathrm{X}_\sigma - 2\, \mathrm{Y}_\sigma^{(3)} v - 2\, \mathrm{Z}_\sigma^{(3)} w \right\} d\sigma,$$

$$-4\pi\, \mathrm{L} \gamma_{11}^{(0)} = \int_\sigma \left\{ 2u_{11} \mathrm{X}_\sigma - 2\, \mathrm{Y}_\sigma^{(11)} v - 2\, \mathrm{Z}_\sigma^{(11)} w \right\} d\sigma,$$

$$-4\pi\, \mathrm{L} \gamma_{12}^{(0)} = \int_\sigma \left\{ 2u_{12} \mathrm{X}_\sigma - 2\, \mathrm{Y}_\sigma^{(12)} v - 2\, \mathrm{Z}_\sigma^{(12)} w \right\} d\sigma,$$

$$-4\pi\, \mathrm{L} \gamma_{13}^{(0)} = \int_\sigma \left\{ 2u_{13} \mathrm{X}_\sigma - 2\, \mathrm{Y}_\sigma^{(13)} v - 2\, \mathrm{Z}_\sigma^{(13)} w \right\} d\sigma,$$

e da queste:

$$u_0 = \int \left\{ \gamma_{11}^{(0)} dx_1 + \left(\gamma_{12}^{(0)} - \frac{\partial v_0}{\partial x_1} \right) dy_1 + \left(\gamma_{13}^{(0)} - \frac{\partial w_0}{\partial x_1} \right) dz_1 \right\} + \mathrm{K}_1$$

con K_1 costante arbitraria.

3. *Siano ora date su σ le componenti delle tensioni nelle direzioni y, z e la componente degli spostamenti nella direzione x.*

Incominciamo a considerare gli integrali delle equazioni dell'equilibrio regolari in tutto lo spazio S:

$$(5)\quad \left\{ \begin{aligned}
a_1 &= -\frac{1}{r_1} - \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2 r_1}{\partial x^2},\; b_1 = -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2 r_1}{\partial x \partial y},\; c_1 = -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2 r_1}{\partial x \partial z};\\
a_{22} &= -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y^2},\; b_{22} = -\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y} - \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^3 r_1}{\partial y^3},\; c_{22} = -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial^3 r_1}{\partial y^2 \partial z};\\
a_{33} &= -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial z^2},\; b_{33} = -\frac{\alpha}{2} \frac{\partial^3 r_1}{\partial y \partial z^2},\; c_{33} = -\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z} - \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^3 r_1}{\partial z^3};\\
a_{12} &= \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y} + \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial y},\; b_{12} = \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x} + \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y^2},\; c_{12} = \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y \partial z};\\
a_{13} &= \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial z},\; b_{13} = \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y \partial z},\; c_{13} = \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x} + \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial z^2}\\
a_{23} &= -\alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y \partial z},\; b_{23} = -\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z} - \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial y^2 \partial z},\; c_{23} = -\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z} - \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial y \partial z^2}.
\end{aligned} \right.$$

Si può verificare che, calcolate le corrispondenti tensioni, si ha sul piano σ:

$$u_1 + a_1 = 0 \quad , \quad v_1 + b_1 = 2v_1 \quad , \quad w_1 + c_1 = 2w_1 \quad ,$$

$$X_\sigma^{(1)} + A_\sigma^{(1)} = 2X_\sigma^{(1)} \quad , \quad Y_\sigma^{(1)} + B_\sigma^{(1)} = 0 \quad , \quad Z_\sigma^{(1)} + C_\sigma^{(1)} = 0 \quad ;$$

$$u_{22} + a_{22} = 0 \quad , \quad v_{22} + b_{22} = 2v_{22} \, , \quad w_{22} + c_{22} = 2w_{22} \, ,$$

$$X_\sigma^{(22)} + A_\sigma^{(22)} = 2X_\sigma^{(22)} \quad , \quad Y_\sigma^{(22)} + B_\sigma^{(22)} = 0 \quad , \quad Z_\sigma^{(22)} + C_\sigma^{(22)} = 0 \quad ;$$

$$u_{33} + a_{33} = 0 \quad , \quad v_{33} + b_{33} = 2v_{33} \, , \quad w_{33} + c_{33} = 2w_{33} \, ,$$

$$X_\sigma^{(33)} + A_\sigma^{(33)} = 2X_\sigma^{(33)} \quad , \quad Y_\sigma^{(33)} + B_\sigma^{(33)} = 0 \quad , \quad Z_\sigma^{(33)} + C_\sigma^{(33)} = 0 \quad ;$$

$$u_{12} + a_{12} = 0 \quad , \quad v_{12} + b_{12} = 2v_{12} \, , \quad w_{12} + c_{12} = 2w_{12} \, ,$$

$$X_\sigma^{(12)} + A_\sigma^{(12)} = 2X_\sigma^{(12)} \quad , \quad Y_\sigma^{(12)} + B_\sigma^{(12)} = 0 \quad , \quad Z_\sigma^{(12)} + C_\sigma^{(12)} = 0 \quad ;$$

$$u_{13} + a_{13} = 0 \quad , \quad v_{13} + b_{13} = 2v_{13} \, , \quad w_{13} + c_{13} = 2w_{13} \, ,$$

$$X_\sigma^{(13)} + A_\sigma^{(13)} = 2X_\sigma^{(13)} \quad , \quad Y_\sigma^{(13)} + B_\sigma^{(13)} = 0 \quad , \quad Z_\sigma^{(13)} + C_\sigma^{(13)} = 0 \quad ;$$

si avrà dunque, facendo uso delle formole del Somigliana, della (4) e del teorema del Betti:

$$-4\pi L u_0 = \int_\sigma \left\{ 2v_1 Y_\sigma + 2w_1 Z_\sigma - 2X_\sigma^{(1)} u \right\} d\sigma \, ,$$

$$-4\pi L \gamma_{22}^{(0)} = \int_\sigma \left\{ 2v_{22} Y_\sigma + 2w_{22} Z_\sigma - 2X_\sigma^{(22)} u \right\} d\sigma \, ,$$

$$-4\pi L \gamma_{33}^{(0)} = \int_\sigma \left\{ 2v_{33} Y_\sigma + 2w_{33} Z_\sigma - 2X_\sigma^{(33)} u \right\} d\sigma \, ,$$

$$-4\pi L \gamma_{12}^{(0)} = \int_\sigma \left\{ 2v_{12} Y_\sigma + 2w_{12} Z_\sigma - 2X_\sigma^{(12)} u \right\} d\sigma \, ,$$

$$-4\pi L \gamma_{13}^{(0)} = \int_\sigma \left\{ 2v_{13} Y_\sigma + 2w_{13} Z_\sigma - 2X_\sigma^{(13)} u \right\} d\sigma \, ,$$

$$-4\pi L \gamma_{23}^{(0)} = \int_\sigma \left\{ 2v_{23} Y_\sigma + 2w_{23} Z_\sigma - 2X_\sigma^{(23)} u \right\} d\sigma \, ,$$

Finalmente da queste, posto:

$$\frac{\partial v_0}{\partial z_1}-\frac{\partial w_0}{\partial y_1}=\int\left\{\left(2\frac{\partial\gamma^{(0)}_{12}}{\partial z_1}-2\frac{\partial^2 u_0}{\partial y_1\partial z_1}-\frac{\partial\gamma^{(0)}_{13}}{\partial x_1}\right)dx_1+\left(2\frac{\partial\gamma^{(0)}_{22}}{\partial z_1}-\frac{\partial\gamma^{(0)}_{23}}{\partial y_1}\right)dy_1\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\partial\gamma^{(0)}_{23}}{\partial z_1}-2\frac{\partial\gamma^{(0)}_{33}}{\partial y_1}\right)dz_1\right\}-2C_1=A-2C_1$$

con C_1 costante arbitraria, avremo:

$$v_0=\int\left\{\left(\gamma^{(0)}_{12}-\frac{\partial u_0}{\partial y_1}\right)dx_1+\gamma^{(0)}_{22}dy_1+\frac{1}{2}\left(A+\gamma^{(0)}_{23}\right)dz_1\right\}-C_1z_1+K_2,$$

$$w_0=\int\left\{\left(\gamma^{(0)}_{13}-\frac{\partial u_0}{\partial z_1}\right)dx_1+\frac{1}{2}\left(\gamma^{(0)}_{23}-A\right)dy_1+\gamma^{(0)}_{33}dz_1\right\}+C_1y_1+K_3$$

con K_2, K_3 pure costanti arbitrarie.

4. Per ultimo *supponiamo di conoscere le tre componenti delle tensioni nei punti del piano* σ.

Osserviamo anzitutto che sono integrali delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici, regolari in tutto lo spazio S, le terne di funzioni:

$$p_{11}=\frac{\partial\frac{1}{r_1}}{\partial x}+Mx\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x^2}-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial\frac{1}{r_1}}{\partial x},\quad q_{11}=Mx\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x\partial y}$$
$$-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial\frac{1}{r_1}}{\partial y},\quad r_{11}=Mx\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x\partial z}-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial\frac{1}{r_1}}{\partial z};$$

$$p'_{11}=\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x^2}+Mx\frac{\partial^3\frac{1}{r_1}}{\partial x^3}-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x^2},\quad q'_{11}=Mx\frac{\partial^3\frac{1}{r_1}}{\partial x^2\partial y}$$
$$-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x\partial y},\quad r'_{11}=Mx\frac{\partial^3\frac{1}{r_1}}{\partial x^2\partial z}-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x\partial z};$$

$$p'_{12}=\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x\partial y}+Mx\frac{\partial^3\frac{1}{r_1}}{\partial x^2\partial y}-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial x\partial y},\quad q'_{12}=Mx\frac{\partial^3\frac{1}{r_1}}{\partial x\partial y^2}$$
$$-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial y^2},\quad r'_{12}=Mx\frac{\partial^3\frac{1}{r_1}}{\partial x\partial y\partial z}-\frac{1}{2}\left(1+M\right)\frac{\partial^2\frac{1}{r_1}}{\partial y\partial z};$$

$$p'_{13}=\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial z}+\mathrm{M}\,x\frac{\partial^3 \frac{1}{r_1}}{\partial x^2 \partial z}-\frac{1}{2}\left(1+\mathrm{M}\right)\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial z}\,,\ q'_{13}=\mathrm{M}\,x\frac{\partial^3 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial y \partial z}$$

$$-\frac{1}{2}\left(1+\mathrm{M}\right)\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial z}\,,\ r'_{13}=\mathrm{M}\,x\frac{\partial^3 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial z^2}-\frac{1}{2}\left(1+\mathrm{M}\right)\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z^2}\ ;$$

$$p_1=\mathrm{M}\left(y\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial y}-y_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial y}+\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x}\right)\,,\ q_1=\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y}+\mathrm{M}\left(y\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y^2}\right.$$

$$\left.-y_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y^2}+\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y}\right)\,,\ r_1=\mathrm{M}\left(y\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial z}-y_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial z}+\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z}\right)\ ;$$

$$p_2=-\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y^2}\,,\ q_2=-\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y}-\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial y^3}\,,\ r_2=-\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial y^2 \partial z}\ ;$$

$$p'_1=\mathrm{M}\left(z\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial z}-z_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial z}+\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x}\right),\ q'_1=\mathrm{M}\left(z\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial z}-z_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial z}\right.$$

$$\left.+\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y}\right)\,,\ r'_1=\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z}+\mathrm{M}\left(z\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z^2}-z_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z^2}+\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z}\right)\ ;$$

$$p'_2=-\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial z^2}\,,\ q'_2=-\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial y \partial z^2}\,,\ r'_2=-\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z}-\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial z^3}\ ;$$

$$p''_1=\mathrm{M}\left(y\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial z}-y_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial z}+z\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial y}-z_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial x \partial y}\right)\,,\ q''_1=\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z}$$

$$+\mathrm{M}\left(y\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial z}-y_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y \partial z}+z\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y^2}-z_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial y^2}\right),\quad r''_1=\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y}$$

$$+\mathrm{M}\left(y\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z^2}-y_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z^2}+z\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z \partial y}-z_1\frac{\partial^2 \frac{1}{r_1}}{\partial z \partial y}\right)\ ;$$

$$p''_2=-\alpha\frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y \partial z}\,,\ q''_2=-\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z}-\alpha\frac{\partial^3 r_1}{\partial y^2 \partial z}\,,\ r''_2=-\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y}-\alpha\frac{\partial^3 r_1}{\partial y \partial z^2}\ ;$$

per cui saranno pure integrali delle stesse equazioni le altre terne:

$$a_{11} = -\frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x} - \frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial x^3} - \frac{1+\alpha}{M} p_{11} - \frac{\alpha x_1}{M} p'_{11}\ ,\ b_{11} = -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial y}$$

$$-\frac{1+\alpha}{M} q_{11} - \frac{\alpha x_1}{M} q'_{11}\ ,\ c_{11} = -\frac{\alpha}{2}\frac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial z} - \frac{1+\alpha}{M} r_{11} - \frac{\alpha x_1}{M} r'_{11}\ ,$$

$$a_{12} = \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial y} + \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial y} + \frac{2\alpha x_1}{M} p'_{12}\ ,\ b_{12} = \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x} + \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y^2}$$

$$+\frac{2\alpha x_1}{M} q'_{12}\ ,\ c_{12} = \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{2\alpha x_1}{M} r'_{12}\ ;$$

$$a_{13} = \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x^2 \partial z} + \frac{2\alpha x_1}{M} p'_{13}\ .\ b_{13} = \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{2\alpha x_1}{M} q'_{13}\ ,$$

$$c_{13} = \frac{\partial \frac{1}{r_1}}{\partial x} + \alpha \frac{\partial^3 r_1}{\partial x \partial z^2} + \frac{2\alpha x_1}{M} r'_{13}\ ;$$

$$a_{22} = -\frac{\alpha}{2M} p_1 + \frac{x_1}{1+M}\left(\alpha \frac{\partial p_1}{\partial x} + 2M \frac{\partial p_2}{\partial x}\right)\ ,\ b_{22} = -\frac{\alpha}{2M} q_1 + \frac{x_1}{1+M}\left(\alpha \frac{\partial q_1}{\partial x}\right.$$

$$\left.+2M \frac{\partial q_2}{\partial x}\right)\ ,\ c_{22} = -\frac{\alpha}{2M} r_1 + \frac{x_1}{1+M} \alpha \left(\frac{\partial r_1}{\partial x} + 2M \frac{\partial r_2}{\partial x}\right)\ ;$$

$$a_{33} = -\frac{\alpha}{2M} p'_1 + \frac{x_1}{1+M}\left(\alpha \frac{\partial p'_1}{\partial x} + 2M \frac{\partial p'_2}{\partial x}\right)\ ,\ b_{33} = -\frac{\alpha}{2M} q'_1 + \frac{x_1}{1+M}\left(\alpha \frac{\partial q'_1}{\partial x}\right.$$

$$\left.+ 2M \frac{\partial q'_2}{\partial x}\right)\ ,\ c_{33} = -\frac{\alpha}{2M} r'_1 + \frac{x_1}{1+M}\left(\alpha \frac{\partial r'_1}{\partial x} + 2M \frac{\partial r'_2}{\partial x}\right)\ ;$$

$$a_{23} = -\frac{\alpha}{2M} p''_1 + \frac{x_1}{1+M}\left(\alpha \frac{\partial p''_1}{\partial x} + 2M \frac{\partial p''_2}{\partial x}\right)\ ,\ b_{23} = -\frac{\alpha}{2M} q''_1 + \frac{x_1}{1+M}\left(\alpha \frac{\partial q''_1}{\partial x}\right.$$

$$\left.+2M \frac{\partial q''_2}{\partial x}\right)\ ,\ c_{23} = -\frac{\alpha}{2M} r''_1 + \frac{x_1}{1+M}\left(\alpha \frac{\partial r''_1}{\partial x} + 2M \frac{\partial r''_2}{\partial x}\right)$$

Costruite le tensioni corrispondenti agli spostamenti a_{11}, b_{11}, c_{11}; . . . ., si vede che su σ si ha:

$$X_\sigma^{(rs)} + A_\sigma^{(rs)} = 0 \ , \quad Y_\sigma^{(rs)} + B_\sigma^{(rs)} = 0 \ , \quad Z_\sigma^{(rs)} + C_\sigma^{(rs)} = 0 \ .$$

Avremo dunque, adoprando la (4) ed il teorema del Betti:

$$-4\pi L\gamma_{rs}^{(o)} = \int_\sigma \Sigma X_\sigma \left(u_{rs} + a_{rs} \right) d\sigma ;$$

e poichè:

$$\frac{\partial v_0}{\partial z_1} - \frac{\partial w_0}{\partial y_1} = \int \left\{ \left(\frac{\partial \gamma_{12}^{(o)}}{\partial z_1} - \frac{\partial \gamma_{13}^{(o)}}{\partial y_1} \right) dx_1 + \left(2 \frac{\partial \gamma_{22}^{(o)}}{\partial z_1} - \frac{\partial \gamma_{23}^{(o)}}{\partial y_1} \right) dy_1 \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial \gamma_{32}^{(o)}}{\partial z_1} - 2 \frac{\partial \gamma_{33}^{(o)}}{\partial y_1} \right) dz_1 \right\} - 2\, C_1 = M - 2\, C_1 \ ,$$

$$\frac{\partial w_0}{\partial x_1} - \frac{\partial u_0}{\partial z_1} = \int \left\{ \left(\frac{\partial \gamma_{13}^{(o)}}{\partial x_1} - 2 \frac{\partial \gamma_{11}^{(o)}}{\partial z_1} \right) dx_1 + \left(\frac{\partial \gamma_{23}^{(o)}}{\partial x_1} - \frac{\partial \gamma_{21}^{(o)}}{\partial z_1} \right) dy_1 \right.$$

$$\left. + \left(2 \frac{\partial \gamma_{33}^{(o)}}{\partial x_1} - \frac{\partial \gamma_{31}^{(o)}}{\partial z_1} \right) dz_1 \right\} - 2\, C_2 = N - 2\, C_2 \ ,$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial y_1} - \frac{\partial v_0}{\partial x_1} = \int \left\{ \left(2 \frac{\partial \gamma_{11}^{(o)}}{\partial y_1} - \frac{\partial \gamma_{12}^{(o)}}{\partial x_1} \right) dx_1 + \left(\frac{\partial \gamma_{21}^{(o)}}{\partial y_1} - 2 \frac{\partial \gamma_{22}^{(o)}}{\partial x_1} \right) dy_1 \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial \gamma_{31}^{(o)}}{\partial y_1} - \frac{\partial \gamma_{32}^{(o)}}{\partial x_1} \right) dz_1 \right\} - 2\, C_3 = P - 2\, C_3$$

con C_1, C_2, C_3 costanti arbitrarie, avremo finalmente:

$$u_0 = \int \left\{ \gamma^{(o)}_{11} dx_1 + \frac{1}{2}\left(\gamma^{(o)}_{12} + P \right) dy_1 + \frac{1}{2}\left(\gamma^{(o)}_{13} - N \right) dz_1 \right\} + C_2 z_1 - C_3 y_1 + K_1 ,$$

$$v_0 = \int \left\{ \frac{1}{2}\left(\gamma^{(o)}_{21} - P \right) dx_1 + \gamma^{(o)}_{22} dy_1 + \frac{1}{2}\left(\gamma^{(o)}_{23} + M \right) dz_1 \right\} + C_3 x_1 - C_1 z_1 + K_2 ,$$

$$w_0 = \int \left\{ \frac{1}{2}\left(\gamma^{(o)}_{31} + N \right) dx_1 + \frac{1}{2}\left(\gamma^{(o)}_{32} - M \right) dy_1 + \gamma^{(o)}_{33} dz_1 \right\} + C_1 y_1 - C_2 x_1 + K_3 ,$$

dove K_1, K_2, K_3 sono pure costanti arbitrarie.

INFLUENZA DEL PULVISCOLO ATMOSFERICO SULLA TRASMISSIBILITÀ DELLE RADIAZIONI SOLARI

Nota del Prof. A. BARTOLI.

(Sunto della memoria letta all' Accademia Gioenia di Catania, il 10 Giugno 1894).

Il pulviscolo atmosferico esercita un'influenza sensibile sulla trasmissibilità delle radiazioni solari? A questa domanda si può con molta probabilità rispondere affermativamente, osservando come dopo una forte pioggia o ad un temporale a cui succeda il sereno, si ottengono dei valori abbastanza elevati pel coefficiente atmosferico [1]. La grande eruzione dell'Etna del 1892 mi ha fornito il modo di risolvere completamente questa questione, profittando di alcune giornate perfettamente serene e calme, che succedettero allo scoppio della eruzione: in tali giorni la cenere vulcanica più grossa si era già depositata sul suolo, e rimaneva sospesa ed egualmente distribuita nell'atmosfera visibile una polvere minutissima paragonabile a quella che per altre cause si trova sovente nell'atmosfera, salvo la quantità, che in quelle condizioni era certamente molto maggiore.

Appunto nel Luglio del 1892, pochi giorni dopo lo scoppio della eruzione [2]), si ebbero a Catania delle giornate in cui la

1) Compara Radau, Actinometrie, e La Lumière et les climats Paris, Gauthier-Villars: Soret, Recherches sur l'intensité de la radiation solare (Congres de Bordeau, 1872).
2) L'eruzione cominciò il 9 Luglio 1892.

luce del sole era un po' indebolita e il suo disco appariva rossastro, quantunque nessuna nube acquea cuoprisse il cielo, mentre una minutissima arena cadeva lentamente sul suolo. così a Catania, come in luoghi più distanti dal centro dell'eruzione, come a Messina, a Malta, ec. In alcuni giorni questa arena sospesa nell'atmosfera, formava come un immensa striscia che dal centro eruttivo cuopriva una gran parte del cielo, prolungandosi nella direzione del vento dominante nelle altre regioni: qualche altra volta come nelle mattine del 23 e del 25 Luglio 1892, essendo calma di vento, essa trovavasi ugualmente diffusa in tutti i punti dell'atmosfera, e il cielo sembrava leggermente caliginoso quantunque le indicazioni dell'igrometro ($^{40}/_{100}$) indicassero un'aria asciutta.

Le misure del calore solare furono fatte col pireliometro già descritto in altre memorie [1]; col quale apparecchio esse *raggiungono il grado di precisione delle ordinarie misure calorimetriche eseguite in laboratorio.*

La mattina del 25 Luglio 1892, essendo calma di vento e la cenere dell'Etna equabilmente diffusa in tutte le direzioni dell'atmosfera, ho ottenuti i resultati trascritti nella tavola seguente, dove Q indica il numero delle piccole calorie (grammo grado) ricevute in un secondo da 1 cent. quadro di superficie nera, perpendicolare ai raggi solari. A, l'altezza corretta del sole. ε lo spessore dell'atmosfera traversata dai raggi solari, calcolata con la formula di Lambert, adoperata dal Pouillet.

1) Vedasi Bartoli e Stracciati; Misure del calor solare eseguite in Italia dal 1885 in poi; *Nuovo Cimento*, Pisa 1891;

Bartoli e Stracciati; Formula empirica relativa all'assorbimento delle radiazioni solari attraverso l'atmosfera, *Nuovo Cimento*, Pisa 1892;

Bartoli e Stracciati; Sull'assorbimento delle radiazioni solari dalla nebbia o dai cirri: *Rendiconti del R. Istituto Lombardo*, Serie II, Vol. XXVII, Fascicolo XV, Luglio 1894.

Tavola I.

Catania, Villa Zuccaro; la mattina del 25 Luglio 1892:

Cenere dell'Etna diffusa in tutti i punti dell'atmosfera: cielo senza nubi: calma di vento.

La tensione del vapore acqueo fu, durante le misure, uguale a 12,1 millimetri.

Numero di ordine	a	Q	ε
.1	12° 0'	0,003 45	4,287
.2	14°20'	0,005 94	3,716
.3	16°40'	0,007 19	3,275
.4	19° 0'	0,008 49	2,926
.5	21°10'	0,009 38	2,664
.6	25°50'	0,010 91	2,237
.7	28°20'	0,013 36	2,064
.8	30°40'	0,014 09	1,927

I valori di Q sono collegati con quelli di ε dalla formula adoperata dal Pouillet

$$Q = A\, p^{\varepsilon}$$

$$\text{con } A = 0{,}0413 \qquad p = 0{,}575$$

(avendo calcolato A riferendosi alle unità centimetro, grammo, secondo).

Il valore di p nelle giornate *perfettamente serene*, senza nebbia e senza pulviscolo nell'atmosfera, per un luogo poco elevato sul livello del mare, con altezze del sole comprese fra 12° e 30°, con tensione del vapor acqueo uguale a 12 millimetri, fu già trovato da noi [1])

$$p = 0{,}8000$$

1) Vedi Bartoli e Stracciati; Misure del calor solare fatte in Italia dal 1885 in poi, *Nuovo Cimento*, terza Serie, Vol. XXIX, Pisa 1891; in fine della memoria, dove si riferiscono le misure fatte a *Pian grande* (montagna del Mugello, Toscana).

si vede dunque la grande diminuzione di raggi trasmessi nella atmosfera contenente pulviscolo.

Nella tavola seguente sono riportate alcune determinazioni ottenute nella sera dello stesso giorno:

Tavola II.

Catania, Villa Zuccaro; leggero vento di Est: tensione del vapore acqueo $12^{mm},4$.

Numero di ordine	a	Q	ε	
9	28°20′	0,007 60	2,064	Il disco del sole appare rossastro: può fissarsi direttamente, senza rimanerne abbagliati.
10	30°40′	0,009 00	1,927	

Nella tavola seguente sono scritte le determinazioni fatte la mattina del 23 Luglio.

Tavola III.

Catania, Villa Zuccaro; quasi calma di vento; tensione del vapore acqueo $10^{mm},6$; cielo senza nubi; il sole manda una luce meno intensa del solito; il disco apparisce chiaro:

Numero di ordine	a	Q	ε	
11	14°30′	0,00502	3,681	
12	16°40′	0,00671	3,275	
13	19° 0′	0,00758	2,926	
14	26° 0′	0,00857	2,225	

Compariamo i valori di Q registrati nelle tre tavole precedenti, con quelli ottenuti in un' altra giornata perfettamente se-

rena, e con l'atmosfera priva di cenere vulcanica; perchè il confronto possa rigorosamente stabilirsi, occorre scegliere osservazioni fatte con la stessa altezza di sole, con la stessa tensione del vapore acqueo nell'atmosfera, e con la terra ugualmente distante dal sole [1]).

Per ciò, sceglieremo la mattina del 3 Agosto 1892, in cui il cielo era perfettamente sereno, l'atmosfera priva di cenere vulcanica, e la tensione del vapore acqueo molto prossima a quella delle giornate, a cui si riferiscono le tavole I a III.

Tavola IV.

Catania, Villa Zuccaro, 3 Agosto 1892; cielo perfettamente sereno; non cade cenere; tensione del vapore acqueo durante la misura 11 millimetri.

a	Q	ε	log C	
8°50′	0,00953	5,376	8,490	
11°10′	0,0108	4,533	8,493	
13°20′	0,0118	3,942	8,495	$\log C = \log Q + 0{,}700 \log \varepsilon$
15°40′	0,0131	3,451	8,494	
18°20′	0,0146	3,018	8,500	
23°50′	0,0168	2,401	8,492	
27°10′	0,0182	2,141	8,493	
30°50′	0,0196	1,918	8,490	

Come si vede, dalla ultima colonna di questa tavola, i valori di Q soddisfano abbastanza bene alla formula di già altra volta da noi proposta [1])

$$Q\,\varepsilon^n = C$$

$$\text{con } n = 0{,}700 \text{ e } C = 0{,}03147$$

1) Se fosse altrimenti, occorrerebbe moltiplicare i valori di Q pel quadrato del raggio vettore, onde renderli confrontabili.

1) Bartoli e Stracciati; Formula relativa all'assorbimento delle radiazioni solari attraverso l'atmosfera; *Atti dell'Accademia Gioenia*; Catania 1892; *Nuovo Cimento*, Pisa 1892; *Bullettino mensuale di Moncalieri*, Serie III, Vol. XII, Num. 4.

Col mezzo di questa formula abbiamo calcolato i valori di Q' corrispondenti ai valori di Q trovati nelle giornate di caligine per cenere vulcanica, del 25 e del 23 Luglio 1892:

Nella tavola seguente sono messi in confronto i valori corrispondenti di Q e di Q' e si è pur calcolato il rapporto Q : Q'.

Tavola V.

GIORNO	Numero di ordine	a	Q	Q'	$\frac{Q}{Q'}$	
Mattina del 25 Luglio 1892	1	12° 0'	0,003 45	0,0114	0,30	
»	2	14°20'	0,005 94	0,0126	0,47	
»	3	16°40'	0,007 19	0,0137	0,52	
»	4	19° 0'	0,008 49	0,0148	0,57	$\log Q' = 8,498 - 0,700 \log \varepsilon$
»	5	21°10'	0,009 38	0,0158	0,59	
»	6	25°50'	0,010 91	0,0179	0,61	
»	7	28°20'	0,013 36	0,0190	0,70	
»	8	30°40'	0,014 09	0,0199	0,70	
Sera del 25 Luglio 1892	9	28°20'	0,007 60	0,0190	0.40	
	10	30°40'	0,009 00	0,0199	0,45	
Mattina del 23 Luglio 1892	11	14°30'	0,005 02	0,0126	0,40	
	12	16°40'	0,006 71	0,0137	0,49	
»	13	19° 0'	0,007 58	0,0148	0,51	
»	14	26° 0'	0,008 57	0,0180	0,47	

Si vede di qui chiaramente come sia forte la perdita di radiazioni solari, per parte della cenere vulcanica sospesa nell'aria,

quantunque l'atmosfera fosse perfettamente sgombra di nubi e tacesse il vento, e il disco solare apparisse poco meno brillante del solito [1]).

Gabinetto di Fisica dell' Università di Pavia, Agosto 1894.

SUI SISTEMI NODALI DELLE ONDE ELETTRICHE OTTENUTE COL METODO DI LECHER

Ricerche sperimentali di DOMENICO MAZZOTTO.

(Sunto di tre memorie, con qualche aggiunta, fatto dall' Autore [2])).

L'apparato di Lecher da me usato è abbozzato in calce alla fig. 1ª. I fili provenienti dal rocchetto terminano alle sferette fra cui scocca la *scintilla eccitatrice* e che sono congiunte. col mezzo di asticine di ottone, ad una delle estremità dei *fili primarî* (diam. 1 mm.), i quali, scorrendo paralleli alla distanza di 12 cm. terminano alle *lamine primarie* (40 $\times$ 40 cm.); dirimpetto a queste si trovano le *lamine secondarie*, ad esse uguali, dalle quali partono i *fili secondari* sul prolungamento dei primarî.

Nelle mie esperienze la lunghezza dei fili primarî variò da 4 cm. a 2286 cm., quella dei secondarî restò sempre vicina a 25 m. e la distanza delle lamine affacciate variò da 1 a 15 cm.

Cohn ed Heerwagen hanno dimostrato [3]) che se si colloca un filo trasversale p (*ponte*) che congiunga i fili secondarî ad una distanza, z, dalle lamine secondarie, il sistema compreso fra p e la scintilla costituisce un unico sistema vibrante avente due nodi in questi punti estremi, e la cui lunghezza d'onda com-

1) Non ho riferito le misure ottenute quando nubi di cenere vulcanica trasportata dal vento, velavano e cuoprivano intieramente il sole: tali resultamenti non offrirebbero alcuno interesse.

2) Mazzotto. *Atti Acc. delle Scienze di Torino*, Vol. XXVIII, pag. 417, 1893. — Vol. XXIX, pag. 22, e pag. 535, 1894.

3) Cohn ed Heerwagen. *Wied. Ann.* Vol. XLIII, pag. 368, 1891.

pleta. λ, nel caso del loro apparecchio in cui la lunghezza x dei fili primarî era piccola, era data dalla formula

$$\text{A)} \qquad 4\pi C \lg_e \frac{b}{a} = \frac{\lambda}{\operatorname{tg} \frac{2\pi(z+x)}{\lambda}} .$$

nella quale sono rappresentati con C la capacità elettrostatica del condensatore costituito da due delle lamine affacciate, con b la distanza e con a il raggio dei fili.

Il Salvioni [1]) applicando la teoria svolta da Cohn ed Heerwagen al caso di fili primarî di lunghezza qualunque pervenne alla formula più generale

$$\text{B)} \qquad 8\pi C \lg_e \frac{b}{a} = \lambda \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi(z-x)}{\lambda}}{\operatorname{tg} \frac{\pi(z+x)}{\lambda}}$$

Il Salvioni ha ricavato questa formula nell'ipotesi che i potenziali delle lamine affacciate dei condensatori avessero segni opposti; vedremo in seguito come sia necessario considerare anche il caso in cui essi abbiano il medesimo segno, ed in tale ipotesi il calcolo del Salvioni conduce alla formula

$$\text{C)} \qquad 8\pi C \lg_e \frac{b}{a} = \lambda \frac{\operatorname{cotg}^2 \frac{\pi(z-x)}{\lambda} - 1}{\operatorname{cotg} \frac{\pi(z+x)}{\lambda}}$$

la quale si può ottenere dalla B) sostituendo a z il valore $z + \lambda/2$.

Il tratto di fili secondarî che si trova al di là del ponte p può considerarsi, rispetto alle oscillazioni elettriche, come un'asta vibrante fissa al punto p rispetto a quelle elastiche, ed avente fissa o libera l'altra estremità a seconda che i fili sono congiunti o disgiunti alla fine; nel primo caso si avrà all'estremità dei fili

1) Salvioni. *Atti R. Acc. dei Lincei*, Serie V, Vol. I, pag. 208, 1892.

un nodo di vibrazione e nel secondo un ventre, ed i numeri delle vibrazioni possibili staranno: nel primo caso come i numeri naturali, nel secondo come i numeri dispari.

Quando il ponte *p* ha certe determinate posizioni, il periodo di vibrazione del circuito che lo precede corrisponde ad uno di quelli che può dare il circuito che lo segue, ed allora, per risonanza, i tratti di fili che seguono il ponte sono sede di fenomeni elettrici che hanno il loro massimo nei ventri ed il minimo nei nodi di vibrazione; i nodi che esistessero al di là del 1° ponte si riconoscono perchè collocando in essi un 2° ponte esso non altera la vibrazione nei tratti di filo che lo seguono. Per riconoscere le posizioni da darsi ad un ponte perchè la risonanza abbia luogo nel modo più perfetto, si colloca un apparato, che dirò *esploratore* presso un ventre di vibrazione (p. es. al termine dei fili se sono disgiunti) e la posizione cercata sarà raggiunta quando l'esploratore darà indicazioni di intensità massima.

Grande è la varietà di esploratori usati dai varî esperimentatori; io ne usai uno semplicissimo costituito da due pezzi di filo metallico le cui estremità da una parte terminano in punta e sono tenute a breve distanza l'una dall'altra, e dall'altra sono congiunte a due spirali metalliche che si avvolgono attorno a due tubetti di gomma entro i quali passano i fili secondarî; avvicinando le estremità delle dita alle punte dei fili, si veggono nell'oscurità delle scintille che raggiungono il massimo di intensità al momento in cui la risonanza è più perfetta.

Chiamerò *sistema nodale* il complesso delle onde stazionarie che si hanno lungo i fili quando vi è risonanza; la lunghezza della semionda del sistema sarà data dalla distanza fra due nodi consecutivi presi lungo i fili, oppure, se i fili sono disgiunti alla fine, dal doppio della distanza dell'ultimo nodo dal termine di essi. I vari nodi di uno stesso sistema li chiamerò *nodi corrispondenti.*

La determinazione di tutti i sistemi nodali che si possono avere da un apparato di Lecher è un'operazione lunga e minuziosa, in causa specialmente del grandissimo numero di massimi che si osservano all'esploratore facendo scorrere il ponte lungo i fili secondari e della necessità di distinguere quali di essi sieno prodotti dal passaggio del ponte sopra nodi corrispondenti. Que-

sta determinazione si deve poi ripetere ogni qualvolta si muti la lunghezza dei fili secondarî e farla separatamente pei fili congiunti e disgiunti alla fine, anche lasciando intatte le altre parti dell' apparato.

Studiando tale argomento venni a scoprire una costruziono grafica molto semplice col mezzo della quale si può, in base a poche esperienze eseguite coll'apparato, determinare tutti i sistemi nodali che da esso si possono ottenere lasciando le estremità dei secondarî tanto disgiunte che congiunte e dando ad essi una lunghezza qualunque, che non superi però, quella usata in dette esperienze.

Questa costruzione si fonda in complesso su questo principio: determinate che si abbiano per tutte le posizioni del primo ponte tutte le possibili lunghezze d' onda, se si rappresentano graficamente tutte le posizioni dei nodi e dei ventri che ne derivano, non si avrà, per risolvere il problema, che da ricercare i sistemi che danno al termine dei fili: un nodo se sono congiunti alla fine, un ventre se sono disgiunti.

La costruzione in discorso si basa su quella di certe linee che chiamo *linee nodali* perchè servono a dare le posizioni dei nodi dei sistemi che si ricercano. Le osservazioni da farsi per costruirle sono le seguenti:

Si colloca un 1° ponte presso le lamine secondarie ed un 2° ponte all'estremità libera dei fili secondarî, e, mantenendo l'esploratore a metà circa della distanza fra i due ponti, si fa scorrere (col mezzo di una funicella continua) il 1° ponte verso il 2° fino a che si abbia risonanza senza che fra i due ponti vi sieno nodi intermedi; quest' ultima condizione si riconosce facendo scorrere fra i due ponti l'esploratore il quale cesserebbe di dare scintille quando si trovasse nei nodi intermedi, od anche facendo semplicemente scorrere le dita lungo i fili i quali presentano così una liminosità che cessa nei nodi.

Chiamiamo z_1, z_2 le posizioni rispettive dei due ponti, lette su di una scala parallella ai fili che abbia il suo zero sulle lamine secondarie, ed opportunamente corrette per tener calcolo del tragitto delle onde attraverso i ponti; il sistema che sta fra la scintilla ed il primo ponte avrà per lunghezza d' onda il doppio della distanza fra i due ponti cioè

$$\lambda = 2\,(z_2 - z_1)$$

Per rappresentare graficamente il punto z_1 prendo

$$x = z_1 \qquad y = z_1 + K\,\lambda/2 \tag{1}$$

essendo K un numero intero arbitrario, per cui si ha

$$\lambda = \frac{2}{K}(y - x) \ .$$

Si ha così un primo punto della linea nodale che diremo N_1. Per averne un'altro, si sposta il 2° ponte verso le lamine; allora il sistema di fili che termina al 2° ponte vibra come se il rimanente filo non esistesse; per ristabilire in esso la risonanza, bisogna spostare il 1° ponte nello stesso verso in cui si è spostato il 2°, ed ottenutala, si hanno due nuovi valori di z_1 e z_2 ed il punto z_1 si rappresenta nel modo anzi detto; si continua così fino a che il punto z_1 sia giunto a toccare le lamine, e congiungendo i punti z_1 così ottenuti, si ottiene la linea nodale N_1 (vedi Tav. II.) la quale serve quindi a dare per ogni posizione del 1° ponte, data dalle sue ascisse, la lunghezza d'onda *massima* che può dare il sistema.

Ottenuta così la linea nodale N_1 si ottiene la N_2 aggiungendo $\lambda/2$ a tutte le sue ascisse e lasciando intatte le ordinate; la N_3 aggiungendo $\lambda/2$ alle ascisse della N_2 e così via in modo che l'ascissa z_n della linea nodale N_n sarà:

$$x = z_n = z_1 + (n - 1)\,\lambda/2$$

e per la seconda della (1) sarà

$$x = y - K\,\lambda/2 + (n - 1)\,\lambda/2 = y + (n - K - 1)\,\lambda/2$$

la quale può servire a calcolare la lunghezza d'onda corrispondente ai punti di qualsiasi linea nodale; però i valori di $\lambda/2$ si possono avere più semplicemente misurando, parallelamente all'asse delle ascisse, la distanza fra due linee nodali consecutive.

Osserviamo che se è $n = K + 1$ si ha

$$x = y$$

quindi la linea nodale il cui N.° d'ord. è $K + 1$ ha le ascisse uguali alle ordinate; essa è quindi una retta a 45° passante per l'origine.

Nelle figure 1 e 2 tale linea nodale è la N_2, nella fig. 3 è la N_5 e nella fig. 4 è la N_7, essendosi rispettivamente presi per K i valori 1, 4, 6.

Le linee nodali così costruite si arrestano al punto avente per ordinate quello dell'intersezione della N_1 coll'asse delle ordinate (p. es. nella fig. 1 all'ordinata $y = 5{,}80$); per prolungarle al di sotto di quel punto si devono fare delle altre esperienze.

Partendo dalla posizione dei due ponti nell'ultima esperienza eseguita precedentemente, quando cioè il 1° ponte era presso alle lamine, si trasportano i due ponti di circa una mezza onda verso l'estremità libera dei fili e, lasciando fisso il 2° ponte, si determina, come prima, la posizione esatta da darsi al 1° perchè si abbia di nuovo risonanza senza nodi intermedi; le posizioni corrette dei due ponti daranno così un punto della linea nodale N_2 ed uno della N_3; si sposta in seguito successivamente il 2° ponte verso le lamine e si determinano allo stesso modo altri punti delle stesse linee nodali che si rappresentano nel modo sopra indicato e si continua, se è possibile, finchè il 1° ponte venga nuovamente a toccare le lamine. La linea N_2 viene allora ad intersecare essa pure l'asse delle ordinate (Vedi fig. 3).

Analogamente si ottengono i punti delle linee nodali al di sotto di questo punto di intersezione trasportando cioè, come prima, i ponti di circa una mezza onda verso le estremità libere dei fili e continuando il processo indicato fino a che è possibile. L'impossibilità di proseguire ha luogo quando la lunghezza d'onda che è andata sempre diminuendo, si è ridotta così piccola che non si hanno più all'esploratore scintille visibili.

Spesso occorre prolungare le linee nodali al di sopra del limite ottenuto colla precedente costruzione, limite determinato dalla lunghezza dei fili secondarî, poichè la maggior lunghezza d'onda che si può con essi determinare nel modo sopra detto è quella avente un nodo al termine dei fili secondarî e l'altro il più vicino possibile alle lamine.

Si possono però avere dal sistema, senza allungare i fili secondarî, delle lunghezze d'onda maggiori, considerando cioè i sistemi aventi al termine dei fili un ventre invece che un nodo. Per determinarli, si colloca l'esploratore al termine dei fili, mantenuti disgiunti, ed usando un solo ponte, si determina il punto più

prossimo alle lamine in cui questo deve trovarsi perchè si abbia risonanza senza nodi intermedi; il valore di λ è allora dato dal quadruplo della distanza, corretta, fra il ponte ed il termine dei fili. Si ha così, dalle (1), un nuovo punto delle linee nodali e si determinano gli altri operando in egual modo dopo aver tagliato una certa lunghezza dei fili secondarî. Si continua in tal modo fino a che i nuovi punti raggiungono i tratti di linee nodali ottenuti precedentemente.

Costruite così le linee nodali si costruiscono le linee ventrali (tratteggiate nella fig. 1) le quali bisecano le distanze, prese parallelamente all' asse delle ascisse, fra due linee nodali consecutive.

Eseguita questa costruzione, la quale rappresenta in un quadro tutte le possibili posizioni dei nodi e ventri corrispondenti, se si vogliono avere tutti i sistemi nodali ottenibili dall'apparecchio quando la lunghezza dei fili secondarî sia l, basta tirare la retta $x = l$ (nella figura 1, per dare un esempio, si è preso $l = 20$ m.) e dai punti di intersezione di essa colle linee ventrali o nodali tirare tante rette parallele all'asse delle x; queste intersecano le linee ventrali e nodali nei punti in cui si trovano i ventri ed i nodi dei sistemi ricercati: ed in particolare, quelli di questi sistemi che sono dati dall' intersezione della retta $x = l$ colle linee ventrali (indicati nella fig. 1 con rette tratteggiate) sono quelli che si otterrebbero coi fili disgiunti alla fine, e quelli dati dalla sua intersezione colle linee nodali (indicati con rette continue), sono quelli che si otterrebbero coi fili congiunti alla fine, avendo i primi un ventre, i secondi un nodo, al termine dei fili.

Ho verificato che con tal metodo si ottengono realmente i sistemi nodali cercati, tanto eseguendo esperienze dirette, quanto applicandolo alle esperienze di altri autori (Lecher e Salvioni). Il Salvioni per es. eseguì [1]) delle determinazioni di onde stazionarie con apparati di Lecher che non differivano che per la lunghezza dei fili secondarî, io applicai quindi ad esse il mio metodo di costruzione prendendo i dati delle esperienze fatte coi fili secondarî di lunghezza massima, e tracciando poscia la linea

1) Salvioni. *Nuovo Cimento*, Tomo 35, pag. 155 (1894).

$x = l$ ottenni senz'altro le onde stazionarie ottenute dal Salvioni con fili di lunghezza minore.

Se si trasportano successivamente di $\lambda/2$ verso l'asse delle ordinate le singole linee nodali, si ottengono, nella regione delle x negative delle curve (punteggiate nelle figure) in prolungamento delle linee nodali e che chiamerò *parti virtuali* delle linee nodali, per distinguerle dalle loro *parti reali* che si trovano nella regione delle x positive; siccome poi, per le convenzioni fatte, da qualsiasi punto di una di queste linee nodali si può ottenere la corrispondente lunghezza d'onda, così, data una qualsivoglia *linea nodale completa*, costituita cioè dalla parte reale e dalla virtuale, si può costruire tutte le altre, e dedurne quindi tutti i sistemi nodali possibili col dato apparecchio. Ne risulta che, per ogni dato apparecchio basterà dare una delle linee nodali complete che con esso si ottengono, per individuare tutti i sistemi nodali ottenibili con esso per qualsiasi lunghezza dei fili secondarî. In quanto segue la linea nodale a ciò prescelta sarà la N_1 quella cioè che rappresenta colla sua parte reale le lunghezze d'onda massime ottenibili col dato apparecchio, e la chiamerò *linea nodale principale*.

Si osservi che le vibrazioni che si ottengono quando i fili primarî hanno una data lunghezza x ed il ponte si trova ad una distanza z dalle lamine secondarie, sono le stesse che si avrebbero se i valori di queste due quantità si invertissero, e perciò dai diagrammi relativi ad un apparecchio con un certo valore di x si otterranno dei punti delle linee nodali corrispondenti all'apparecchio stesso avente i fili primari di altra lunghezza z, essendo questi punti dati dell'intersezione delle linee nodali del primo con una retta distante z dell'ascisse delle ordinate.

Se si costruiranno quindi i diagrammi per apparecchi aventi fili primarî di lunghezze differenti non troppo discoste fra loro, si potranno dedurne quelli valevoli per apparecchi con fili primarî di qualsiasi lunghezza intermedia.

Per studiare le variazioni di forma che subisce la linea nodale principale col variare degli elementi dell'apparecchio, eseguii una serie di esperienze in cui la distanza delle lamine variò da

1 a 15 cm. e la lunghezza dei fili primarî da 4 cm. a 2286 cm. ottenendo 26 differenti linee nodali N_1.

Nelle figure di questo sunto ho riprodotto solo le linee nodali ottenute colle lamine distanti 5 cm. Nella fig. 2. proseguendo da destra verso sinistra, si incontrano successivamente le linee nodali N_1 ottenute con fili primarii, di 4. 15. 32. 62. 122. 242 cm. (quivi l'origine è spostata di una divisione da una linea nodale alla successiva); nelle fig. 3 e 4 si hanno le linee nodali N_1 ottenute con fili primarî di 943 e 2286 cm. insieme alle corrispondenti linee nodali N_2 N_3 etc.

Se osserviamo i prolungamenti virtuali di queste linee nodali si nota il fatto caratteristico che le loro ascisse negative presentano dei massimi e dei minimi che danno ad esse un aspetto serpeggiante; le posizioni di questi massimi e minimi si deduce con la seguente regola semplicissima. Si tracci (vedi fig. 3 e 4) una retta R R' parallela all'asse delle ordinate ad una distanza dall'origine uguale alla lunghezza dei fili primarî; *le intersezioni di questa retta colle linee nodali d' ordine pari hanno le stesse ordinate dei massimi, e le sue intersezioni colle linee nodali d'ordine dispari* (tranne naturalmente quelle colla N_1) *hanno le stesse ordinate dei minimi.* Le ordinate del massimo che presentano le linee nodali della fig. 2 sono date, in armonia colla regola suddetta, dalle intersezioni delle rette suddette parallele all'asse delle ordinate colla retta a 45° che in quella figura rappresenta la linea nodale pari N_2, e quindi le loro ordinate sono rispettivamente uguali alla lunghezza dei fili primarî.

Si noti che, se non esistessero i condensatori, i nodi delle vibrazioni che hanno luogo fra le lamine secondarie e la scintilla sarebbero precisamente nei punti indicati dalle linee nodali virtuali delle figure 1. 3. 4. ed in particolare, l'ultimo nodo verso l'eccitatore, sarebbe nei punti rappresentati dalla linea nodale N_0 (rappresentata solo nella figura 1); invece nel caso pratico quel nodo risiede sulla scintilla eccitatrice e quindi ad una distanza costante dall' asse delle ordinate uguale alle lunghezze dei fili primarî; se quindi si sottrae dall'ascissa negativa dei varî punti della N_0 quest'ultima lunghezza, si ha una differenza che indica di quanto si dovrebbe spostare il nodo N_0 se i condensatori non esistessero, cioè una quantità che si può chiamare

lunghezza del filo corrispondente ai condensatori. Tale quantità viene data graficamente dalla distanza dei punti della N_0 da quelli della $M M'$ parallela all'asse delle ordinate ed avente un ascissa negativa uguale alla lunghezza dei fili primarî, e presenterà dei massimi e dei minimi in corrispondenza a quelli delle linee nodali N_0 N_1 etc.; coordinando questo fatto colla regola sopra esposta si riconosce che *la lunghezza del filo corrispondente ai condensatori è massima, quando sui fili secondari, ad una distanza dai condensatori uguale alla lunghezza dei fili primari, si trova un nodo d' ordine pari, minima, quando, si trova un nodo d'ordine dispari.* Nell'uno e nell'altro caso i nodi fra i fili primarii e secondarii sono perciò simmetricamente disposti rispetto al condensatore ed i diagrammi dimostrano che, nel caso dei minimi, un nodo è presso le lamine secondarie, il condensatore si trova adunque allora in un nodo di vibrazione; nel caso dei massimi le lamine del condensatore si trovano equidistanti dai due nodi ad esse contigui e quindi esse figurano di trovarsi in un ventre di vibrazione.

Naturalmente si è venuto con ciò ad ammettere che quando i sistemi hanno una lunghezza d' onda minore dei fili primarii, anche in questi compajono dei nodi intermedi. La presenza dei nodi sui fili primarii, che non può dimostrarsi col metodo del ponte, poichè questo metterebbe in corto circuito l'intervallo della scintilla, fu dal Salvioni [1]) ingegnosamente dimostrata facendo scorrere un piccolo condensatore lungo i fili primarî, il quale non altera la lunghezza d' onda del sistema quando si trovi nei punti nodali.

Se nelle fig. 1, 2, 3, 4 si tira una retta qualunque parallela all'asse delle ordinate nella regione delle x positive, le intersezioni di questa colle varie linee nodali danno le varie lunghezze d'onda che si possono avere collocando un ponte ad una distanza delle lamine uguale all' ascissa di quella retta; se fra i detti punti di intersezione e l' asse delle ordinate non si trova altra linea nodale vuol dire che non vi sono nodi intermedi fra il ponte e le lamine. Tracciando detta retta a distanza non grande

1) Salvioni. Ultima memoria cit. pag. 179.

dall'asse delle ordinate, si riconosce che, col primo nodo o ponte in posizione fissa e senza nodi intermedi fra esso e le lamine, si possono avere più lunghezze d'onda differenti, il cui numero va aumentando coll'aumentare della lunghezza dei fili primarî: col 1° ponte alla distanza di 5 m. dalle lamine se ne hanno p. es. due, nei diagrammi delle fig. 1 e 2; quattro, in quelli della fig. 3 e sette in quelli della fig. 4. Qui naturalmente parlo solo delle lunghezze d'onda da me rilevate, siccome però col metodo da me usato non potei rilevare lunghezze d'onda inferiori a 4 m. circa, così è probabile che, per ogni data posizione del ponte, si possa avere una serie, forse anche infinita, di lunghezze d'onda differenti minori di quel valore.

Queste differenti lunghezze d'onda che si hanno col ponte nella stessa posizione, presentano nei diagrammi, fra la linea nodale N_1 ed il ponte, un numero d'internodi che stanno come i numeri naturali, però i loro numeri di vibrazione non hanno fra di loro questi rapporti, poichè in tal caso la linea nodale N_1 sarebbe una retta parallela all'asse delle ordinate; si osservi però nelle fig. 3 e 4 che i massimi della linea nodale N_1 sono tangenti ad una retta TT', parallela all'asse delle ordinate, perciò, quando il ponte si trova nei punti corrispondenti ai massimi, le varie vibrazioni sono armonici nel senso acustico e precisamente armonici dispari.

Mettiamo ora a confronto coi risultati esperimentali le formule teoriche già ricordate.

La verificazione dalle formule si farà in base a questi metodi:

I. sostituendo nelle formule teoriche i valori di λ e z che si deducono punto per punto dalle linee nodali e calcolando col mezzo di esse il valore della capacità C del condensatore da confrontarsi poi colla sua capacità reale:

II. determinando col mezzo delle formule per ogni valore di z il corrispondente valore di λ e costruendo poscia con questi dati le linee nodali da confrontarsi colle esperimentali.

Il primo metodo, che è il più semplice, ha l'inconveniente di prendere per termine di confronto della validità della formula il valore della capacità C che non ha sempre un egual peso sul valore di λ; il secondo metodo, che sarebbe il più diretto, pre-

senta la difficoltà della soluzione delle equazioni rispetto a λ, la quale, si può bensì eseguire graficamente, ma col mezzo di un calcolo assai laborioso, specialmente quando, essendo i fili primarî lunghi, vi è la possibilità che si presentino in questi dei nodi intermedî.

Applicando il primo metodo alle esperienze descritte nella mia prima memoria, nelle quali i fili primarî variarono da 4 a 242 cm. di lunghezza ed i condensatori, avendo le lamine a distanza di

1 2 5 15 cm.

presentavano rispettivamente le capacità elettrostatiche, calcolate colla formula Kirchhoff:

139,4 74,02 33,81 14,92

trovai, applicando la formula (B) alle parti reali delle linee nodali N_1, per C i valori medii:

182,1 87,6 42,4 23,6

Questi valori, messi a confronto coi precedenti, farebbero credere che la formula fosse applicabile solo con una approssimazione molto grossolana; per dare però un' idea più esatta dei limiti della sua validità applicai alle dette esperienze anche il II metodo di verifica, costruendo col calcolo, per tutti i 24 casi considerati, le linee nodali N_1.

Nella fig. 2 sono segnate con linee tratteggiate sei delle linee nodali così ottenute, presso le corrispondenti ottenute colla esperienza, e si vede che le prime sono tutte spostate nello stesso senso rispetto alle seconde ma che ne seguono l'andamento abbastanza da vicino per poter conchiudere che la formula rappresenti con sufficiente fedeltà l' andamento del fenomeno e le variazioni che esso subisce col variare le costanti dell'apparecchio. In generale si può dire che le lunghezze d' onda esperimentali siano, per uguali valori di z, del 10 % superiori a quelle calcolate.

La validità incondizionata delle formule si limita però solo alla porzione reale della linea nodale N_1 poichè i tratti di linee che stanno al disotto del punto in cui le N_1 intersecano l' asse

delle ordinate sono costituite da porzioni per le quali le formule sono soddisfatte e da porzioni per le quali non lo sono.

Siccome tali porzioni si trovano su di una curva continua è impossibile fissare con precisione i punti in cui incomincia o termina la validità delle formule, tuttavia ho riconosciuto che una regola che serve a determinare con sufficiente precisione tali limiti di validità è la seguente:

Le formule sono valide quando non vi è alcun nodo occultato fra le lamine dei condensatori, intendendosi che un nodo resti *occultato* fra le lamine dei condensatori dal punto in cui esso scompare dai fili secondari a quello in cui il nodo stesso ricompare sui fili primarî nel successivo accorciamento dell'onda che avviene col continuo avvicinamento dei ponti verso le lamine. I punti di occultazione si rilevano direttamente dai diagrammi essendo i punti in cui le linee nodali intersecano l'asse delle ordinate, e quelli di emersione si riconoscono confrontando la lunghezza d'onda colle parti aliquote della lunghezza dei fili secondarî; ed infatti, detta x questa lunghezza, quando $\lambda/2 = x$ il nodo N_1 deve comparire sui fili secondarî; quando $\lambda/2 = \frac{x}{2}$ comparirà in essi il nodo N_2; quando $\lambda/2 = \frac{x}{3}$ comparirà N_3 e così via.

Graficamente, se si trasporta la linea nodale N_1 nel verso positivo di una lunghezza uguale a quella dei fili primarî, le intersezioni della linea N'_1 (tratteggiata nelle fig. 3 e 4) che così si ottiene colle successive linee nodali dà i punti di esse cui corrispondono le emersioni dei nodi, giacchè evidentemente, in quei punti di intersezione la lunghezza della semionda ha appunto per valore una parte aliquota della lunghezza dei fili primarî. Secondo la regola suddetta le formule potranno ritenersi valide solo per le porzioni di linee nodali che stanno fra la linea N'_1 e l'asse delle ordinate [1]). Dalle fig. 3ª e 4ª si vede, che secondo questa regola, la formula è valida per la linea nodale (reale) N_1 e per porzioni delle altre che vanno rendendosi successivamente sempre più piccole fino a non esser più riconoscibili.

1) Di questa regola grafica non è fatto cenno nelle mie memorie originali.

La validità della regola indicata si riconosce completamente col I° metodo di verifica, perchè i valori di C calcolati coi valori di z e λ esperimentali diventano, entro i limiti indicati, incompatibili coi reali, infiniti o negativi, ed in parte anche col II metodo poichè, quando le lunghezze d'onda diventano inferiori ad un certo limite, variabile nei singoli casi, le linee nodali calcolate si arrestano bruscamente (vedi figura 2 ove il punto d'arresto è segnato con punta di freccia) giacchè le linee che servire dovrebbero a dare le soluzioni grafiche delle equazioni non si intersecano più. Ne risulta che i sistemi nodali aventi lunghezza d'onda inferiore a questo limite non soddisfano alle formule teoriche, e siccome, data la lunghezza dei fili secondarî è pure determinata la lunghezza d'onda massima che questi possono accogliere, che è uguale al quadruplo dei fili secondarî. così può darsi che, se quest'ultima è inferiore a detto limite, nessuno dei sistemi nodali esperimentali soddisfaccia alle formule teoriche.

In queste e nelle successive verificazioni è a notarsi che delle due formule teoriche la B) si deve applicare quando il primo nodo appartiene ad una linea nodale d'ordine dispari e la C) quando appartiene ad una d'ordine pari; infatti, all'atto che un nodo attraversa le lamine secondarie cambia in queste il segno dei potenziali rispetto a quello delle lamine affacciate, e siccome quando il I° nodo appartiene alla linea N_1 vale la formula B) che suppone quei potenziali di segno opposto, così quando il I° nodo apparterrà alla N_2 dovrà applicarsi la formula C) che suppone quei potenziali di egual segno, e quando esso apparterrà alla N_3 si applicherà di nuovo la B) e così via.

Nei diagrammi della fig. 2 il nodo N_1, dopo occultatosi, non ricompare più perchè la lunghezza dei fili primarî è troppo piccola perchè si possa avere $\lambda/2 = x$, ed appunto la formula non è valevole che fino presso il punto di intersezione della N_1 coll'asse delle ordinate.

Nelle esperienze relative alle figure 3 e 4 i fili primari sono lunghi a sufficienza perchè uno o più nodi intermedi possano comparire in essi e quindi si hanno, in base alla regola enunciata, distinti i tratti in cui le formule si applicano e quelli in cui non si applicano, come risulta dalle tabelle date per disteso nella 3ª mia memoria.

Così nel caso della fig. 3 si trova, applicando il 1° metodo di verifica, che i valori di C calcolati coi punti della linea nodale N_1 fino all'ordinata 110, punto in cui il nodo N_1 si occulta fra le lamine, sono poco discosti dal valore reale della capacità dei condensatori, ma che i valori di C calcolati coi punti della successiva linea nodale N_2 ed aventi ordinate inferiori a 110 non sono più paragonabili coi primi e non ridiventano paragonabili con essi che quando l'ordinata è vicina a 35 che è precisamente il punto in cui la lunghezza della semionda diventa 948 cioè uguale alla lunghezza dei fili primari, nel qual punto quindi il nodo N_1 esce dalle lamine comparendo sui fili primari. La validità della formula cessa poi nuovamente verso l'ordinata 24, punto in cui si occulta il nodo N_2, per riapparire all'ordinata 10 nel qual punto $\lambda/2 = 474$ diventa uguale alla metà dei fili primarî, permettendo così l'uscita in essi del nodo N_2, per cessare nuovamente all'occultarsi del nodo N_3 e riapparire all'uscire di esso sui primari etc. etc.

La verifica della regola fatta sulle linee nodali della fig. 4 riesca ancora più completa della precedente. Avendo in questo caso i fili primari la lunghezza $x = 2286$ e le sue parti aliquote essendo $\frac{x}{2} = 1143$; $\frac{x}{3} = 762$; $\frac{x}{4} = 571$; $\frac{x}{5} = 457$ etc. si trova, in armonia colla regola suddetta, che i valori di C calcolati colle formule diventano compatibili col loro valore reale solo presso i punti in cui i valori di $\lambda/2$ diventano rispettivamente uguali a 2286 ed alle sue parti aliquote, cioè quando i nodi N_1 N_2 N_3 etc. compaiono sui fili primari, e cessano dall'esserlo nei punti in cui il nodo successivo all'ultimo comparso sui fili primari scompare alla sua volta dai fili secondari.

Noterò che se nelle fig. 3 e 4 si osservano sulle linee nodali esperimentali i tratti pei quali le formule sono valide e quelli pei quali non lo sono, si riconosce che la validità ha luogo per quei tratti cui corrispondono sulla linea nodale completa N_1 i minimi spostamenti dell'asse delle ordinate, e la non validità per quelli che corrispondono ai massimi, da cui risulta che, se si costruiscono col mezzo delle formule le linee nodali N_1 nei tratti in cui la loro costruzione è possibile, questi riuscirebbero

prossimi alle N_1 esperimentali nei punti in cui esse presentano i detti minimi.

Qui non sarà superfluo osservare che se nei diagrammi riportati si tirano, nella regione delle x negative delle rette M M' (v. fig. 1, 3, 4) parallele all'asse delle ordinate ad una distanza da esso uguale alla lunghezza dei fili primarî, queste dividono la porzione virtuale della N_1 in parti, le une comprese fra dette rette e l'asse delle ordinate, le quali racchiudono i tratti pei quali le formule sono valide, e le altre fuori dalla regione compresa fra quelle rette, costituite per intero da tratti pei quali le formule non valgono.

Se ora ci riferiamo alla fig. 1, in cui oltre alla retta M M' è tracciata la linea nodale N_0 di cui sopra si parlò, si riconosce che pei punti della N_1 compresi fra le M M' e l'asse delle ordinate la lunghezza del filo corrispondente ai condensatori è minore della semionda e per gli altri è maggiore, per cui si può anche dire che *le formule non sono applicabili che quando la lunghezza del filo corrispondente al condensatore ha un valore alquanto inferiore alla semionda.*

Il legame fra questa regola e quello dato più sopra si vede considerando che se la lunghezza del filo corrispondente ai condensatori supera la lunghezza della semionda un nodo deve di necessità mancare lungo i fili.

Si è sopra riconosciuto che ad una stessa posizione del 1° nodo sui fili secondarî corrispondono due o più vibrazioni di differente lunghezza d'onda; la differenza fra coteste vibrazioni consiste nell'avere un numero differente di nodi sui fili secondarî, od, a parità di questi, dall'avere o no uno dei nodi occultati fra le lamine; inoltre si è veduto che le formule teoriche valgono quando non vi è alcun nodo occultato, per cui se, in qualunque caso, si considera il sistema vibrante compreso fra i due nodi più vicini alle lamine, l'uno sui fili primarî l'altro sui fili secondarî, si vede che esso ha due differenti periodi di vibrazione l'uno dei quali soddisfa alle formule teoriche e l'altro non le soddisfa. In quest'ultimo caso fra i sopradetti nodi ve ne ha uno occultato fra le lamine, e probabilmente le formule in tal caso non valgono perchè il campo elettrostatico compreso fra

i condensatori non soddisfa alle condizioni presupposte da Cohn ed Heerwagen nello svolgimento della loro teoria.

Il Salvioni, nella memoria ultima citata, essendosi proposto di determinare a priori col mezzo della sua formula B) i sistemi di onde stazionarie che si possono ottenere da un apparato di Lecher le cui condizioni geometriche sieno note, trovò che la massima parte dei sistemi ottenuti esperimentalmente corrispondevano ad altrettanti dedotti dalla formula teorica; alcuni pochi dei primi però non li potè dedurre teoricamente, ed emette l'opinione che ciò sia dovuto al non essere in quei casi all'unisono l'onda primitiva con quella di risonanza. Le ricerche sopradescritte fanno invece ritenere che questi ultimi casi, insieme a molti altri che le ricerche del Salvioni non hanno rivelato, appartegano a sistemi che cadono entro i limiti di invalidità delle formule da me sopra fissati.

Riassumendo, risulta dalle mie esperienze che:

Da un piccol numero di determinazioni eseguite con un apparato di Lecher in cui sia fissa la distanza delle lamine e la lunghezza dei fili primarî si hanno i dati per costruire una curva detta *linea nodale principale*, dalla quale si può con semplicissimi calcoli o costruzioni grafiche di altre linee nodali secondarie, dedurre tutte le lunghezze d'onda possibili nelle varie posizioni assunte dai ponti lungo i fili secondarî, nonchè tutti i sistemi di onde stazionarie che si possono stabilire sui fili secondarî variando come si vuole la loro lunghezza (purchè non superi quella usata nelle esperienze) ed usandoli tanto uniti che disgiunti alle loro estremità libere:

Costruendo le linee nodali per apparecchi aventi condensatori fissi e fili primarî di lunghezze differenti, (opportunamente scelte) si possono dedurre quelli valevoli quando i fili primarî hanno qualsiasi lunghezza intermedia:

La linea nodale principale consta di due parti: di una *reale*, che giace nella regione delle x positive e da essa si deducono le lunghezze d'onda massime che si possono avere nelle varie posizioni del ponte, e di una *virtuale*, che giace nella regione delle x negative, dalla quale si deducono le lunghezze d'onda successivamente minori a quelle:

La parte reale di detta linea nodale va regolarmente e continuamente allontanandosi dall' asse delle ordinate, mentre la sua parte virtuale presenta un decorso serpeggiante, cioè con degli spostamenti massimi e minimi dall'asse delle ordinate:

Questi spostamenti massimi e minimi corrispondono al massimo e minimo effetto del condensatore sull' allungamento dell' onda, ed hanno luogo quando i nodi sui fili primari e secondari sono simmetricamente disposti dalle due parti del condensatore, od in altre parole, quando uno dei nodi dei fili secondari si trova ad una distanza dalle lamine uguale alla lunghezza dei fili primari; se questo nodo è di ordine pari (contando i nodi a partire da quello che è sulla linea nodale fondamentale) si hanno i massimi, se è di ordine dispari i minimi:

I minimi hanno luogo quando uno dei nodi cade presso le lamine del condensatore ed i massimi quando un nodo sta attraversando (almeno apparentemente) l' intervallo d'aria compreso fra le lamine, nel qual caso esso non è più riconoscibile e perciò si dice che allora è *occultato* fra le lamine del condensatore:

Ad una stessa posizione di un nodo, o ponte, sui fili secondari corrispondono parecchie (e forse infinite) vibrazioni di lunghezze d'onda diverse, le quali differiscono fisicamente fra loro pel numero dei nodi intermedi lungo i fili primari e secondari ed, a parità di questi, dall'essere o no uno dei nodi intermedi occultato fra lamine del condensatore; di queste vibrazioni non sono in rapporto semplice fra loro che quelle che corrispondono ai massimi della linea nodale principale:

Se si considera il sistema vibrante compreso fra il primo nodo sui fili primari ed il primo sui secondari, si trova che esso ha due periodi di vibrazione ben distinti; l' uno, che soddisfa alle formule teoriche, ed ha luogo quando i detti nodi sono realmente due nodi consecutivi, e l' altro che non le soddisfa ed ha luogo quando fra i detti nodi se ne trovi uno occultato fra le lamine del condensatore, ed in conseguenza, i sistemi d' onda rappresentati dai vari punti delle linee nodali soddisfanno solo in parte alle formule teoriche:

Le porzioni di linee nodali che soddisfanno alle formule teoriche sono quelle comprese fra l' asse delle ordinate e la linea

nodale principale spostata nel verso delle ascisse crescenti di una lunghezza uguale a quella dei fili primarî:

Le linee nodali principali costruite col mezzo delle formule teoriche riproducono con sufficiente fedeltà la parte reale delle esperimentali, ma in corrispondenza alla parte virtuale di queste non si hanno dalle formule che dei tratti in prossimità ai minimi, separati da interruzioni in corrispondenza ai massimi. Le formule quindi non valgono che per le vibrazioni rappresentate dalla detta parte reale e dalle porzioni della virtuale che sono in prossimità ai minimi.

I limiti di validità delle formule si possono anche tracciare dicendo che queste non sono applicabili quando la lunghezza del filo corrispondente ai condensatori supera, uguaglia od è prossimo a raggiungere la lunghezza della semionda.

In una appendice alle mie memorie ho dimostrato:

I. Che dalle forme assunte dalle linee nodali da me determinate si possono dedurre le leggi trovate da Ebert e Wiedemann [1]) sugli spostamenti che subiscono i nodi delle onde stazionarie dell'apparato di Lecher col variare della capacità dei condensatori e delle lunghezze dei fili primari, e che, essendo in quei tratti le linee nodali in armonia colle formule teoriche, si dovea ammettere che le dette leggi fossero comprese in queste formule.

II. Che l'eguaglianza degli internodi dei sistemi nodali ottenibili coll'apparato di Lecher, sulla quale si fonda il mio metodo delle linee nodali e che, secondo alcune esperienze dei detti autori (ivi) poteva esser messa in dubbio, sussiste anche quando questi internodi sono molto numerosi (fino a 10 nelle mie esperienze) dovendosi attribuire le differenze da essi riscontrate alle perturbazioni delle lunghezze d'onda causate dall'uso dei ponti.

Sassari, Istituto Fisico della R. Università — Agosto 1894.

1) Ebert e Wiedemann, *Wied. Ann.* Vol. 48, pag. 549 (1893).

FISICA TERRESTRE

Osservazioni sismiche per G. VICENTINI.

Dopo il cenno dato a pagina 40 del presente volume, sulle indicazioni del microsismografo del prof. Vicentini, crediamo interessante presentare, nelle tavole III e IV, alcuni altri diagrammi, illustrati dal Vicentini negli *Atti della R. Acc. dei Fisiocritici* di Siena.

Le figure 4 e 5, mostrano la forma dei tracciati del microsismografo, in seguito a rapide oscillazioni del suolo, provocate da terremoti deboli, avvenuti nelle vicinanze di Siena, e quindi in luoghi poco distanti da quello ove funziona l'apparecchio. Per i particolari è necessario consultare le comunicazioni originali.

Nelle fig. 6 e 7, vediamo invece la forma molto diversa delle segnature lasciate dall'apparecchio, in occasione dei forti terremoti (molto lontani) della Grecia. In esse si possono scorgere le varie fasi del movimento ondulatorio, come pure la successione delle onde lentissime, che attraversano il suolo, dopo i forti scuotimenti.

Senza prendere in esame la fig. 8, che dà un diagramma lasciato da un secondo microsismografo, è interessante soffermarsi sul bellissimo diagramma ottenuto dall'apparecchio registratore, in corrispondenza al disastroso terremoto di Costantinopoli. Causa uno strappo esistente nel nastro di carta affumicata, dell'apparecchio, fu necessario uno spostamento, durante il lungo movimento sismico. Ciò però non toglie, che tutto il movimento sia stato registrato completamente, in modo da far meravigliare per la grande sua durata e per il modo col quale le ondulazioni sismiche, assai lente, sono andate gradatamente smorzandosi.

A. Petrozzani.

RIVISTA

Journal de Physique, Agosto e Settembre 1894.

G. Meslin. *Sulla costituzione delle onde parageniche di diffrazione, frangie dei reticoli paralleli* (pp. 337-352). — Questo lavoro fa seguito ad un altro sulle frangie rigorosamente acromatiche (cfr. *N. Cim.* 35, p. 291). Le frangie bianche e nere allora descritte, osservate in maggior vicinanza del reticolo divengono ancora più fini, e mentre le righe nere continuano a restare oscure, di due di quelle bianche consecutive una si colora in violetto, l'altra in giallo; e si presentano colorazioni alquanto più complesse, ma sempre periodiche, avvicinandosi di più al reticolo. La teoria già esposta dall'A. non spiega nè questi fenomeni, nè altre difficoltà che si presentano; e ciò perchè le onde parageniche hanno una costituzione diversa da quelle ordinarie. Ora l'A. studia queste nuove frangie, e ne indica alcune applicazioni.

H. Le Chatelier. *I principi fondamentali dell' energetica, e loro applicazione ai fenomeni chimici* (pp. 352-371). — In questa importante Memoria, cominciata a pubblicarsi nel precedente fascicolo di luglio, l'A. si propone di esporre le leggi fondamentali dei fenomeni naturali (calorifici, elettrici, chimici, meccanici) insistendo sulle loro analogie, facendo a meno della nozione d'energia, e quindi di ogni ipotesi, e servendosi invece del concetto di potenza motrice, verso il quale Carnot aveva fatto convergere la nuova scienza del calore.

Per potenza motrice l' A. intende quello che ordinariamente si chiama Forza (S. Robert), Power of working (Tait), Available energie (Maxwell), Freie Energie (Helmholtz); e dopo avere indicato gli scambi che di essi sono possibili, si trattiene sulle tre leggi fondamentali dell' energetica, che sono quelle della conservazione della potenza motrice e della sua capacità, e della conservazione dell' energia, fondando ciascuna su fatti esperimentali solamente.

Dopo aver dimostrato che anche i fenomeni chimici possono sviluppare della potenza motrice, e che in certe condizioni essi possono effettuarsi in modo reversibile, l'A. estende ai medesimi le leggi fondamentali sopra dette; estensione che forma l' oggetto principale di questa Memoria.

E. BOUTY. *Capacità dell' elettrometro capillare* (pp. 371-376). — L'A. suppone che dopo aver portato le due masse di mercurio di un elettrometro Lippmann a una differenza di potenziale e si riconduca con la pressione il mercurio allo zero del micrometro; che si separi poi l'elettrometro dalla pila di carica e gli si somministri una quantità dQ di elettricità senza farne variare la pressione: si ricerca quale sarà la variazione della differenza di potenziale, o, in altri termini, quale sarà in quelle condizioni, la capacità C dell' apparecchio.

L'A. dimostra che si ha:

$$C = K\left(\frac{dA}{de}\right)^2 - S\frac{d^2A}{de^2},$$

ove A è la tensione superficiale, S la superficie di contatto, e K una costante dipendente dall' apparecchio; e ha trovato, con opportune esperienze, che per valori di e vicini a zero la capacità C si riduce quasi al primo termine della formola suddetta, e che decresce al crescere di e. Per es. uno degli apparecchi usati, la capacità (prendendo per unità il valore relativo ad $e = 0$) ha variato da 0,879 a 0,061 per variazioni di e da 0,02 a 0,6 daniell.

Per fornire all'elettrometro quantità conosciute di elettricità, l' A. ha adoperato o la scarica di un condensatore, o il quarzo piezoelettrico del Curie.

P. CURIE. *Sulla simmetria nei fenomeni fisici, simmetria di un campo magnetico* (pp. 393-415). — Poichè nessun fenomeno fisico può prodursi senza che esista una qualche dissimmetria, l' A. osserva che sarebbe molto conveniente servirsi anche nella Fisica delle nozioni di simmetria, che tanto servizio prestano nello studio dei cristalli.

Per ciò egli espone i principii fondamentali della simmetria in un mezzo limitato, partendo dal principio che un sistema possiederà una certa simmetria se dopo averlo definito con 3 assi ortogonali e certi dati analitici, sarà possibile definirlo coi medesimi dati analitici anche rispetto ad altri assi ortogonali. L' operazione per la quale si passa da un primo sistema a un secondo è detta operazione di ricoprimento, e poichè lo stabilire tutti i tipi di simmetria possibile in un sistema limitato, equivale a trovar quelli di simmetria attorno a un punto, l'A. indica quali sono i gruppi delle operazioni di ricoprimento che posson farsi attorno al centro di figura del sistema. Un gruppo di elementi di simmetria è detto poi un sottogruppo di un gruppo più elevato, quando tutte le operazioni di ricoprimento del primo gruppo fanno parte delle operazioni di ricoprimento del secondo.

E passando a trattare della dissimmetria caratteristica dei fenomeni fisici, l'A. enuncia le seguenti proposizioni:

« La simmetria caratteristica di un fenomeno è la simmetria massima compatibile con l'esistenza del fenomeno. »

« Un fenomeno può esistere in un mezzo che possiede la sua simmetria caratteristica, o quella d'uno dei sottogruppi della sua simmetria caratteristica » o cioè, com'è stato detto in principio, certi elementi di simmetria posson coesistere con certi fenomeni, ma non sono necessari; quello che è necessario alla produzione di un fenomeno è che certi elementi di simmetria non esistano.

Questa osservazione, che in molti casi può risparmiare ricerche di fenomeni irrealizzabili, mostra tutta l'importanza di questa Memoria.

P. CURIE. *Sulla possibilità dell' esistenza della conduttività magnetica e del magnetismo libero* (pp. 415-417). — Pensando al parallelismo completo fra i fenomeni elettrici e quelli magnetici, l'A. si domanda se è assurdo supporre che esistano corpi conduttori del magnetismo, correnti magnetiche e magnetismo libero; e trova che fenomeni di questo genere non sarebbero in contradizione nè coi principii dell' energetica, nè con le condizioni di simmetria sopra studiate.

Una corrente magnetica dovrebbe svolgere calore, avrebbe la simmetria del campo che la produce, e creerebbe un campo elettrico come una corrente elettrica crea un campo magnetico, e con le stesse leggi.

Un corpo carico di magnetismo libero avrebbe una dissimmetria enantiomorfa, cioè non sovrapponibile alla sua immagine per riflessione; due sfere con cariche uguali ed opposte sarebbero simmetriche l'una rispetto all'altra.

Le correnti magnetiche e le cariche di magnetismo libero non sono dunque assurde: tuttavia sarebbe temerario voler concludere che debbono esistere; è certo però che se esistono, debbono sodisfare alle condizioni che resultano dalla simmetria sopra detta.

A. STEFANINI.

Wied. Ann. Vol. 53, N. 9, 1894.

W. HALLWACHS. *Sulla refrazione della luce e sulla densità delle soluzioni diluite* (pp. 1-13). — Scopo di questo lavoro è stato di ricercare in qual modo il notevole aumento della differenza della refrazione fra il solvente e la soluzione, già notato precedentemente (cfr. *N. Cim.* 35, pag. 41), dipenda dall' andamento

della densità al crescere della diluizione. I resultati ottenuti mostrano infatti che le variazioni di densità rispecchiano quella della costituzione molecolare, mentre non influenzano in modo sensibile il poter rifrangente.

F. KOHLRAUSCH e W. HALLWACHS. *Sulla densità delle soluzioni acquose diluite* (pp. 14-42). — Per lo studio di cui è fatto segno più sopra, l'Hallwachs aveva bisogno di conoscere la densità delle soluzioni a meno di un milionesimo; e ne fece la determinazione insieme col Kohlrausch. Ora gli A. rendono conto del metodo seguito, e delle cure necessarie per poter raggiungere una tale precisione.

W. VOIGT. *Osservazioni sulla tenacità nelle deformazioni omogenee* (pp. 43-56). — Poichè non è possibile, come lo hanno mostrato delle precedenti osservazioni sul salgemma, di determinare le condizioni della tenacità nelle deformazioni non uniformi, l'A. si limita a studiare il problema nel caso fondamentale di una deformazione omogenea.

Egli trova che pei prismi di salgemma (studiati alla pressione ordinaria o in recipienti a pressione di 60 atmosfere) che si dilatano uniformemente, nè il valore della dilatazione, nè la tensione normale alla superficie di rottura, che si ha nell'interno del prisma, servono a determinare la tenacità; perciò ha intrapreso delle ricerche su altre sostanze.

W. NERNST. *Sulla variazione dell'energia libera che si ha nel mescolare soluzioni concentrate* (pp. 57-68). — Dallo studio delle forze elettromotrici di elementi a cloruro di zinco di concentrazione diversa, e da quello della tensione del vapore e del calore di diluizione di miscugli di H_2SO_4 e H_2O, l'A. conclude che la quantità di calore svolta nel miscuglio di due soluzioni concentrate, ma di concentrazione diversa, è uguale al lavoro massimo che si può avere con quel miscuglio: o in altre parole che la variazione dell'energia libera è uguale a quella dell'energia totale.

P. DRUDE. *Sulla polarizzazione ellittica della luce riflessa dai corpi trasparenti* (pp. 69-76). — L'A. replica alle osservazioni fatte dal Volkmann e dallo Schmidt contro la conclusione cui giunse nello studio della luce riflessa dai cristalli, e che cioè la polarizzazione ellittica che si osserva nel fascio riflesso sia dovuta all'azione di strati superficiali, la cui natura ottica sia diversa da quella della porzione interna.

H. RUOSS. *Sul significato delle linee di forza e della superficie di livello nell'ottica* (pp. 77-84). — Poichè tanto la intensità della illuminazione quanto quella delle forze elettriche sono inversamente proporzionali al quadrato delle distanze, ne resulta che ai

problemi di elettrostatica possono farsi corrispondere problemi sulla illuminazione quando alle masse elettriche si sostituiscano sorgenti luminose. L' A. studia quei problemi che si riferiscono alla ricerca delle superficie prive d'ombra e dalle superficie d' illuminazione massima. Così ai tubi di forza, cioè alle superficie formate da linee di forza, corrispondono superficie prive d' ombra; e quelle superficie di livello che sono illuminate solamente da una parte, sono anche superficie di illuminazione massima.

L. Graetz e L. Fomm *Sul movimento dei corpi dielettrici in un campo elettrostatico omogeneo* (pp. 85-94). — Ammettendo che fra le particelle di un dielettrico non si abbiano azioni scambievoli, dalla teoria di Poisson resulta che una sfera o un ellissoide di sostanza dielettrica posti in un campo omogeneo non devono risentire alcuna azione, nè traslatoria nè rotatoria. Ammettendo invece che vi sieno azioni scambievoli fra le particelle, come suppone il Thomson, la conclusione anzidetta non è più valida. Il manifestarsi o no di una rotazione, è dunque un criterio per riconoscere l'esistenza di quelle azioni scambievoli.

Ora, gli A. sospendendo un piccolo disco, o una sbarretta, di solfo o di paraffina, fra le armature di un grande condensatore di Kohlrausch in modo che il piano del disco o l'asse della sbarretta fossero inclinati di 45° sulle linee di forza, hanno potuto costatare che tal rotazione ha luogo, e così l' esperienza contradice l' ipotesi di Poisson.

Caricando il condensatore con il potenziale oscillante dovuto alla scarica di una bottiglia, e misurando la differenza di potenziale per mezzo della distanza esplosiva, gli A. hanno riconosciuto che la deviazione del dielettrico è proporzionale al quadrato della differenza di potenziale; così un apparecchio costruito su questo principio, potrebbe servire benissimo da voltametro per correnti alternate.

Gli A. terminano facendo osservare che il fenomeno anzidetto non può dipendere da mancanze di omogeneità del campo a motivo della rapidità delle oscillazioni elettriche; perchè si presenta anche quando la carica del condensatore è statica, e quando le oscillazioni non sono più di 60 al secondo; e che neppure può dipendere nè da isteresi, nè da conduttività, nè da struttura cristallina; e concludono che è una proprietà dei corpi dielettrici omogenei, quella di ruotare in un campo elettrostatico omogeneo, e che perciò fra le particelle coibenti del dielettrico debbono esercitarsi delle azioni scambievoli.

L. Arons. *Sulla costante dielettrica dei sali solidi e sull' indice di refrazione di quelli fusi* (pp. 95-108). — Determinatovi dai

resultati ottenuti dal Bouty (*N. Cim.* 32, p. 267) l'A. ha misurato col metodo di Schiller la costante dielettrica dei nitrati di potassio e di sodio e del loro miscuglio in quantità equivalenti. Egli ha trovato che tal costante pel KNO_3 diminuisce notevolmente col tempo che decorre dal momento in cui il sale ha cominciato a solidificarsi. Così dal valore $\mu = 4$ dopo 16 ore, scende a $\mu = 2{,}90$ dopo 300 ore. Pel nitrato sodico, trovò $\mu = 5{,}32$, dopo 1 giorno, e $\mu = 5{,}18$ dopo 12 giorni; pel miscuglio $KNO_3 + NaNO_3$, si ebbe $\mu = 7{,}48$ dopo 12 ore, e $\mu = 5{,}53$ dopo 14 giorni e mezzo.

L'A. ritiene che tali cambiamenti sieno dovuti al passaggio del KNO_3 alla forma prismatica da quella di romboedro che assume in vicinanza del punto di fusione.

L'A. richiama anche le rapide variazioni della conduttività elettrica trovate dal Graetz pel KNO_3 fra 220 e 250°, e le variazioni della forza elettromotrice fra Pt e KNO_3 da esso stesso trovate quando questo sale solidifica; e termina col riferire le misure fatte sull'indice di refrazione dei nitrati di K, Na, Li, Ag, Tl, dei clorati di K e Na, dello solfo, della paraffina e della colofonia quando sono fusi, e confronta i valori ottenuti con quelli che si conoscono per quei medesimi corpi allo stato solido.

K. Screber. *Sulla teoria dell'elettrometro capillare* (pp. 109-134). — Scopo dell'A. è di ricercare la forma della curva che rappresenta la tensione superficiale in funzione della differenza di potenziale. Dapprima egli osserva che per la quantità ε di elettricità positiva che si trova sull'unità di superficie dell'elettrodo le misure che ha fatte sono ben rappresentate dalla formula

$$\varepsilon = A \phi e^{B\phi},$$

(che egli ottiene teoricamente) ove ϕ è la differenza di potenziale fra il mercurio e l'acido solforico, e A e B sono costanti. Per la tensione superficiale T, non potendo usare quella che darebbe l'integrazione, l'A. si limita a verificare la formula

$$\frac{1}{T}\frac{dT}{d\phi} + A\phi e^{B\phi} = 0$$

che trova assai ben concordante con le misure eseguite.

H. v. Helmholtz. *Conseguenze della teoria di Maxwell sui movimenti dell'etere puro* (pp. 135-143). — L'A. stabilisce le equazioni del moto dell'etere, partendo dall'ipotesi che esso abbia le proprietà di un fluido privo di attrito, incompressibile e senza inerzia. Con ciò le leggi stabilite dal Maxwell, e completate da

Hertz con l'introduzione esplicita delle componenti della velocità, divengono effettivamente capaci di dare una spiegazione completa delle leggi relative alle perturbazioni e ai moti che si manifestano nell'etere, talchè l'insieme delle leggi dell'elettrodinamica derivate dal principio dell'azione minima, formano un sistema completo di azioni e di reazioni, senza bisogno di altra aggiunta oltre l'ipotesi della incompressibilità.

H. HEBERT. *Sulle oscillazioni elettriche durevoli e sulle loro azioni* (pp. 144-161). — Di fronte alle lastre metalliche dell'eccitatore sono poste due altre lastre, che sono unite ai capi di una spirale di filo di rame. Sopra questa spirale ne è avvolta un'altra, i cui capi terminano con due lastre metalliche N_5, N_6 fra le quali si forma il campo utilizzato.

L'apparecchio è costruito in modo che tutte le lastre possano facilmente spostarsi, e occupa poco spazio. Regolando le capacità dei condensatori che esso contiene, si possono avere vibrazioni elettriche che si smorzano lentamente, tanto che si può ritenere che le vibrazioni dovute all' $n + 1^{esima}$, scintilla sien già prodotte, prima che siano spente quelle eccitate dalla n^{esima}.

Con questo apparecchio, che può essere eccitato da un rocchetto, da una dinamo a correnti alternate trasformate ad alta tensione, o meglio ancora da una piccola macchina ad influenza, si possono osservare i fenomeni delle scariche nei gas, introducendo i tubi di scarica, privi o no di elettrodi, fra le lastre N_5, N_6 o riunendoli meccanicamente con esse; e si può ottenere con molta facilità la luminosità dei gas occorrente per l'analisi spettrale. Anzi in questo modo si riconosce che a seconda che il gas riceve vibrazioni che sono più o meno adatte ad eccitarlo, le righe luminose del suo spettro divengono più o meno brillanti; e ciò può interessare anche l'astrofisica.

Con dei tubi contenenti sostanze fosforescenti, cioè i così detti colori luminosi, l'A. ha ottenuto con questo apparecchio una illuminazione assai intensa, senza aumentar sensibilmente la temperatura della sostanza fosforescente: si ha cioè con queste oscillazioni elettriche, il modo di ottenere la luce con una spesa di energia da 1500 a 2000 volte minore di quella occorrente con la lampada ad acetato di amile. Contro questo notevolissimo vantaggio si ha però l'inconveniente pratico di non poter adoprar questa specie di lampade *ad alta frequenza* altro che nell'immediata vicinanza del generatore elettrico.

L. ZEHNDER. *Misure coi raggi di forza elettrica (prisma e reticoli)* (pp. 162-177). — Con un prisma di asfalto di dimensioni assai minori di quelle usate da Hertz, l'A. ha ottenuto la rifra-

zione dei raggi elettrici, e con lunghezze d'onda di circa 70 cm. ha ottenuto un indice di refrazione uguale a 1,93.

Sul valore dell'indice esercita una notevole influenza la posizione di uno degli schermagli metallici usati; e anzi due soli schermagli vicini fra loro producono una sensibile refrazione dei raggi elettrici. Così l'A. è stato condotto ad adoprar dei *reticoli*, formati da piccole lastre metalliche vicine; e per mezzo di questi reticoli ha potuto fare, col metodo di Boltzmann, delle misure sulle lunghezze d'onda. L'A. trova che si ha una specie di spettro elettrico prodotto dai raggi riflessi dello specchio primario, che andrebbe da una lunghezza d'onda di 67,4 cm. a quella di 73,3 cm.

W. DONLE. *Ricerche per diminuire la lunghezza delle onde elettriche coi fili del Lecher* (pp. 178-198). — Per ottenere onde assai corte, in modo da potere usare anche in lezione la disposizione del Lecher, l'A. adopra l'eccitatore del Blondlot (*N. Cim.* 31, p. 269) con palline di alluminio; e servendosi della nota formula $T = 2\pi \sqrt{LC}$, egli indica la lunghezza dell'onda che si ha per apparecchi di varie dimensioni.

L'A. assomiglia la disposizione del Lecher a quella del Melde per la produzione delle onde trasversali nelle corde; ma per decidere se questo modo di vedere è preferibile a quello del Lecher, che ritiene che ogni porzione dei due fili compresa fra due ponti funzioni da risonatore, occorrerebbero delle esperienze dirette.

G. W. KAHLBAUM. *Pompa a mercurio automatica ad azione continua, del sistema Sprengel* (pp. 199-203). — L'A. descrive la costruzione e il funzionamento della sua pompa, già in uso da diversi anni, con la quale in 30 minuti si può raggiungere il vuoto di 0,000003 mm., in un recipiente di 400 cm^3. Essa è costruita da C. Kramer di Freiburg e da Lenoir e Forster di Vienna, pel prezzo di 220 marchi.

A. STEFANINI.

Philosophical Magazine

Vol. 38, Luglio (seguito) Agosto e Settembre 1894.

W. B. CROFT. *Alcune osservazioni sulla diffrazione* (pp. 70-81). — Sono illustrate diverse fotografie di fenomeni d'interferenza ottenuti usando fori ed oggetti di varie forme; ma non si può riassumere questa Nota senza la riproduzione delle belle tavole di cui è corredata.

L. BLEEKRODE. *Alcune esperienze coll' anidride carbonica solida* (pp. 81-89). — Per mezzo dei cilindri, dischi, etc. di anidride

solida, ottenuti con la compressione in stampi adattati, e che passano lentamente allo stato gasoso (un cilindro di 41 gr. v'impiega circa 5 ore), l'A. ha osservato che essi si elettrizzano negativamente per strofinio o anche per semplice contatto con un metallo, e che, come era già stato trovato da Wesendonk, producono elettricità durante la loro evaporazione.

Ponendo una sfera di ottone del diametro di 1 cm. su un disco di anidride solida fortemente compressa, e collocando il sistema sulla cassa di risonanza di un diapason do_4, si produce un suono assai intenso, che è dovuto alle oscillazioni del gas che si svolge più o meno abbondantemente nei punti ove il contatto col metallo è migliore, e che non può sfuggire se non vincendo una certa resistenza.

Ponendo del mercurio in una capsula fatta con anidride solida, dapprima si produce il suono anzidetto; se poi, quando le vibrazioni cessano, si vuota la capsula, si vedono le sue pareti coperte di bei cristalli di mercurio.

Finalmente con l'anidride solida si posson ripetere facilmente gli esperimenti del Dewar sulla proprietà che ha il vuoto, di impedire l'accesso del calore dal mezzo circostante ai liquidi che vi sono posti.

R. Threlfall e F. Martin. *Su un metodo approssimato per trovare le forze che agiscono nei circuiti magnetici* (pp. 89-110). — Da numerose esperienze gli A. hanno trovato che la trazione che si esercita fra sbarre magnetizzate separate da un intervallo d'aria dato, per una stessa intensità della magnetizzazione è la stessa frazione di quella che si ha quando le superfici polari sono a contatto, qualunque sia la forma dei poli. Colle tavole e con le curve contenute in questa Nota, è quindi facile trovare la forza che si esercita fra le superfici polari quando si conosce la loro distanza e le condizioni che determinano il campo magnetico.

O. Henrici. *Su un nuovo analizzatore armonico* (pp. 110-121).

A. Sharp. *Analizzatore armonico, che dà direttamente le letture dell'ampiezza e dell'epoca dei vari termini costituenti armonici semplici* (pp. 121-125).

Prof. Perry. *Osservazioni sulla Nota del prof. Henrici, e descrizione di una macchina semplice che dà lo sviluppo di una funzione arbitraria qualunque in serie di funzioni di qualunque forma normale* (pp. 125-131). — L'apparecchio descritto dal prof. Henrici è un integratore, e serve a trovare i coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier.

Quei coefficienti sono, com' è noto:

$$A_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y \cos n\,\theta d\theta \,; \; B_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} y \,\text{sen}\, n\,\theta d\theta \,;$$

ma l' Henrici, integrando per parti, trova

$$n\pi A_n = \Big[y \,\text{sen}\, n\,\theta\Big]_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi} \text{sen}\, n\theta\, dy \,,$$

e osserva che la parte integrata si annulla se la funzione data è continua, o si elimina con altri termini provenienti dall'integrale se è discontinua; talchè i coefficienti dello sviluppo si riducono ad esser dati da

$$nA_n = \frac{-1}{\pi}\int \text{sen}\, n\theta\, dy \,; \; nB_n = \frac{1}{\pi}\int \cos n\,\theta\, dy \,,$$

ove l' integrazione si fa rispetto ad y; e l' apparecchio è costruito per questo scopo.

L' apparecchio del Sharp dà direttamente e completamente i coefficienti del medesimo sviluppo in serie di Fourier.

Il prof. Perry, dopo aver parlato con molto favore dell'apparecchio dell' Henrici, ne descrive un altro, fondato sullo stesso principio dell' Henrici, che serve a valutare l' integrale

$$\int_0^a f(x) \,.\, Q(x)\, dx$$

ove $y = f(x)$ è una funzione arbitraria di x, $Q(x)$ è una funzione qualunque di cui sono calcolati i valori per mezzo di tavole; osservando, come ha fatto l' Henrici, che si ha

$$\int_0^a f(x) \,.\, Q(x)\, dx = \Big[f(x)\, H(x)\Big]_0^a - \int H(r)\, dy$$

ove $H(x)$ è l'integrale di $Q(x)$, che si può conoscere per mezzo dei valori di $Q(x)$.

Ma senza l' aiuto di disegni, non è possibile descrivere questi apparecchi.

F. L. O. Wadsworth. *Modificazione dello spettroscopio di Littrow* (pp. 137-142). — Un piccolo prisma rettangolo *a* riceve la luce da una fenditura, e la riflette su uno specchio concavo *b*, che funziona da collimatore. Da *b* il fascio luminoso è riflesso sul prisma *c*, dietro il quale sta uno specchio piano, che rimanda i raggi, a traverso il prisma, allo specchio *b*, dal quale finalmente sono fatti convergere nel fuoco di un oculare. I raggi incidenti sulla fenditura sono in tal modo quasi ad angolo retto con quelli riflessi ultimamente dallo specchio concavo; ciò che rappresenta una delle modificazioni; un' altra consiste nell' aver sostituito lo specchio concavo alla lente usata da Littrow.

L' A. descrive anche altre due lievi modificazioni di questo suo apparecchio.

J. Kerr. *Su una questione fondamentale di elettro-ottica* (pp. 144-146). — L' A. premette di aver avuto cognizione della Nota del Quincke (cfr. *N. Cimento*, 36 pag. 56); ma dice di non averne tenuto conto perchè non si riferiva precisamente alla questione di cui si occupava, volendo egli eliminare gli effetti delle perturbazioni puramente meccaniche sulla doppia refrazione. Così egli trovò che la tensione elettrica agisce solamente sulla vibrazione che è diretta lungo la linea di forza.

S. W. Stratton. *Nuovo apparato per la produzione di forti pressioni* (p. 160). — Molte delle difficoltà che si presentano nella misura di forti pressioni possono eliminarsi usando molte piccole colonne di mercurio riunite in serie per mezzo di un liquido meno denso. L' A. dice che questa disposizione gli sembra nuova; ma era stata già ideata da Amontons, per ridurre la lunghezza dei barometri. (cfr. *Poggendorf Geschichte der Physik*, pag. 501).

Vol. 38, Agosto 1894.

C. Chree. *Studio delle conseguenze fisiche dell' alterazione locale del materiale di sfere isotrope o di strati sferici sottoposti a pressioni superficiali uniformi* (pp. 161-182). — L' A. stabilisce delle relazioni lineari fra le pressioni che si esercitano su tre strati sferici concentrici, e fra i loro cambiamenti di volume.

J. Trowbridge. *Risonanza e interferenza elettrica* (pp. 182-188). — Invece del rocchetto di Ruhmkorff, l'A. per produrre le oscillazioni elettriche si è servito di una dinamo a correnti alternate da 120 V e 15 a 25 A, insieme a opportuni trasformatori per ottenere la differenza di potenziale necessaria.

Ordinariamente l'A. impiegava un eccitatore compreso fra due circuiti secondari del tutto distinti, e riceveva sopra una lastra fotografica le immagini delle tre scintille, dopo che si eran riflesse sopra uno specchio oscillante.

L' esame delle fotografie così ottenute mostra che una scintilla in una direzione unica (non oscillante) eccita sempre una scarica oscillante in un circuito secondario, se l'autoinduzione, la capacità e la resistenza di esso permettono un moto oscillatorio; in questo, le oscillazioni elettriche differiscono da quelle elastiche.

Il primo effetto della scintilla non oscillante del primario è di eccitare delle oscillazioni in ogni circuito secondario che gli sia vicino, come se questo non avesse capacità; poco dopo l'elettricità irrompe nei condensatori e comincia a oscillare, e l'intensità delle oscillazioni, dopo una o due vibrazioni, cresce fino a un massimo, e poi decresce; finalmente la rapidità delle oscillazioni assume uno stato stabile, ed è espressa dalla formula

$$t = 2\pi \sqrt{LC},$$

che non vale però per i primi istanti.

Anche con le oscillazioni elettriche così prodotte si possono ottenere i fenomeni d' interferenza ed i battimenti.

Se la scintilla dell'eccitatore diventa oscillante, le oscillazioni dell'eccitatore tendono a obbligare quelle del secondario a seguirle; e se non sono intense assai per ottener ciò, producono dei battimenti. Il secondario da cui sia tolta ogni capacità, si accorda col primario, di cui riproduce esattamente le più piccole perturbazioni.

Sembra che la sostituzione di un filo di ferro a un filo di rame determini un cambiamento nel periodo di oscillazione.

W. SUTHERLAND. *L' attrazione di molecole dissimili.* II. *La tensione superficiale di liquidi mescolati* (pp. 188-197). — Per determinare l' attrazione fra molecole dissimili, l' A. studia teoricamente e sperimentalmente la tensione superficiale nei miscugli, a determinare la quale concorrono le attrazioni delle molecole simili fra loro, e quelle fra le molecole dissimili.

G. H. BRYAN. *Sull' induzione elettromagnetica negli strati piani, cilindrici e sferici, e sulla sua rappresentazione per mezzo di una serie mobile d' immagini* (pp. 198-206). — L' A. deduce direttamente, dalle leggi dell' induzione elettromagnetica, le condizioni alla superficie di uno strato piano, cilindrico o sferico, di spessore sottile o uniforme, posto in un campo dovuto a poli magnetici mobili, o ad un polo d' intensità variabile.

W. RAMSAY. *Passaggio dell' idrogeno attraverso una lamina di palladio, e sulla pressione che produce* (pp. 206-218). — Sono esperienze fatte per misurare la quantità di idrogeno che passa attraverso il palladio, e la pressione osmotica che ne resulta.

M. P. RUDSKI. *Nota sulla rigidità della Terra* (pp. 218-224). — Il prof. Newcomb valutò la rigidità della terra per mezzo del periodo di 427 giorni osservato nelle variazioni della latitudine, e la trovò alquanto maggiore di quella dell'acciaio; l'A. per mezzo delle formule di Thomson e Tait ne ha fatto una determinazione più esatta.

Lord KELVIN e M. MACLEAN. *Sull' elettrizzazione dell' aria* (pp. 225-235). — Che l'aria può elettrizzarsi positivamente o negativamente è mostrato dal fatto che una sferula d'acqua elettrizzata può evaporare completamente nell' aria. Gli A. hanno ricercato se una quantità limitata d' aria, che non si rinnuova, può esser elettrizzata e se mantiene per qualche tempo l'elettrizzazione, tenendo conto della parte che nel fenomeno ha la presenza del pulviscolo.

Per questo, fu usata una campana metallica capovolta sopra un bacino di acqua; entro la campana, attraverso fori praticati in cilindri di paraffina, penetrava un conduttore unito ad una macchina elettrica, e un esploratore a goccia d' acqua unito a un elettrometro a quadranti.

Fu così trovato che l'aria si elettrizza, e che conserva più a lungo una carica positiva che una negativa. Facendo entrare nella campana dell'aria contenente del pulviscolo o del fumo, non fu trovata differenza alcuna nè quanto alla facilità con cui l'aria si elettrizza, nè quanto al tempo durante il quale l'aria resta elettrizzata.

Però se le goccie d' acqua cadono nell' aria polverosa, dopo 60 o 70 minuti l' elettrometro accusa un potenziale di 4 a 6 V; mentre ciò non accade nell' aria priva di polvere.

Gli A. trovano inoltre che l' aria elettrizzata negativamente al di sopra del suolo elettrizzato negativamente deve sollevarsi nelle regioni più alte dell' atmosfera, ove si ritiene che lo stato elettrico sia positivo.

Proff. LIVEING e DEWAR. *Nota preliminare sullo spettro della scarica elettrica nell'ossigeno, nell'aria e nell'azoto liquidi* (pp. 235-240). — Ritenendo che i caratteri degli spettri di emissione possano fornire indicazioni sulla natura dei corpi studiati, gli A. esaminarono lo spettro della scintilla, ottenuta con larghi elettrodi, che scoccava in quei gas a temperature fra 180 e 200° sotto lo zero; e dànno i valori delle striscie d'assorbimento e delle righe

luminose finora osservate facendo avvenire la scarica elettrica sia totalmente nel liquido, sia fra il liquido e il gas soprastante.

Lo spettro dell' aria liquida, alla pressione di un' atmosfera era simile a quello dell' ossigeno liquido; a pressioni minori si presentava anche lo spettro d' assorbimento dell' azoto.

Prof. BATTELLI. *Sulle proprietà termiche dei liquidi* (pp. 245-218). — Replicando alle osservazioni dei proff. Ramsay e Young (*N. Cim.* 35, pag. 154), l'A. comincia dal rilevare che non esiste l' una delle contradizioni fatte notare da essi fra i suoi lavori e quelli di altri sperimentatori; e quanto all' altra osserva che può dipendere dalla differenza del metodo adoperato, e perciò, fino a prova decisiva in contrario, egli deve ritenere esatti i proprii resultati.

Quanto alle obiezioni fatte sul modo di mantener costante la temperatura e di privare completamente d'aria i liquidi studiati, l' A. richiama le cure minuziose che prese in proposito, e rammenta che il calcolo delle sue esperienze mostra che l' aumento osservato di pressione non può essere attribuito a del gas che fosse eventualmente rimasto nell' apparecchio.

Vol. 38, Settembre 1894.

F. W. HILL. *Planimetro ad accetta* (pp. 265-269). — L' A. descrive l' uso di un planimetro formato da una punta e da una lamina convessa tagliata a scalpello, rigidamente connessi, e situati in uno stesso piano.

J. PERRY. *Azione di schermaglio magnetico di un cilindro cavo di ferro. Il caso più semplice* (pp. 270-281). — È considerato il caso di una corrente che percorre nell'andata e nel ritorno due fili posti ad una medesima distanza a dall' asse di un cilindro cavo di ferro, di raggio interno a_1 e in un suo piano diametrale; e l'A. dà i valori dei primi coefficienti dello sviluppo in serie del potenziale indotto per un punto qualunque. Limitandosi al primo, mentre senza l' azione del tubo in un punto P alla distanza r dall' asse e situato in un piano che fa l'angolo θ con quello dei conduttori, il potenziale sarebbe, per una corrente d'intensità C, dato da $4\,C\,a\,r^{-1}\,\text{sen}\,\theta$, quando vi è il tubo diviene $4\,C\,a\,\text{sen}\,\theta \mid r \left\{ 1 + {}^1/_2\,\mu t \mid a_1 \right\}$, ove t è lo spessore del tubo e μ la permeabilità magnetica del ferro.

S. SKINNER. *La pila di Clark in cireuito chiuso* (pp. 271-279). — Da molte esperienze fatte con diversi modelli di pila Clark,

l' A. ha trovato che in ciascuna pila la f. e. m. di polarizzazione varia in ragione diretta della densità della corrente, e che cresce lentamente quando la pila è tenuta chiusa a lungo.

Con una pila un po' grande, e con densità di 0,01 amp. per cm^2, la corrente resta sensibilmente costante.

B. Moore. *Su una relazione fra la tensione superficiale e la pressione osmotica delle soluzioni* (pp. 279-285). — Dalle considerazioni che fa l'A. sul miscuglio di due liquidi che comunichino per mezzo di un tubo estremamente sottile resulta che la pressione osmotica può ritenersi dovuta alla differenza di tensione superficiale fra i pori piccolissimi, di dimensioni dell' ordine del diametro di una molecola, che pongono la soluzione in contatto del suo solvente nei pori delle membrane semipermeabili, che separano i due liquidi.

Lord Rayleigh. *Sulla minima corrente che si può udire nel telefono* (pp. 285-295). — Le determinazioni fin qui conosciute dànno per quella corrente valori molto discordanti; da 6×10^{-13} a 1×10^{-8} amp.

Come già da altri era stato indicato, l' A. trova che tal corrente dipende dalla nota; e varia da 2800 a 4,4 centomilionesimi di ampere per note di 128 a 768 vibrazioni al secondo. Il minimo di 4,4 si ha per la nota di 640 vibr.

La sensibilità del telefono per correnti alternanti è trovata dall' A. prossimamente uguale a quella del galvanometro per correnti continue d' uguale intensità.

Lord Rayleigh. *Tentativo di una teoria quantitativa del telefono* (pp. 295-301). — L' A. comincia dal mostrare che la forza (espressa in dine) che si esercita per unità di superficie fra il nucleo di un telefono e la lamina di ferro, per un telefono di 1000 ohm di resistenza, di 2200 spire per cm., e della sezione di cm^2 0,3, si può porre uguale a $1,7 \times 10^6$ Γ, ove Γ è l' intensità della corrente in ampère; mentre da esperienze fatte sul peso che occorreva applicare alla lastra telefonica per ricondurla sempre alla posizione iniziale, trovò il valore $0,6 \times 10^6$ Γ, assai concordante con quello sopra indicato.

La pressione minima necessaria per produrre suoni sensibili è stata trovata sperimentalmente dall' A. uguale ad atmosfere $5,9 \times 10^{-9}$, per note di 256 vibr.; per le medesime note, la valutazione teorica che ne fa l'A. partendo dalla teoria dell'equilibrio darebbe, per il telefono, atmosfere $1,4 \times 10^{-8}$, e l'accordo sarebbe sufficiente; ma per note più alte il telefono si mostra più sensibile assai, onde allora tal teoria non è più applicabile.

E. C. C. Baly e W. Ramsay. *Esperienze sulle relazioni fra la pressione, il volume e la temperatura dei gas rarefatti* (pp. 301-327). — Gli A. cominciano con uno studio accurato del metodo di Mc Leod per misurare le basse pressioni, e riferiscono poi sopra numerose esperienze fatte per determinare il coefficiente di dilatazione dei gas a basse pressioni. I resultati ottenuti non sono completi; ma intanto gli A. hanno trovato, per es., che il coefficiente di dilatazione dell'ossigeno è $^1/_{262}$, invece di $^1/_{273}$; che cresce fino a $^1/_{233}$ alla pressione di mm. 1,4; che a 0,7 mm. è variabile, per ritornar costante al diminuire della pressione, ma con tendenza a crescere al diminuire della pressione. Per l'azoto, a pressioni fra 5 e 1 mm., il coefficiente di dilatazione è $^1/_{304}$, e diminuisce al diminuire della pressione, come fa quello dell'idrogeno.

A. Stefanini.

Fig. 1.

Fili primari 62 Cent.

Metri

Fig. 2.

Fili primari {Cent. 242, 122, 62, 32, 15

metri

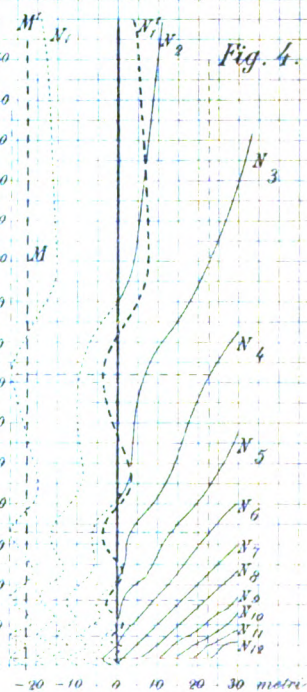
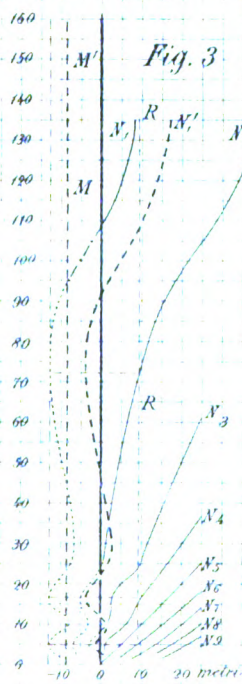
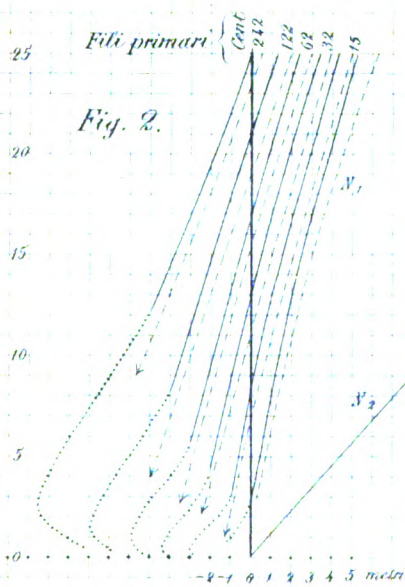
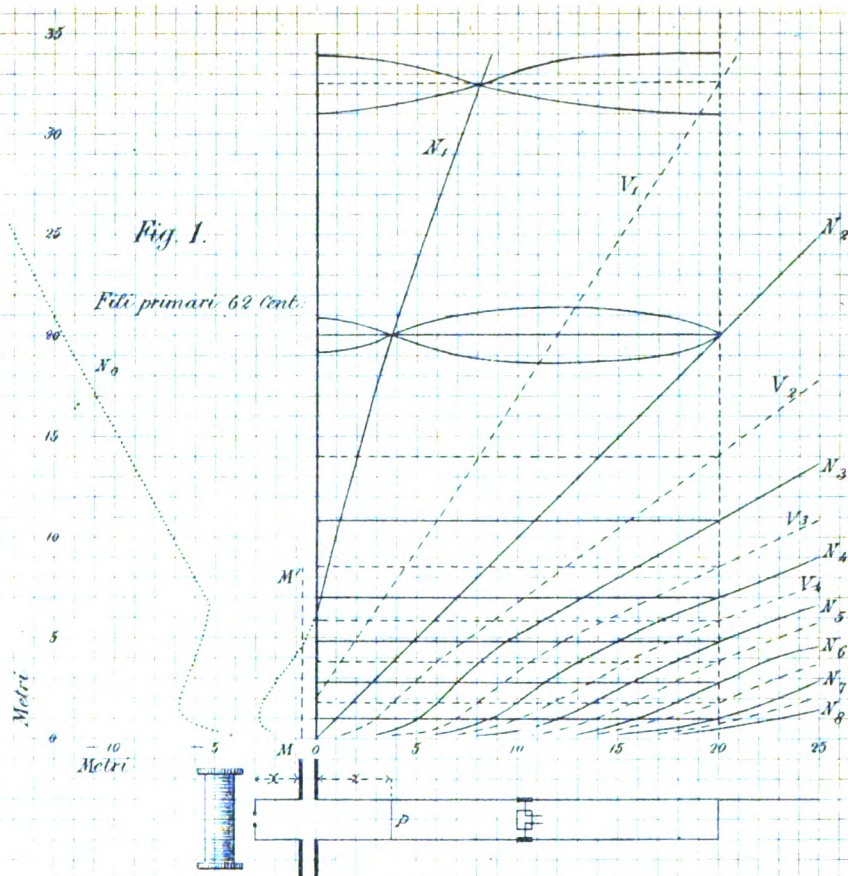
Fig. 3

Fili primari 945 cent.

Fig. 4.

Fili primari 2286 cent.

R. Lit. Gozani

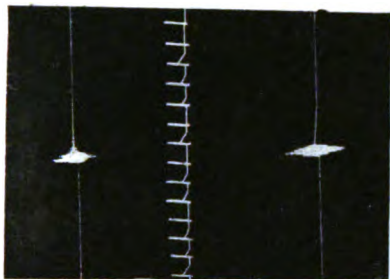



Fig. 4 Movimento sismico
15-V-94 Terr.º di Pomarance

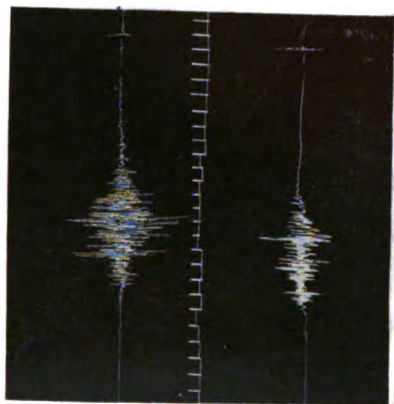



Fig. 7 Movimento 27-IV-94
Terr.º della Grecia

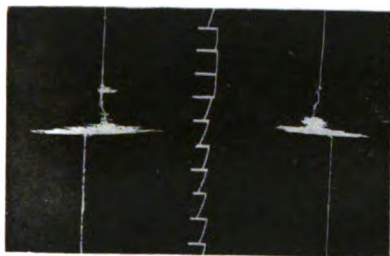



Fig. 5 Movimento 20-V-94
Terr.º di Castel Fiorentino ec.

Fig. 8 Movimento sismico
del giorno 12-VI-94

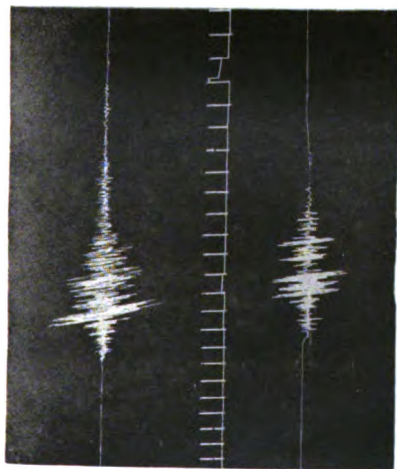



Fig. 6 Movimento 20-IV-94
Terr.º della Grecia

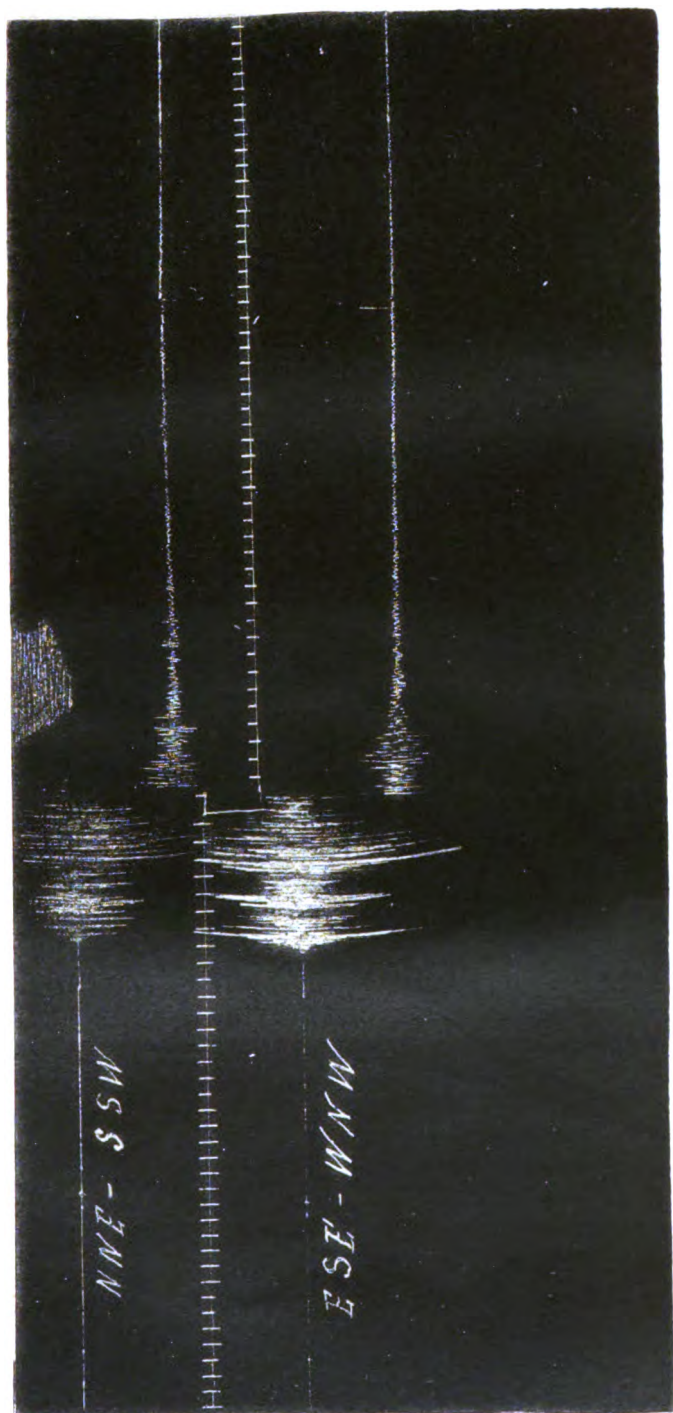



Fig. 9. Movimento sismico corrispondente al terremoto di Costantinopoli 10-VII-94

Stab. foto litog. Sordo Muti. Siena

STUDIO DEGLI INTEGRALI DEL SOMIGLIANA RELATIVI ALL' ELASTICITÀ [1]

Nota del Dott. GIUSEPPE LAURICELLA.

Le formole del SOMIGLIANA, integrali delle equazioni dell'equilibrio dei corpi elastici isotropi, si compongono, analogamente alla nota formola di GREEN, di integrali di spazio e di integrali di superficie. Gli integrali di spazio sono: [2]

$$(1) \qquad \int_S \Sigma \rho X u_i \, dS, \qquad (i = 1, 2, 3)$$

quelli di superficie:

$$(2) \qquad \int_\sigma \Sigma X_\sigma \, u_i \, d\sigma \qquad (i = 1, 2, 3)$$

$$(3) \qquad \int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(i)} \, u \, d\sigma . \qquad (i = 1, 2, 3).$$

Gli integrali (1), come dimostrai in una Nota di questo Giornale (*Sull'equilibrio dei corpi elastici isotropi.* vol. XXXIV, anno 1893), sono legati tra di loro da una relazione analoga a quella del POISSON; gli integrali (2), come qui dimostrerò, godono di proprietà analoghe a quelle delle funzioni potenziali di superficie, e gli integrali (3) di proprietà analoghe a quelle dei doppi strati.

1. Per principiare dallo studio degli integrali (2), osserviamo anzitutto che si ha, come risulta da calcoli fatti nella sopra menzionata Nota,

1) Questa Nota è il sunto del Cap. III della Memoria dell'autore stesso, intitolata: *Equilibrio dei corpi elastici isotropi* (Annali della R. Scuola Superiore di Pisa, 1894).

2) Le notazioni qui adottate, sono quelle introdotte nella mia precedente Nota (v. Ottobre 1894).

$$
(4)\left\{
\begin{aligned}
&\mathrm{L}\int_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n}\,d\sigma + (\mathrm{L}+\mathrm{K})\int_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial u_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial u_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right) d\sigma = \mathrm{L}\int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{dn}\,d\sigma\,,\\
&\mathrm{L}\int_\sigma \frac{\partial v_1}{\partial n}\,d\sigma + (\mathrm{L}+\mathrm{K})\int_\sigma \left(\frac{\partial v_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial v_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial v_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right) d\sigma = 0\,,\\
&\mathrm{L}\int_\sigma \frac{\partial w_1}{\partial n}\,d\sigma + (\mathrm{L}+\mathrm{K})\int_\sigma \left(\frac{\partial w_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial w_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial w_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right) d\sigma = 0\,.
\end{aligned}
\right.
$$

Sia M un punto variabile di σ; n_0 ed n'_0 le direzioni positiva e negativa rispettivamente della normale in un punto fisso P_0 di σ; r_0 i raggi vettori che partono da esso; P, P′ due punti variabili rispettivamente su n_0, n'_0; e σ', σ'' due regioni componenti σ e tali che la prima comprenda nel suo interno il punto P_0. Si ha ovviamente:

$$
(5)\left\{
\begin{aligned}
&\int_{\sigma'} \frac{\partial u_1}{\partial n_0}\,d\sigma' = -\int_{\sigma'} \frac{\partial u_1}{\partial n}\,d\sigma' + \int_{\sigma'} \left(\frac{\partial u_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_1}{\partial n}\right) d\sigma' =\\
&= -\int_{\sigma'} \frac{\partial u_1}{\partial n}\,d\sigma' + \int_{\sigma'} \left[\left\{\left(1+\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{3\alpha}{2}\cos^2(rx)\right\}\frac{\cos(rn_0)-\cos(rn)}{r^2} + \right.\\
&\qquad\qquad \left. + \alpha\cos(rx)\,\frac{\cos(xn_0)-\cos(xn)}{r^2}\right] d\sigma'\,,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&\int_{\sigma'} \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0}\,d\sigma' = -\int_{\sigma'} \frac{\partial u_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\,d\sigma' + \int_{\sigma'} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\right) d\sigma' =\\
&= -\int_{\sigma'} \frac{\partial u_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\,d\sigma' + \int_{\sigma'} \left\{\left(1+\frac{3\alpha}{2}\right)\cos(rx) - \frac{3\alpha}{2}\cos^3(rx)\right\}\frac{\cos(xn_0)-\cos(xn)}{r^2}\,d\sigma'\,,\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}
\right.
$$

$$
(5)\left\{
\begin{aligned}
&\int_{\sigma'}\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0}d\sigma' = -\int_{\sigma'}\frac{\partial u_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}d\sigma' + \int_{\sigma'}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}\right)d\sigma' = \\
&= -\int_{\sigma'}\frac{\partial u_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}d\sigma' + \int_{\sigma'}\left\{\frac{\alpha}{2}\cos^2(ry) - \frac{3\alpha}{2}\cos(rx)\cos(ry)\right\}\frac{\cos(yn_0)-\cos(yn)}{r^2}d\sigma' , \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\int_{\sigma'}\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}d\sigma' = -\int_{\sigma'}\frac{\partial u_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}d\sigma' + \int_{\sigma'}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma' = \\
&= -\int_{\sigma'}\frac{\partial u_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}d\sigma' + \int_{\sigma'}\left\{\frac{\alpha}{2}\cos(rz) - \frac{3\alpha}{2}\cos^2(rx)\cos(rz)\right\}\frac{\cos(zn_0)-\cos(zn)}{r^2}d\sigma' . \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\right.
$$

Ammesso che la prima curvatura di ogni linea di σ uscente da P_0 sia finita, si avrà che il rapporto $\frac{(nn_0)}{r_0}$ tende verso un limite determinato e finito coll'avvicinarsi di M a P_0 in una direzione qualsiasi. Allora le espressioni che compariscono nell'ultimo intengrale del terzo membro di ciascuna delle (5), si manterranno in valore assoluto, col muoversi di M su σ' e di P su n_0, sempre inferiori ad una determinata quantità finita. Quindi, quando P coincide con P_0, gli integrali di dette espressioni saranno proprî, e per conseguenza saranno funzioni finite e continue di tutti i punti di n_0, il punto P_0 compreso. Avremo dunque che essi ammettono per $PP_0 = 0$ dei limiti determinati e finiti, che indicheremo rispettivamente con $\Theta_{u_1}, \ldots ; \Theta_{u_{11}}, \ldots ;$ $\Theta_{u_{21}}, \ldots ; \Theta_{u_{31}} \ldots \ldots$

Poichè

$$\int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} d\sigma = 4\pi , \int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r_0}}{\partial n} d\sigma = 2\pi ;$$

e poichè P, P_0 non sono mai su σ'', indicando con $u'_1, \ldots .$ ciò che divengono le $u_1, \ldots .$ per $r = r_0$, si avrà per le (4):

$$\lim_{PP_0=0}\left[L\int_{\sigma'}\frac{\partial u_1}{\partial n}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial u_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial u_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma'\right]$$

$$=4\pi L-\left[L\int_{\sigma''}\frac{\partial u'_1}{\partial n}d\sigma''+(L+K)\int_{\sigma''}\left(\frac{\partial u'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial u'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial u'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma''\right]$$

$$=2\pi L+L\int_{\sigma'}\frac{\partial u'_1}{\partial n}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial u'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial u'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial u'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma',$$

$$\lim_{PP_0=0}\left[L\int_{\sigma'}\frac{\partial v_1}{\partial n}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial v_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial v_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial v_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma'\right]$$

$$=-\left[L\int_{\sigma''}\frac{\partial v'_1}{\partial n}d\sigma''+(L+K)\int_{\sigma''}\left(\frac{\partial v'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial v'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial v'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma''\right]$$

$$=L\int_{\sigma'}\frac{\partial v'_1}{\partial n}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial v'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial v'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial v'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma'.$$

$$\lim_{PP_0=0}\left[L\int_{\sigma'}\frac{\partial w_1}{\partial n}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial w_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial w_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial w_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma'\right]$$

$$=-\left[L\int_{\sigma''}\frac{\partial w'_1}{\partial n}d\sigma''+(L+K)\int_{\sigma''}\left(\frac{\partial w'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial w'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial w'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma''\right]$$

$$=L\int_{\sigma'}\frac{\partial w'_1}{\partial n}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial w'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial w'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial w'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma';$$

e posto:

$$L\Theta_{u_1}+(L+K)(\Theta_{u_{11}}+\Theta_{u_{21}}+\Theta_{u_{31}})=\Theta_u^{(1)},$$

$$L\Theta_{v_1}+(L+K)(\Theta_{v_{11}}+\Theta_{v_{21}}+\Theta_{v_{31}})=\Theta_v^{(1)},$$

$$L\Theta_{w_1}+(L+K)(\Theta_{w_{11}}+\Theta_{w_{21}}+\Theta_{w_{31}})=\Theta_w^{(1)},$$

avremo finalmente:

$$
(6)\left\{
\begin{aligned}
&\lim_{PP_0=0}\left[L\int_{\sigma'}\frac{\partial u_1}{\partial n_0}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma'\right]\\
&=\Theta_u^{(1)}-2\pi L-L\int_{\sigma'}\frac{\partial u'_1}{\partial n}d\sigma'-(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial u'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial u'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial u'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma',\\
&\lim_{PP_0=0}\left[L\int_{\sigma'}\frac{\partial v_1}{\partial n_0}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0}+\frac{\partial v_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0}+\frac{\partial v_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma'\right]\\
&=\Theta_v^{(1)}-L\int_{\sigma'}\frac{\partial v'_1}{\partial n}d\sigma'-(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial v'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial v'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial v'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma',\\
&\lim_{PP_0=0}\left[L\int_{\sigma'}\frac{\partial w_1}{\partial n_0}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial w_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0}+\frac{\partial w_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0}+\frac{\partial w_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma'\right]\\
&=\Theta_w^{(1)}-L\int_{\sigma'}\frac{\partial w'_1}{\partial n}d\sigma'-(L+K)\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial w'_1}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}+\frac{\partial w'_2}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial n}+\frac{\partial w'_3}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial n}\right)d\sigma'.
\end{aligned}\right.
$$

Se X'_σ, Y'_σ, Z'_σ sono i valori di X_σ, Y_σ, Z_σ nel punto P_0, si avrà:

$$
(7)\left\{
\begin{aligned}
&L\int_{\sigma}\Sigma X_\sigma\frac{\partial u_1}{\partial n_0}d\sigma+(L+K)\int_{\sigma}\Sigma X_\sigma\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma=\\
&=L\Sigma X'_\sigma\int_{\sigma'}\frac{\partial u_1}{\partial n_0}d\sigma'+(L+K)\,\Sigma X'_\sigma\int_{\sigma'}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma'+\\
&+L\int_{\sigma'}\Sigma(X_\sigma-X'_\sigma)\frac{\partial u_1}{\partial n_0}d\sigma'+(L+K)\int_{\sigma'}\Sigma(X_\sigma-X'_\sigma)\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma'\\
&+L\int_{\sigma''}\Sigma X_\sigma\frac{\partial u_1}{\partial n_0}d\sigma''+(L+K)\int_{\sigma''}\Sigma X_\sigma\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0}+\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma''.
\end{aligned}\right.
$$

Posto ora che *oltre alle funzioni* X_σ, Y_σ, Z_σ *anche le espressioni:*

$$\frac{|X_\sigma - X'_\sigma|}{r_0}\ ,\quad \frac{|Y_\sigma - Y'_\sigma|}{r_0}\ ,\quad \frac{|Z_\sigma - Z'_\sigma|}{r_0}$$

siano integrabili lungo ogni linea uscente da P_0 e che *i valori* X'_σ , Y'_σ , Z'_σ *siano determinati e finiti,* avremo, come si dimostra facilmente, che gli integrali che compariscono nella espressione:

$$L\int_{\sigma'}\Sigma\left(X_\sigma - X'_\sigma\right)\frac{\partial u'_1}{\partial n_0}\,d\sigma' + (L+K)\int_{\sigma'}\Sigma\left(X_\sigma - X'_\sigma\right)\left(\frac{\partial u'_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial u'_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u'_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma'$$

sono proprî; allora l'espressione:

$$L\int_{\sigma'}\Sigma\left(X_\sigma - X'_\sigma\right)\frac{\partial u_1}{\partial n_0}\,d\sigma' + (L+K)\int_{\sigma'}\Sigma\left(X_\sigma - X'_\sigma\right)\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma'$$

sarà una funzione continua dei punti di n_0, il punto P_0 compreso e il suo limite per $PP_0 = 0$ sarà:

$$L\int_{\sigma'}\Sigma\left(X_\sigma - X'_\sigma\right)\frac{\partial u'_1}{\partial n_0}\,d\sigma' + (L+K)\int_{\sigma'}\Sigma\left(X_\sigma - X'_\sigma\right)\left(\frac{\partial u'_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial u'_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u'_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma' .$$

Avremo dunque subito dalle (6), (7) il limite per $PP_0 = 0$ dell'espressione:

$$L\int_\sigma \Sigma X_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n_0}\,d\sigma + (L+K)\int_\sigma \Sigma X_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma.$$

Similmente si può calcolare il limite per $P'P_0 = 0$ dell'altra espressione:

$$L\int_\sigma \Sigma X_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n'_0}\,d\sigma + (L+K)\int_\sigma \Sigma X_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n'_0} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n'_0} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n'_0}\right)d\sigma.$$

Sommando questi due limiti si ottiene, come si può verificare,

$$
(8)\left\{\begin{aligned}
&\lim_{PP_0=0}\left[L\int_\sigma \Sigma X_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n_0}d\sigma + (L+K)\int_\sigma \Sigma X_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma\right] \\
&+\lim_{P'P_0=0}\left[L\int_\sigma \Sigma X_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n'_0}d\sigma + (L+K)\int_\sigma \Sigma X_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n'_0} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n'_0}\right.\right. \\
&\qquad\qquad \left.\left. + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma\right] = -4\pi L X'_\sigma .
\end{aligned}\right.
$$

Se indichiamo rispettivamente con U_σ, V_σ, W_σ; U'_σ, V'_σ, W'_σ le tensioni nei punti interni di σ e nei punti esterni, corrispondenti agli spostamenti:

$$
\int_\sigma \Sigma X_\sigma\, u_1\, d\sigma\ ,\quad \int_\sigma \Sigma X_\sigma\, u_2\, d\sigma\ ,\quad \int_\sigma \Sigma X_\sigma\, u_3\, d\sigma\ ,
$$

si può provare che si ha:

$$
U_\sigma = \lim_{PP_0=0}\left[L\int_\sigma \Sigma X_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n_0}d\sigma + (L+K)\int_\sigma \Sigma X_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n_0} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n_0}\right)d\sigma\right] ,
$$

$$
U'_\sigma = \lim_{P'P_0=0}\left[L\int_\sigma \Sigma X_\sigma \frac{\partial u_1}{\partial n'_0}d\sigma + (L+K)\int_\sigma \Sigma X_\sigma \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\frac{\partial x_1}{\partial n'_0} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\frac{\partial y_1}{\partial n'_0} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\frac{\partial z_1}{\partial n'_0}\right)d\sigma\right] ;
$$

onde avremo dalla (8):

$$
(9)\qquad U_\sigma + U'_\sigma = -4\pi L X'_\sigma .
$$

Similmente:

$$(9') \quad \begin{cases} V_\sigma + V'_\sigma = -4\pi L Y'_\sigma . \\ W_\sigma + W'_\sigma = -4\pi L Z'_\sigma . \end{cases}$$

Le (9), (9') sono analoghe alla formola che dà la discontinuità della derivata normale della funzione potenziale di una superficie.

2. Passiamo ora a studiare gli integrali (3).

Dalle espressioni delle $X_\sigma^{(1)}$, $Y_\sigma^{(1)}$, $Z_\sigma^{(1)}$ risulta con artificî semplicissimi:

$$\int_\sigma X_\sigma^{(1)} d\sigma = L \int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} d\sigma , \int_\sigma Y_\sigma^{(1)} d\sigma = 0 , \int_\sigma Z_\sigma^{(1)} d\sigma = 0 ;$$

quindi si avrà, indicando con u_0, v_0, w_0 i valori, supposti finiti, di u, v, w nel punto P' della superficie σ:

$$\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} u \, d\sigma = u_0 \int_\sigma X_\sigma^{(1)} d\sigma + v_0 \int_\sigma Y_\sigma^{(1)} d\sigma + w_0 \int_\sigma Z_\sigma^{(1)} d\sigma +$$

$$+ \int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} (u - u_0) \, d\sigma = u_0 L \int_\sigma \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} d\sigma + \Sigma \int_\sigma X_\sigma^{(1)} (u - u_0) \, d\sigma .$$

Supponiamo che *la superficie σ abbia in* P' *la curvatura finita e* che *le funzioni u, v, w siano tali che le espressioni:*

$$\frac{|u - u_0|}{r_0} , \quad \frac{|v - v_0|}{r_0} , \quad \frac{|w - w_0|}{r_0} ,$$

in cui r_0 indica la distanza del punto P' da un altro punto qualsiasi, *siano integrabili a partire da* P' *lungo qualunque linea uscente da* P' *stesso.* Risulta che l'integrale

$$\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} (u - u_0) \, d\sigma ,$$

nel caso in cui si considera il punto P', è proprio; esso allora sarà finito e continuo, anche quando il punto P, dal quale partono i raggi r, attraversa la superficie σ passando per il punto P'. Quindi se P_1 e P_2 sono due punti uno interno allo spazio S l'altro esterno, avremo:

$$\lim_{P_1P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)}(u-u_0)\,d\sigma = \lim_{P_2P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} u-u_0)\,d\sigma = \mathrm{N}\ ;$$

per cui sarà:

$$\lim_{P_1P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} u\,d\sigma = 2\pi \mathrm{L} u_0 + \mathrm{N}\ ,$$

$$\lim_{P_2P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} u\,d\sigma = -\,2\pi \mathrm{L} u_0 + \mathrm{N}\ ,$$

e quindi:

$$\lim_{P_1P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} u\,d\sigma - \lim_{P_2P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} u\,d\sigma = 4\pi \mathrm{L} u_0\ . \tag{10}$$

Nello stesso modo:

$$(10')\ \left\{\begin{aligned} &\lim_{P_1P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(2)} u\,d\sigma - \lim_{P_2P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(2)} u\,d\sigma = 4\pi \mathrm{L} v_0\ ,\\ &\lim_{P_1P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(3)} u\,d\sigma - \lim_{P_2P'=0}\int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(3)} u\,d\sigma = 4\pi \mathrm{L} w_0 \end{aligned}\right.$$

Queste formole determinano appunto le discontinuità che si hanno degli integrali (3), quando il punto al quale si riferiscono, attraversa la superficie σ in una direzione qualsiasi. Esse, come si vede, sono analoghe alla formola che dà la scontinuità di un doppio strato.

3. Consideriamo finalmente le tensioni corrispondenti agli integrali (3), che formano un sistema di integrali delle equazioni dell'equilibrio.

Preso un punto fisso P' di σ, dividiamo questa superficie in due regioni σ_1, σ_2, di cui σ_1 contenga P' nel suo interno. Poniamo:

$$(11) \qquad U = \int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(1)} u\, d\sigma, \; V = \int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(2)} u\, d\sigma, \; W = \int_\sigma \Sigma X_\sigma^{(3)} u\, d\sigma;$$

$$(12) \qquad U_1 = \int_{\sigma_1} \Sigma X_\sigma^{(1)} u\, d\sigma, \; V_1 = \int_{\sigma_1} \Sigma X_\sigma^{(2)} u\, d\sigma, \; W_1 = \int_{\sigma_1} \Sigma X_\sigma^{(3)} u\, d\sigma;$$

$$U_2 = \int_{\sigma_2} \Sigma X_\sigma^{(1)} u\, d\sigma, \; V_2 = \int_{\sigma_2} \Sigma X_\sigma^{(2)} u\, d\sigma, \; W_2 = \int_{\sigma_2} \Sigma X_\sigma^{(3)} u\, d\sigma,$$

e chiamiamo X_σ, Y_σ, Z_σ; X_{σ_1}, ...; X_{σ_2}, ... le corrispondenti tensioni calcolate nei punti della faccia interna di σ, X'_σ, Y'_σ, Z'_σ; X'_{σ_1}, ...; X'_{σ_2} .... quelle calcolate nella sua faccia esterna. Si avrà evidentemente:

$$(13) \left(X_{\sigma_2}\right)_{P'} - \left(X'_{\sigma_2}\right)_{P'} = \left(Y_{\sigma_2}\right)_{P'} - \left(Y'_{\sigma_2}\right)_{P'} = \left(Z_{\sigma_2}\right)_{P'} - \left(Z'_{\sigma_2}\right)_{P'} = 0.$$

Consideriamo lo spazio indefinito S limitato da due superficie η, η' infinitamente vicine alla superficie σ_1 che comprendono e ricongiungentesi lungo il suo contorno; calcoliamo le U_1, V_1, W_1 mediante le formole del SOMIGLIANA, e supponiamo che η ed η' si avvicinino indefinitamente alla superficie σ_1. Passando al limite, si avrà per le (10), (10'):

$$-4\pi L U_1 = -4\pi L \int_{\sigma_1} \Sigma X_\sigma^{(1)} u\, d\sigma + \int_{\sigma_1} \Sigma \left(X_{\sigma_1} - X'_{\sigma_1}\right) u_1\, d\sigma,$$

. . . . ,

. . . . ;

e quindi per le (12):

$$(14) \quad R = \int_{\sigma_1} \Sigma \left(X_{\sigma_1} - X'_{\sigma_1}\right) u_1\, d\sigma = 0, S = \ldots = 0, T = \ldots = 0.$$

Ora le funzioni R, S, T sono integrali delle equazioni dell'equilibrio, e per le (14) le corrispondenti tensioni R_{σ_1}, S_{σ_1}, T_{σ_1} saranno ovunque nulle; quindi si avrà, mettendo un indice alle precedenti tensioni considerate nei punti della faccia esterna di σ_1:

$$R_{\sigma_1} - R'_{\sigma_1} = S_{\sigma_1} - S'_{\sigma_1} = T_{\sigma_1} - T'_{\sigma_1} = 0,$$

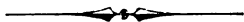
e per le (9), (9'):

$$X_{\sigma_1} - X'_{\sigma_1} = Y_{\sigma_1} - Y'_{\sigma_1} = Z_{\sigma_1} - Z'_{\sigma_1} = 0$$

per qualsiasi punto di σ_1. Queste assieme alle (13) ci dànno finalmente:

$$\left(X_\sigma\right)_{P'} - \left(X'_\sigma\right)_{P'} = 0, \left(Y_\sigma\right)_{P'} - \left(Y'_\sigma\right)_{P'} = 0, \left(Z_\sigma\right)_{P'} - \left(Z'_\sigma\right)_{P'} = 0.$$

Risulta quindi che *le tensioni corrispondenti agli spostamenti* (11) *sono continue in tutto lo spazio.*

Questo teorema è analogo al teorema della continuità delle derivate normali di un doppio strato.

VARIAZIONE DI POTENZIALE ED INTENSITÀ DI CORRENTE IN UN CONDUTTORE APERTO MOVENTESI IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME

Nota dell'Ing. LUIGI LOMBARDI.

PARTE PRIMA

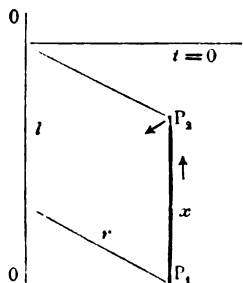
1. Quando un conduttore elettrico si muove comunque in un campo magnetico è generata in esso una forza elettromotrice, e questa è misurata dal numero di linee di forza magnetiche che il conduttore taglia nell' unità di tempo. Se il circuito è chiuso la forza elettromotrice produce una corrente, la cui intensità, invariata in tutti gli elementi di esso se la capacità è trascurabile, è funzione semplice degli elementi del circuito. Se il circuito è aperto la resistenza totale è infinita, onde suol dirsi che la corrente è nulla: tra due punti qualunque del conduttore si sviluppa una differenza di potenziale, e per misura di essa si suol prendere la forza elettromotrice lungo il conduttore tra quei

punti generata. Questo corrisponde a trascurare ancora qui la capacità del conduttore, cosa che a priori non è permesso di fare. Difatti, la variazione del potenziale lungo il medesimo non si può provocare se non mediante lo spostamento di masse elettriche, la cui somma ha un valore ben definito se è finita la capacità: ora dall' azione di questa si può prescindere in un gran numero di casi quando il circuito è chiuso, avendo essa una piccolissima importanza rispetto alla conduttività totale: ma a priori non se ne può prescindere qui dove i fenomeni ad essa dovuti hanno l' importanza principale.

La discussione del caso generale del moto d' un conduttore aperto di forma qualunque in un campo uniforme, o variabile secondo una legge non semplice, sarebbe eccezionalmente complicata. Anche nel caso del moto impresso con legge semplice in un campo uniforme ad un conduttore di forma non complicata, ma nel quale elementi vicini non contigui del circuito esercitassero una reciproca azione induttiva non trascurabile, sarebbe assai difficile tener conto dei fenomeni di selfinduzione dovuti ad elementi di corrente la cui intensità è variabile da punto a punto. In tutti questi casi le formole presenterebbero una complicanza grave, e la fisica interpretazione ne sarebbe malagevole ed in gran parte priva di utilità pratica.

È però facile immaginare dei casi semplici nei quali è possibile tener conto con molta approssimazione degli elementi che hanno la parte principale nel fenomeno, e di cui tuttavia la discussione può essere interessante per avere un' idea dell' ordine delle grandezze che ivi intervengono, e delle leggi che al fenomeno presiedono. Naturalmente non si allude qui che a movimenti nei quali le condizioni reciproche del conduttore e del campo variano col tempo; perchè in un moto relativo uniforme, nel quale cioè la velocità di ogni elemento del conduttore relativamente alle linee di forza del campo fosse inalterata, si provocherebbe una forza elettromotrice costante, ed una permanente distribuzione di potenziale lungo il conduttore con quella coincidente, essendo l' intensità di corrente in ogni punto ed in ogni istante veramente nulla. La forma più semplice di moto relativo vario è quella d'un moto periodico con legge sinusoidale. Praticamente essa si può qui realizzare mettendo in rotazione in un

campo magnetico uniforme un conduttore rettilineo con velocità costante attorno ad un asse ad esso parallelo e perpedicolare alla direzione del campo. Questo caso precisamente noi ci proponiamo qui di analizzare.

2. Sia un conduttore rettilineo di lunghezza l spostato attorno ad un asse parallelo, distante r, con velocità costante di n giri per 1″ in un campo magnetico uniforme di intensità H, avente direzione perpendicolare all'asse. In figura è supposto il campo perpendicolare al piano del disegno, e le linee di forza emergenti verso l'osservatore. Sono contate le ascisse lungo l'asse del conduttore in direzione positiva dal basso all'alto: i tempi dall'istante in cui il piano passante pel conduttore e per l'asse è normale al campo. In tale ipotesi l'angolo di questo piano col normale al campo si può in ogni istante rappresentare con:

$$\delta = 2\pi n t .$$

La forza elettromotrice in ogni istante generata sarà evidentemente indipendente in ogni elemento del conduttore dall'ascissa x, e funzione solamente dell'angolo δ; e precisamente si potrà rappresentare per ogni unità di lunghezza con:

$$K = H \operatorname{sen} \delta \,.\, r \frac{d\delta}{dt} = 2\pi n r H \operatorname{sen} (2\pi n t) .$$

La forza elettromotrice varia dunque secondo una legge sinusoidale avente per fase quella che noi possiamo dire fase del movimento; onde, dicendone K_0 l'ampiezza, la quale dipende semplicemente dalla intensità del campo e dalla velocità lineare del conduttore, essa può esprimersi con:

$$K = K_0 \operatorname{sen} (2\pi n t) .$$

Ora, se noi diciamo k la conduttività elettrica specifica del conduttore ed s la sezione, cioè se $w = \frac{1}{ks}$ è la resistenza per

unità di lunghezza del conduttore, in un elemento qualunque dx di questo varrà l'equazione:

$$K.dx = \frac{\partial p}{\partial x} . dx + iw . dx ,$$

dicendo p il potenziale ed i l'intensità di corrente nella sezione di cui x è l'ascissa. La corrente ha dunque per espressione in una sezione qualunque:

$$i = \frac{1}{w} \left(K - \frac{\partial p}{\partial x} \right) .$$

Nella sezione di cui l'ascissa è $x + dx$ la corrente sarà analogamente:

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} . dx = \frac{1}{w} \left(K - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} . dx \right) ,$$

essendo ivi il potenziale $p + \frac{\partial p}{\partial x} . dx$. La differenza delle due intensità di corrente, la quale rappresenta la quantità di elettricità nell'unità di tempo immagazzinata nell'elemento dx di conduttore, è impiegata nella variazione del potenziale di questo elemento dal valore p al valore $p + \frac{\partial p}{\partial t}$, e quindi può esprimersi in funzione di questa variazione e della capacità elettrostatica dell'elemento di conduttore. Precisamente, se c è la capacità del conduttore per unità di lunghezza

$$- \frac{\partial i}{\partial x} . dx = \frac{1}{w} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} . dx = c . dx . \frac{\partial p}{\partial t} .$$

L'equazione differenziale a derivate parziali del fenomeno è dunque

$$c w \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} , \tag{1}$$

che ha la forma ben nota dell'equazione della propagazione dell'elettricità lungo un conduttore lineare qualunque ad isolamento

perfetto, privo di selfinduzione; o del calore lungo un conduttore di cui il coefficiente di trasmissione esterna sia trascurabile. In entrambi i casi è supposta ogni sezione trasversale del conduttore essere una superficie equipotenziale od isotermica, cosa che può sempre ammettersi quando essa è convenientemente piccola rispetto alla lunghezza.

È anche evidente il modo nel quale l'equazione generale dovrebbe essere modificata nel caso in cui od il campo non fosse uniforme, od i fenomeni di selfinduzione non si ritenessero trascurabili.

Se il campo non fosse uniforme, od in qualsiasi modo variasse in funzione dell'ascissa la forza elettromotrice per unità di lunghezza, le equazioni differenziali della corrente per le due sezioni limitanti un elemento del conduttore tra le ascisse x ed $x + dx$ sarebbero:

$$i = \frac{1}{w}\left(K - \frac{\partial p}{\partial x}\right),$$

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} . dx = \frac{1}{w}\left(K + \frac{\partial K}{\partial x} . dx - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} . dx\right);$$

e l'equazione differenziale a derivate parziali del fenomeno sarebbe:

$$cw \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial K}{\partial x}.$$

E se ancora si volesse tener conto della selfinduzione le equazioni della corrente diventerebbero:

$$i = \frac{1}{w}\left(K - \frac{\partial p}{\partial x} - q\frac{\partial i}{\partial t}\right),$$

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} . dx = \frac{1}{w}\left(K + \frac{\partial K}{\partial x} dx - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} . dx - q\frac{\partial i}{\partial t} - q\frac{\partial^2 i}{\partial x . \partial t} . dx\right);$$

e l'equazione differenziale parziale del fenomeno sarebbe, esprimendo $\frac{\partial^2 i}{\partial x . \partial t}$ in funzione di p:

$$cw\frac{\partial p}{\partial t} + cq \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial K}{\partial x} .$$

Noi abbiamo già notato però che la variazione della forza elettromotrice introduce una complicanza che in pratica ha poco valore. L'azione della selfinduzione potrebbe essere importante se si supponesse grande la frequenza ed il coefficiente q notevole. Ed in tal caso a rigore la considerazione di essa non sarebbe altrettanto semplice quanto dall'equazione scritta appare a prima giunta, perchè la variazione di i non essendo uguale in ogni elemento del conduttore, q non avrebbe più il significato ordinario d'un semplice coefficiente di selfinduzione quale si è usi calcolare per un conduttore qualunque o per un tratto di esso. In un caso simile cioè occorrerebbe sostituire alla considerazione della variazione della corrente nella sezione sola che si considera quella della variazione in tutte le sezioni la cui distanza dalla sezione in quistione non è tanto grande da permettere di trascurarne l'azione induttiva. Nel nostro caso si può osservare che la corrente certamente ha una distribuzione simmetrica rispetto al mezzo del conduttore, e qui essa raggiunge il suo massimo, ed è massima la sua variazione e l'effetto dell'induzione. Ma questo è dunque minore di quello che si verificherebbe se la variazione di corrente fosse identica in tutti gli elementi, nel qual caso q avrebbe il significato ordinario e potrebbe pel conduttore rettilineo di raggio ρ e di lunghezza l essere calcolato colla formola:

$$q = 2l\left[\log\frac{2l}{\rho} - 0.75\right] ,$$

supposta la sostanza del conduttore non magnetica. Ora, nelle condizioni pratiche nelle quali un'esperienza di questa natura si potrebbe realizzare q non supererebbe un piccolo numero di unità, e nei limiti pratici della frequenza avrebbe un'azione del tutto secondaria. In ogni caso sarebbe sempre possibile scegliere lunghezze di conduttore convenienti per poter trascurare l'azione induttiva degli elementi più distanti rispetto a quella degli elementi contigui, e per avere in questi una variazione di corrente che si scostasse poco da quella semplice che comunemente si

considera. Così l'equazione si ridurrebbe a quella ben nota della propagazione dell'elettricità lungo un conduttore ad isolamento perfetto ma dotato di capacità, resistenza, ed induzione propria, e la discussione non sarebbe molto più complicata di quella che noi qui intraprendiamo.

Per poter integrare l'equazione differenziale del fenomeno occorrono naturalmente altre equazioni ausiliarie, e queste ci sono date dalle condizioni limiti le quali son note, e dell' equazione integrata determinano le costanti. Difatti, per le sezioni estreme del conduttore aperto l'intensità di corrente è in ogni istante nulla, quindi la variazione del potenziale in funzione dell'ascissa è espressa dalla sola forza elettromotrice per unità di lunghezza ivi generata, che è nelle nostre ipotesi dall'ascissa indipendente. Algebricamente esprimesi:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=0} = \mathrm{K}\,; \qquad (2)$$

e

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=l} = \mathrm{K} \qquad (3)$$

e queste colla:

$$cw\,\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \qquad (1)$$

costituiscono il sistema delle equazioni del problema. È chiaro che quelle equazioni limiti resterebbero inalterate nella discussione degli altri casi meno semplici dei quali s'è fatto cenno, prendendo però per K, se fosse variabile da punto a punto, i valori corrispondenti alle ascisse $x = 0$ ed $x = l$.

3. Essendoci proposta la discussione d'un fenomeno periodico è implicitamente inteso che noi prescindiamo dalla fase variabile di esso, succedente nei primi istanti alla messa in moto del conduttore, e supponiamo raggiunta la condizione di regime nella quale in tutti i periodi successivi la variazione di ciascun elemento si riproduce identicamente. Siccome la ripartizione del potenziale e la corrente sono dovute ad una forza elettromotrice sinusoidale è chiaro che la variazione periodica loro deve pure essere sinusoidale, e la frequenza dev' essere la stessa n.

Un' espressione di p la quale soddisfa a questa condizione ed evidentemente all' equazione (1) è:

$$p = A\, e^{ax+ibt},$$

dove si ponga:

$$b = 2\pi n,$$

ed:

$$a^2 = i.2\pi ncw.$$

Difatti a essendo immaginario si può porre sotto la forma:

$$a = \lambda + i\mu,$$

colla condizione

$$\lambda = \mu = \pm \sqrt{\pi ncw}.$$

L' espressione di p diventa così:

$$p = A\, e^{\lambda x}\, e^{i(\lambda x + 2\pi nt)},$$

alla quale possiamo sostituire senz'altro, tenendo conto del doppio segno di i e considerando una funzione di seni anzichè di coseni:

$$p = A\, e^{\lambda x} \operatorname{sen}(2\pi nt + \lambda x + \alpha).$$

Corrispondendo i due valori reali, positivo e negativo, di λ a due integrali particolari dell'equazione differenziale, l'integrale generale di questa sarà espresso da:

$$p = A_1\, e^{-\lambda x} \operatorname{sen}(2\pi nt - \lambda x + \alpha_1) + A_2 e^{\lambda x} \sin(2\pi nt + \lambda x + \alpha_2). \quad \text{(I)}$$

In questa equazione sono da determinare mediante le equazioni limiti le quattro costanti. L' equazione derivata rispetto l' ascissa x dà:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\lambda A_1\, e^{-\lambda x} [\operatorname{sen}(2\pi nt - \lambda x + \alpha_1) + \cos(2\pi nt - \lambda x + \alpha_1)]$$
$$+ \lambda A_2\, e^{\lambda x} [\operatorname{sen}(2\pi nt + \lambda x + \alpha_2) + \cos(2\pi nt + \lambda x + \alpha_2)].$$

Ed in essa introducendo i valori limiti dell'ascissa $x = 0$ ed $x = l$ si ha rispettivamente per le equazioni (2) e (3):

$$K = -\lambda A_1 [\text{sen}(2\pi nt + \alpha_1) + \cos(2\pi nt + \alpha_1)] + \lambda A_2 [\text{sen}(2\pi nt + \alpha_2) + \cos(2\pi nt + \alpha_2)]; \quad (2')$$

$$K = -\lambda A_1 e^{-\lambda l} [\text{sen}(2\pi nt - \lambda l + \alpha_1) + \cos(2\pi nt - \lambda l + \alpha_1)] + \lambda A_2 e^{\lambda l} [\text{sen}(2\pi nt + \lambda l + \alpha_2) + \cos(2\pi nt + \lambda l + \alpha_2)]. \quad (3')$$

Ponendo per K il suo valore variabile secondo una funzione sinusoidale del tempo:

$$K = 2\pi nr H \,\text{sen}(2\pi nt),$$

e sviluppando le funzioni sinusoidali dei secondi membri in modo da separare i termini che hanno per fattore sen $(2\pi nt)$ e cos $(2\pi nt)$. ciascuna delle equazioni precedenti si scinde in due le quali devono essere indipendentemente soddisfatte perchè quelle sussistano per ogni valore del tempo. Si hanno così le quattro equazioni di condizione necessarie. Se per brevità si pone:

$$\frac{2\pi n r H}{\lambda} = \mathbf{H}$$

quelle equazioni si possono scrivere:

$$\mathbf{H} = -A_1 \cos\alpha_1 + A_1 \text{sen}\,\alpha_1 + A_2 \cos\alpha_2 - A_2 \text{sen}\,\alpha_2 \quad (a),$$

$$0 = -A_1 \text{sen}\,\alpha_1 - A_1 \cos\alpha_1 + A_2 \text{sen}\,\alpha_2 + A_2 \cos\alpha_2 \quad (b).$$

$$\mathbf{H} = A_1 \cos\alpha_1[-e^{-\lambda l}\cos\lambda l - e^{-\lambda l}\text{sen}\,\lambda l] + A_1 \text{sen}\,\alpha_1[-e^{-\lambda l}\text{sen}\,\lambda l + e^{-\lambda l}\cos\lambda l] + A_2\cos\alpha_2[e^{\lambda l}\cos\lambda l - e^{\lambda l}\text{sen}\,\lambda l] + A_2\text{sen}\,\alpha_2[-e^{\lambda l}\text{sen}\,\lambda l - e^{\lambda l}\cos\lambda l] \quad (c);$$

$$0 = A_1\cos\alpha_1[-e^{-\lambda l}\cos\lambda l + e^{-\lambda l}\text{sen}\,\lambda l] + A_1\text{sen}\,\alpha_1[-e^{-\lambda l}\text{sen}\,\lambda l - e^{-\lambda l}\cos\lambda l] + A_2\cos\alpha_2[e^{\lambda l}\text{sen}\,\lambda l + e^{\lambda l}\cos\lambda l] + A_2\text{sen}\,\alpha_2[e^{\lambda l}\cos\lambda l - e^{\lambda l}\text{sen}\,\lambda l] \quad (d).$$

Combinando ciascuna coppia di queste equazioni per addizione e per sottrazione, e scrivendo per brevità i coefficienti:

$$A_1 \cos\alpha_1 = C_1, \quad A_1 \text{sen}\,\alpha_1 = S_1;$$

$$A_2 \cos\alpha_2 = C_2, \quad A_2 \text{sen}\,\alpha_2 = S_2;$$

si hanno per determinare le quattro nuove costanti le quattro equazioni lineari:

$$\mathrm{H} = -2\mathrm{C}_1 + 2\mathrm{C}_2 \qquad (a+b);$$

$$\mathrm{H} = \quad 2\mathrm{S}_1 - 2\mathrm{S}_2 \qquad (a-b).$$

$$\mathrm{H} = -2\mathrm{C}_1 e^{-\lambda l}\cos\lambda l - 2\mathrm{S}_1 e^{-\lambda l}\operatorname{sen}\lambda l + 2\mathrm{C}_2 e^{\lambda l}\cos\lambda l - 2\mathrm{S}_2 e^{\lambda l}\operatorname{sen}\lambda l \quad (c+d);$$

$$\mathrm{H} = -2\mathrm{C}_1 e^{-\lambda l}\operatorname{sen}\lambda l + 2\mathrm{S}_1 e^{-\lambda l}\cos\lambda l - 2\mathrm{C}_2 e^{\lambda l}\operatorname{sen}\lambda l - 2\mathrm{S}_2 e^{\lambda l}\cos\lambda l \quad (c-d).$$

Il sistema di queste equazioni messe sotto questa forma simmetrica si risolve colla massima semplicità per mezzo dei determinanti. Le espressioni che noi cerchiamo delle quattro costanti hanno cioè per denominatore comune, prescindendo dal fattore numerico:

$$\mathrm{D} = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -e^{-\lambda l}\cos\lambda l & e^{\lambda l}\cos\lambda l & -e^{-\lambda l}\operatorname{sen}\lambda l & -e^{\lambda l}\operatorname{sen}\lambda l \\ -e^{-\lambda l}\operatorname{sen}\lambda l & -e^{\lambda l}\operatorname{sen}\lambda l & e^{-\lambda l}\cos\lambda l & -e^{\lambda l}\cos\lambda l \end{vmatrix}$$

Questo determinante si riduce subito al second'ordine sommando alla prima la seconda ed alla quarta la terza linea verticale, e risulta:

$$\mathrm{D} = \begin{vmatrix} (e^{\lambda l} - e^{-\lambda l})\cos\lambda l & -(e^{\lambda l} + e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l \\ -(e^{\lambda l} + e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l & -(e^{\lambda l} - e^{-\lambda l})\cos\lambda l \end{vmatrix}$$

che sviluppasi in:

$$\mathrm{D} = -(e^{\lambda l} - e^{-\lambda l})^2\cos^2\lambda l - (e^{\lambda l} + e^{-\lambda l})^2\operatorname{sen}^2\lambda l = -e^{2\lambda l} - e^{-2\lambda l} + 2\cos 2\lambda l.$$

I numeratori delle espressioni delle costanti si hanno semplicemente sostituendo nel determinante precedente alla linea dei coefficienti rispettivi quella dei termini noti che sono eguali. Ciascuno dei determinanti si riduce subito al second'ordine con una semplice combinazione di linee verticali per somma algebrica, e può perciò immediatamente svilupparsi. Così trovasi rispettivamente, prescindendo dal fattore comune $\frac{\mathrm{H}}{2}$:

$$N_{c_1} = \begin{vmatrix} 1-e^{\lambda l}(\cos\lambda l + \operatorname{sen}\lambda l) & -(e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l \\ 1+e^{\lambda l}(\operatorname{sen}\lambda l - \cos\lambda l) & -(e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l \end{vmatrix}$$

$$= e^{2\lambda l} - \operatorname{sen} 2\lambda l - \cos 2\lambda l + (e^{-\lambda l}-e^{\lambda l})\cos\lambda l + (e^{-\lambda l}+e^{\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l \;;$$

$$N_{c_2} = \begin{vmatrix} 1+e^{-\lambda l}(\operatorname{sen}\lambda l - \cos\lambda l) & -(e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l \\ 1-e^{-\lambda l}(\operatorname{sen}\lambda l + \cos\lambda l) & -(e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l \end{vmatrix}$$

$$= - e^{-2\lambda l} - \operatorname{sen} 2\lambda l + \cos 2\lambda l + (e^{-\lambda l}-e^{\lambda l})\cos\lambda l + (e^{-\lambda l}+e^{\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l \,.$$

$$N_{s_1} = \begin{vmatrix} (e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l & 1-e^{\lambda l}(\cos\lambda l + \operatorname{sen}\lambda l) \\ -(e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l & 1+e^{\lambda l}(\operatorname{sen}\lambda l - \cos\lambda l) \end{vmatrix}$$

$$= - e^{2\lambda l} - \operatorname{sen} 2\lambda l + \cos 2\lambda l - (e^{-\lambda l}-e^{\lambda l})\cos\lambda l + (e^{-\lambda l}+e^{\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l \;;$$

$$N_{s_2} = \begin{vmatrix} (e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l & 1+e^{-\lambda l}(\operatorname{sen}\lambda l - \cos\lambda l) \\ -(e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l & 1-e^{-\lambda l}(\operatorname{sen}\lambda l + \cos\lambda l) \end{vmatrix}$$

$$= e^{-2\lambda l} - \operatorname{sen} 2\lambda l - \cos 2\lambda l - (e^{-\lambda l}-e^{\lambda l})\cos\lambda l + (e^{-\lambda l}+e^{\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l \,.$$

Cambiando i segni al numeratore ed al denominatore le quattro costanti possono dunque scriversi:

$$C_1 = \frac{\operatorname{sen} 2\lambda l - (e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l - e^{2\lambda l} + \cos 2\lambda l + (e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l}{e^{2\lambda l}+e^{-2\lambda l}-2\cos 2\lambda l}\,\frac{H}{2}\;;$$

$$C_2 = \frac{\operatorname{sen} 2\lambda l - (e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l + e^{-2\lambda l} - \cos 2\lambda l + (e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l}{e^{2\lambda l}+e^{-2\lambda l}-2\cos 2\lambda l}\,\frac{H}{2}\,.$$

$$S_1 = \frac{\operatorname{sen} 2\lambda l - (e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l + e^{2\lambda l} - \cos 2\lambda l - (e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l}{e^{2\lambda l}+e^{-2\lambda l}-2\cos 2\lambda l}\,\frac{H}{2}\;;$$

$$S_2 = \frac{\operatorname{sen} 2\lambda l - (e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\operatorname{sen}\lambda l - e^{-2\lambda l} + \cos 2\lambda l - (e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l}{e^{2\lambda l}+e^{-2\lambda l}-2\cos 2\lambda l}\,\frac{H}{2}\,.$$

A queste quattro costanti quelle che entrano nella espressione generale del potenziale sono legate dalle relazioni semplicissime:

$$A_1 = \sqrt{C_1^2 + S_1^2}\;,\; A_2 = \sqrt{C_2^2 + S_2^2}\;;$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{S_1}{C_1}\;,\; \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{S_2}{C_2}\;;$$

Perciò quell' espressione diventa:

$$p = \sqrt{C_1^2+S_1^2}\, e^{-\lambda x} \operatorname{sen}\left(2\pi nt - \lambda x + \operatorname{arctg}\frac{S_1}{C_1}\right)$$
$$+ \sqrt{C_2^2+S_2^2}\, e^{\lambda x} \operatorname{sen}\left(2\pi nt + \lambda x + \operatorname{arctg}\frac{S_2}{C_2}\right).$$

Sviluppando le due funzioni sinusoidali, e badando che:

$$\operatorname{sen}\alpha_1 = \frac{S_1}{\sqrt{C_1^2+S_1^2}}, \quad \cos\alpha_1 = \frac{C_1}{\sqrt{C_1^2+S_1^2}},$$

e che sen α_2 e cos α_2 hanno espressioni analoghe, si ha:

$$p = [e^{-\lambda x}(C_1\cos\lambda x + S_1\operatorname{sen}\lambda x) + e^{\lambda x}(C_2\cos\lambda x - S_2\operatorname{sen}\lambda x)]\operatorname{sen}2\pi nt$$
$$+ [e^{-\lambda x}(-C_1\operatorname{sen}\lambda x + S_1\cos\lambda x) + e^{\lambda x}(C_2\operatorname{sen}\lambda x + S_2\cos\lambda x)]\cos 2\pi nt \quad (I_1).$$

In questa espressione del potenziale si potrebbero introdurre senz'altro i valori prima trovati delle costanti. Però è più semplice rappresentare la variazione del potenziale mediante una funzione semplice sinusoidale, anzichè mediante la somma di due aventi fase differente di 90°. Ora è noto che una trasformazione di questa natura si può sempre fare, cioè si può sempre scrivere:

$$A\operatorname{sen}2\pi nt + B\cos 2\pi nt = \sqrt{A^2+B^2}\operatorname{sen}\left(2\pi nt + \operatorname{arctg}\frac{B}{A}\right),$$

equivalenza che è subito dimostrata ponendo

$$A = M\cos\omega, \quad B = M\operatorname{sen}\omega.$$

Noi possiamo dunque porre senz' altro p sotto la forma

$$p = P\operatorname{sen}(2\pi nt + \phi), \qquad (I_2)$$

dove P ci rappresenta l' ampiezza e ϕ la fase nell' istante $t = 0$ della variazione sinusoidale del potenziale in una sezione del conduttore. Sviluppando si vede che:

$$P = \sqrt{e^{-2\lambda x}(C_1^2+S_1^2)+e^{2\lambda x}(C_2^2+S_2^2)+2(C_1C_2+S_1S_2)\cos 2\lambda x+2(S_1C_2-S_2C_1)\operatorname{sen} 2\lambda x};$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{e^{-\lambda x}(-C_1\operatorname{sen}\lambda x+S_1\cos\lambda x)+e^{\lambda x}(C_2\operatorname{sen}\lambda x+S_2\cos\lambda x)}{e^{-\lambda x}(C_1\cos\lambda x+S_1\operatorname{sen}\lambda x)+e^{\lambda x}(C_2\cos\lambda x-S_2\operatorname{sen}\lambda x)} .$$

Se nella equazione (I_2) si introducono i valori di P e di ϕ dopo sostituiti in questi i valori delle costanti si ha l'espressione più generale del potenziale in una sezione qualunque, espressione che risolve la prima parte del problema.

4 Dall'espressione del potenziale si deduce quella della intensità di corrente in una sezione qualunque mediante la relazione già scritta:

$$i = \frac{1}{w}\left(-\frac{\partial p}{\partial x}+K\right) = \frac{1}{w}\left(-\frac{\partial p}{\partial x}+\lambda\,\mathbf{H} \operatorname{sen} 2\pi nt\right) \qquad (II)$$

La derivazione del potenziale si eseguisce nel modo più semplice nella forma (I_1) onde si ricava:

$$i = -\frac{\lambda}{w}\Big[e^{-\lambda x}[-(C_1+S_1)\operatorname{sen}\lambda x-(C_1-S_1)\cos\lambda x]$$

$$+ e^{\lambda x}[-(C_2+S_2)\operatorname{sen}\lambda x+(C_2-S_2)\cos\lambda x] - \mathbf{H}\Big] \operatorname{sen} 2\pi nt$$

$$-\frac{\lambda}{w}\Big[e^{-\lambda x}[(C_1-S_1)\operatorname{sen}\lambda x-(C_1+S_1)\cos\lambda x]$$

$$+e^{\lambda x}[(C_2-S_2)\operatorname{sen}\lambda x+(C_2+S_2)\cos\lambda x]\Big] \cos 2\pi nt \qquad (II_1)$$

Questa espressione dell'intensità di corrente è suscettibile di una trasformazione analoga a quella della (I_1) per rappresentarne la variazione mediante un'unica funzione sinusoidale del tempo; onde noi ci possiamo ancora porre senz'altro i sotto la forma:

$$i = I \operatorname{sen}(2\pi nt + \psi), \qquad (II_2)$$

dove I e ψ ci rappresentano l'ampiezza e la fase della variazione sinusoidale della corrente nella sezione considerata. Per

sviluppare il valore di I conviene scrivere i coefficienti di sen $2\pi nt$ e cos $2\pi nt$ sotto forma d'una somma e d'una differenza di due polinomii eguali di cui nel quadrato scompaiono i doppi prodotti: perciò basta raggruppare i quattro termini che nelle due parentesi hanno segno opposto. Prescindendo dal termine **H** nella prima si ha:

$$+[e^{-\lambda x}(-C_1\text{sen}\lambda x+S_1\cos\lambda x)+e^{\lambda x}(-C_2\text{sen}\lambda x-S_2\cos\lambda x)]$$

$$+[e^{-\lambda x}(-S_1\text{sen}\lambda x-C_1\cos\lambda x)+e^{\lambda x}(-S_2\text{sen}\lambda x+C_2\cos\lambda x)];$$

e nella seconda:

$$-[e^{-\lambda x}(-\ldots+\ldots)+e^{\lambda x}(-\ldots-\ldots)]+[e^{-\lambda x}(-\ldots-\ldots)+e^{\lambda x}(-\ldots+\ldots)].$$

La somma dei quadrati è semplicemente:

$$2e^{-2\lambda x}(C_1^2+S_1^2)+2e^{2\lambda x}(C_2^2+S_2^2)-4(C_1C_2+S_1S_2\cos 2\lambda x-4(S_1C_2-S_2C_1)\text{sen}2\lambda x.$$

E l'ampiezza risulta:

$$I=\frac{\lambda}{w}\sqrt{\begin{array}{l}2e^{-2\lambda x}(C_1^2+S_1^2)+2e^{-\lambda x}\mathbf{H}[(C_1+S_1)\text{sen}\lambda x+(C_1-S_1)\cos\lambda x]\\+2e^{2\lambda x}(C_2^2+S_2^2)+2e^{\lambda x}\mathbf{H}[(C_2+S_2)\text{sen}\lambda x-(C_2-S_2)\cos\lambda x]\\-4(C_1C_2+S_1S_2)\cos 2\lambda x-4(S_1C_2-S_2C_1)\text{sen}2\lambda x+\mathbf{H}^2.\end{array}}$$

E la fase:

$$\psi=\text{arctg}\,\frac{\begin{array}{c}e^{-\lambda x}[(C_1-S_1)\text{sen}\lambda x-(C_1+S_1)\cos\lambda x]\\+e^{\lambda x}[(C_2-S_2)\text{sen}\lambda x+(C_2+S_2)\cos\lambda x]\end{array}}{\begin{array}{c}e^{-\lambda x}[-(C_1+S_1)\text{sen}\lambda x-(C_1-S_1)\cos\lambda x]\\+e^{\lambda x}[-(C_2+S_2)\text{sen}\lambda x+(C_2-S_2)\cos\lambda x]-\mathbf{H}\end{array}}.$$

Queste espressioni introdotte nella formola (II_2), dopo avervi sostituiti i valori delle costanti, risolvono la seconda parte del problema.

ROTAZIONI ELETTROSTATICHE NEI GAS RAREFATTI [1])

Nota di RICCARDO ARNÒ.

(*Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, Vol. XXIX, 1894.

Crookes ha trovato che un gas rarefatto, attraverso al quale è fatta passare, per mezzo di due elettrodi, una scarica elettrica, esercita sopra un molinello, simile a quello di un radiometro, certe azioni, le quali, allorchè le diverse parti dell'apparecchio sono convenientemente disposte, hanno per effetto di produrre una rotazione continua del molinello, quale si avrebbe se le alette del medesimo fossero sollecitate a muoversi dal catodo verso l'anodo [2]).

Questa Nota ha per oggetto l'esposizione di alcune esperienze le quali pongono in chiaro come un fenomeno della stessa natura si possa ottenere sottoponendo il gas rarefatto, nel quale è immerso il molinello, all'azione di un campo elettrico rotante.

Lo stesso metodo, di cui ho già fatto uso altre volte [3]), mi ha servito a produrre il campo rotante necessario per i miei esperimenti, ricorrendo ad una semplice differenza di potenziale alternativa fra due punti fissi, rappresentati dalle estremità della spirale secondaria di un grande rocchetto di Ruhmkorff, privato del commutatore e funzionante quindi come un ordinario trasformatore per correnti alternative.

Per mettere in evidenza il nuovo fenomeno, di cui sto per parlare, non potendo utilizzare gli ordinari radiometri ad alette di mica, poichè su queste, anche quando esse sono contenute entro gas alla pressione ordinaria, si esercitano delle forze, che sono dovute all'azione del campo elettrico rotante sulla mica [4]),

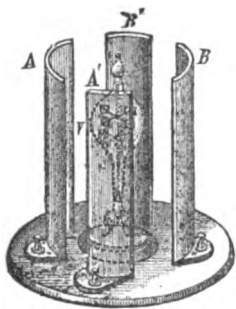
1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrotecnica del R. Museo Industriale italiano in Torino.

2) *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1879, Part. I, p. 152: " Mechanical action of projected molecules ".

3) *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, fascicolo del 16 ottobre 1892, p. 284: " Campo elettrico rotante e rotazioni duvute all'isteresi elettrostatica ".

4) È stato infatti dimostrato (nota sovracitata) che un corpo dielettrico, collocato in un campo elettrico rotante, si trova soggetto ad una coppia, la quale tende a farlo rotare nella direzione del campo stesso.

io sono ricorso, nei miei esperimenti, ad un apparecchio speciale appositamente costrutto, costituito da un molinello *m* a quattro alette sottilissime di ottone, mobile in un palloncino di vetro V contenente dell'aria portata ad un grado estremo di rarefazione [1]). Non è infatti che sperimentando sopra un molinello completamente metallico che io potei essere certo di avere eliminata in modo assoluto qualsiasi azione diretta del campo rotante sulle alette del molinello, e che mi fu quindi dato di verificare con sicurezza i nuovi effetti dovuti alla presenza del gas rarefatto.

Se nello spazio, racchiuso fra due coppie di lastre di rame incrociate A, B, ed A' B', ove vien generato il campo elettrico rotante, si colloca l'apparecchio, di cui ho detto, si osserva, allorchè l'intensità del campo è sufficientemente grande e l'involucro di vetro dell'apparecchio convenientemente essicato, che le alette di ottone prendono a rotare seguendo la rotazione del campo stesso. E se, mentre esse stanno girando in un senso, si inverte la rotazione del campo, anche il molinello metallico, dopo essersi rapidamente fermato, incomincia a rotare in senso inverso.

Nelle mie esperienze, eseguite con una corrente alternativa di frequenza uguale a 40 e con una distanza fra le lastre di 15 centimetri, la differenza di potenziale alternativa efficace, fra le estremità della spirale secondaria del rocchetto, era uguale a circa 7500 volt. In queste condizioni, alle quali corrisponde un campo elettrico rotante con una velocità di 40 giri al 1″ e di intensità uguale a 1,167 unità elettrostatiche C. G. S., il molinello metallico poteva acquistare una velocità di circa 50 giri al 1′.

Ho detto che, a porre in chiaro il nuovo fenomeno, di cui ho parlato, occorre sperimentare sopra molinelli ad alette conduttrici. Ora debbo soggiungere che questa condizione, necessaria per evitare l'azione diretta del campo elettrico rotante sul

1) L'operazione di rarefazione è stata eseguita nella fabbrica di lampade ad incandescenza della Società Italiana di Elettricità sistema Cruto. Alla società stessa, che mise a mia disposizione tutto quanto mi poteva occorrere per le mie esperienze, rendo i più vivi ringraziamenti.

molinello, è anche sufficiente. Apposite esperienze, che io ho instituito, dimostrano infatti che, mentre nell'aria alla pressione ordinaria quattro foglioline di mica incrociate ruotano, come qualunque corpo dielettrico, col campo elettrico, in cui esse sono collocate, nessuna coppia, anche minima, si esercita sopra un molinello intieramente metallico, il quale, anche sospeso in un campo rotante di grande intensità, per mezzo di una bava di seta di diametro piccolissimo e molto lunga, rimane fisso nel campo stesso.

Dirò finalmente che, nelle condizioni in cui ho sperimentato, l'azione del campo elettrico rotante sul gas rarefatto era tale da illuminare uniformemente l'interno del globo di vetro, per modo che, anche sperimentando nell'oscurità la più completa, si poteva distinguere il molinello in rotazione così chiaramente da riescire a contarne il numero dei giri.

Dai risultati suesposti emerge come la causa del fenomeno, di cui è stato detto, si debba attribuire a forze, che si sviluppano nell'interno del palloncino e che vengono indirettamente eccitate da un'azione speciale esercitata dal campo elettrico rotante sul gas rarefatto. Sarebbe appunto in grazia di questa azione che le molecole aree, contenute nell'involucro di vetro racchiudente il molinello, si troverebbero sollecitate, allorchè sottoposte all'influenza del campo rotante, da forze, le quali tenderebbero a trascinare le molecole stesse nella rotazione del campo. E poichè l'aria racchiusa nell'apparecchio è in tale stato di rarefazione che i tratti percorsi da ciascuna molecola, nell'intervallo di tempo compreso fra due suoi successivi incontri colle circostanti, non sono, come nei gas alla pressione ordinaria, estremamente brevi, così si comprende come le molecole gasose, sotto l'influenza del campo elettrico, possano, alla loro volta, reagire sulle alette metalliche del molinello e far quindi nascere, nell'interno del palloncino, una coppia tendente a far rotare il molinello stesso nella direzione del campo.

SUL POTERE TERMOELETTRICO DEGLI ELETTROLITI

Ill.mo Sig. Direttore del Giornale « IL NUOVO CIMENTO ».

In una recente pubblicazione il Sig. H. Bagard (Ann. de Chim. et de Phys. (7) III, 83, 1894) studia le forze elettromotrici termoelettriche fra due soluzioni di sali diversi, oppure fra soluzioni di uno stesso sale ma diversamente concentrate. Risulta dalle ricerche di questo fisico che gli elementi termoelettrici costituiti da liquidi sono soggetti alle stesse leggi che reggono i fenomeni termoelettrici nei metalli; così giunse alla conclusione che vale per questi elementi la *legge dei corpi intermediarii;* che anche questi elementi presentano un *punto neutro* ed *una temperatura di inversione* ecc. A queste stesse conclusioni ero già pervenuto anch'io in un lavoro di data molto anteriore nella quale studiai appunto il potere termoelettrico nelle soluzioni di elettroliti diversi oppure nelle soluzioni dello stesso elettrolita [1]). Di più in un lavoro posteriore a questo [2]) giunsi anche a conclusioni perfettamente uguali anche nello studio del potere termoelettrico degli elettroliti allo stato solido. Nello stesso tempo pertanto che mi compiaccio di vedere riconfermati dal Sig. Bagard i risultati da me ottenuti, mi permetto di osservare che una parte fra quelli relativi agli elettroliti in soluzione non erano ancora noti quando io pubblicai il mio primo lavoro, e che nessuna ricerca, prima della mia era stata eseguita per gli elettroliti allo stato solido.

Ringraziandola dell'ospitalità accordatami, colgo l'occasione per protestarmi della S. V. Ill.ma

Devotissimo

Dott. SILVIO LUSSANA.

Dall' Istituto Fisico dell' Università di Padova, Novembre 1894.

1) S. Lussana — Ricerche sperimentali sul potere termoelettrico negli elettroliti (*A. Is. Ven.* (7) 4, 477, 1892-93; *N. Cim.* (3) 34, 1893; *Beib.* 17, 662, 1893).

2) S. Lussana — La termoelettricità negli elettroliti allo stato solido — Influenza di una trasformazione molecolare (*A. Ist. Ven.* (7) 4, 1489, 1892-93; *N. Cim.* 35, 126, 1894; *Beib.* 18, 372, 1894).

UN NUOVO ELETTROMETRO IDIOSTATICO ASSAI SENSIBILE

del prof. AUGUSTO RIGHI.

(Largo sunto della Memoria pubblicata nell'*Acc. delle Scienze dell' Ist. di Bologna* 1894).

Il prof. Righi ha ideato e costruito un elettrometro idiostatico per usi in cui si richiede una sensibilità assai grande.

La figura 1 mostra schematicamente le parti principali del nuovo elettrometro, disegnate però, per chiarezza, a distanze reciproche assai esagerate. Un disco d'alluminio orizzontale ed assai sottile AB, ha un foro nel centro di 1,1 c. di diametro, e due larghe finestre opposte in forma di settori, *abcd*, *a' b' c' d'*. I raggi degli archi *bc*, *b'c'* è di 3,5 c. e quello degli archi *ad*, *a'd'* di 0,85 c., mentre l'angolo che fanno *ab* con *a'b'* oppure *cd* con *c'd'* è di 60°. Al disopra si trova un ago di alluminio CD avente la forma di due settori opposti di 60° riuniti da un dischetto centrale di 1,2 c. di diametro. Esso è portato da una sospensione bifilare, simile a quella di un elettrometro di Mascart. Il raggio di curvatura degli archi *ef*, *e'f'* è un po' maggiore di quello degli archi *bc* e *b'c'*, e cioè 3,75 c.

L'ago è collocato alla più piccola distanza possibile dai settori del disco AB, ed anzi, quando è nella posizione di riposo, uno dei suoi lati rettilinei *e'f* oppure *ef'* corrisponde presso a poco alla bisettrice dell'angolo formato da *bc'* con *b'c*.

Il filo di platino verticale, lungo 8,8 c. al quale l'ago è fissato, passa pel foro centrale (diametro 1,15 c.) d'un disco metallico orizzontale EF, avente 9,4 c. di diametro, posto sotto AB a piccolissima distanza; la sua estremità inferiore, che è leggermente schiacciata, pesca nell'acido solforico concentrato posto in un vaso di vetro, e che ha il triplice scopo, di mantenere secca l'aria che circonda i dischi, di stabilire comunicazione stabile fra l'ago ed i settori fissi *bb'*, *cc'*, e di smorzare le oscillazioni dell'ago. Le deviazioni di questo sono lette al modo solito per mezzo d'uno specchietto S fissato sul filo di platino [1]). Nel

1) Per preparare i piccoli specchi degli strumenti a riflessione, ho l'uso di argentare un gran numero di piccoli vetri copri-oggetti di forma circolare, e di 1 c. o anche

mio apparecchio l'intero sistema sospeso, e cioè ago, filo di platino e specchio, non pesa che 1,2 gr.

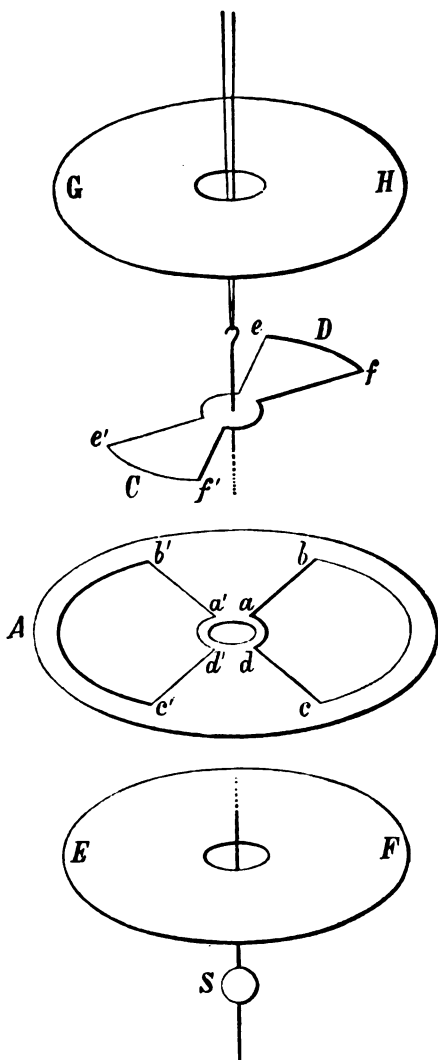



Fig. 1.

Infine, al disopra dell'ago mobile trovasi un disco metallico GH orizzontale, eguale in tutto al disco EF, se non chè mentre questo è fisso, l'altro può esser collocato a varie altezze a cominciare da una distanza piccolissima dall'ago mobile, sino a circa 2 c.

I due dischi EF, GH in generale comunicano fra loro e colla cassa metallica che circonda le parti dell'istrumento già descritte, e formano una delle armature del condensatore considerato più sopra. I settori fissi del disco AB e l'ago, sempre comunicanti fra di loro, costituiscono la seconda armatura. Se esiste una differenza di potenziale fra i due sistemi conduttori, l'ago devia, e la deviazione è sensibilmente proporzionale al quadrato di questa differenza di potenziale. La sensibilità sarà tanto mag-

meno di diametro, scegliendo i pochi veramente piani col provarli uno ad uno per mezzo di una scala e di un cannocchiale. Siccome però i vetri ben piani sono rarissimi, così ho trovato comodo fare una prima cernita, osservando le frangie d'interferenza che mostrano allorchè, collocati sopra una lastra di vetro ben piana, vengono illuminati colla luce del sodio. Con un po' di pratica si riesce così rapidamente a riconoscere quelli che sono quasi piani, che soli vengono poi inargentati.

giore, quanto più vicini fra loro si saranno messi i due fili di sospensione, e quanto più piccole si saranno ridotte le distanze fra i dischi e i settori.

Questo modo d'adoperare l'elettrometro, che indicheremo come metodo *a*), è quello che conduce alla massima sensibilità, ma non è il solo che si possa impiegare. Esiste, per esempio, un metodo *b*) che dà minor sensibilità, e che consiste nel mettere il disco inferiore EF, non già in comunicazione col disco superiore, ma bensì coi settori fissi e coll'ago.

In questo caso si può considerare come nulla la densità elettrica sulle faccie inferiori dei settori e dell'ago. La deviazione è allora prodotta solo dalla carica delle faccie superiori, la quale a parità di potenziali diminuisce se il disco superiore viene portato più in alto. La sensibilità dello strumento si renderà quindi di più in più piccola sollevando il disco superiore. Un semplice commutatore permetterà di passare istantaneamente dal metodo *a*) al metodo *b*), ciò che sarà assai vantaggioso quando abbiansi a misurare potenziali di grandezze assai differenti. Una volta che in ciascuno dei 2 metodi si sia misurata la deviazione prodotta da una nota differenza di potenziale (p. es. quella che fornisce una pila campione) si calcolerà la costante K dello strumento, che entra nella formola $V = K\sqrt{\alpha}$, la quale stabilisce la relazione fra le deviazioni lette α e le differenze di potenziale V che le producono. Si potrà ammettere che α sia espressa in millimetri della scala, giacchè le deviazioni angolari non sono mai troppo grandi.

La fig. 2 mostra l'apparecchio completo, e coll'aggiunta di pochi schiarimenti varrà a darne un'idea esatta. In questa figura l'elettrometro è rappresentato senza una parte del manicotto cilindrico di metallo che lo chiude, la quale è movibile, e rappresentata a parte in X. Questo manicotto porta cinque finestre *a*, *b*, *c*. . . . chiuse da vetri, e destinate a lasciar vedere nell'interno, come pure la finestra *f*, chiusa da una lastra di vetro a faccie ben parallele, destinata alle letture.

La base circolare d'ottone A, sostenuta da tre piedi d'ebanite che terminano in viti di livello, porta un serrafilo B ed ha una larga apertura centrale, alla quale si applica dal disotto un coperchio metallico che porta il vasetto dell'acido solforico V. Intorno a questo sorgono sei colonnette di vetro verniciato, tre

delle quali sostengono il disco inferiore (quello cioè segnato EF nella fig. 1).

L'asticella d'ottone C terminata da serrafilo, che arriva fuori dal manicotto, comunica con questo disco. Le altre tre colonnette sostengono un anello d'ottone comunicante col serrafilo D e fatto di due pezzi posti l'uno sull'altro e stretti assieme con viti. Fra questi due semianelli è stretta la lamina di alluminio frastagliata in modo da costituire i settori fissi (rappresentata con AB nella fig. 1). Resta facile il rego-

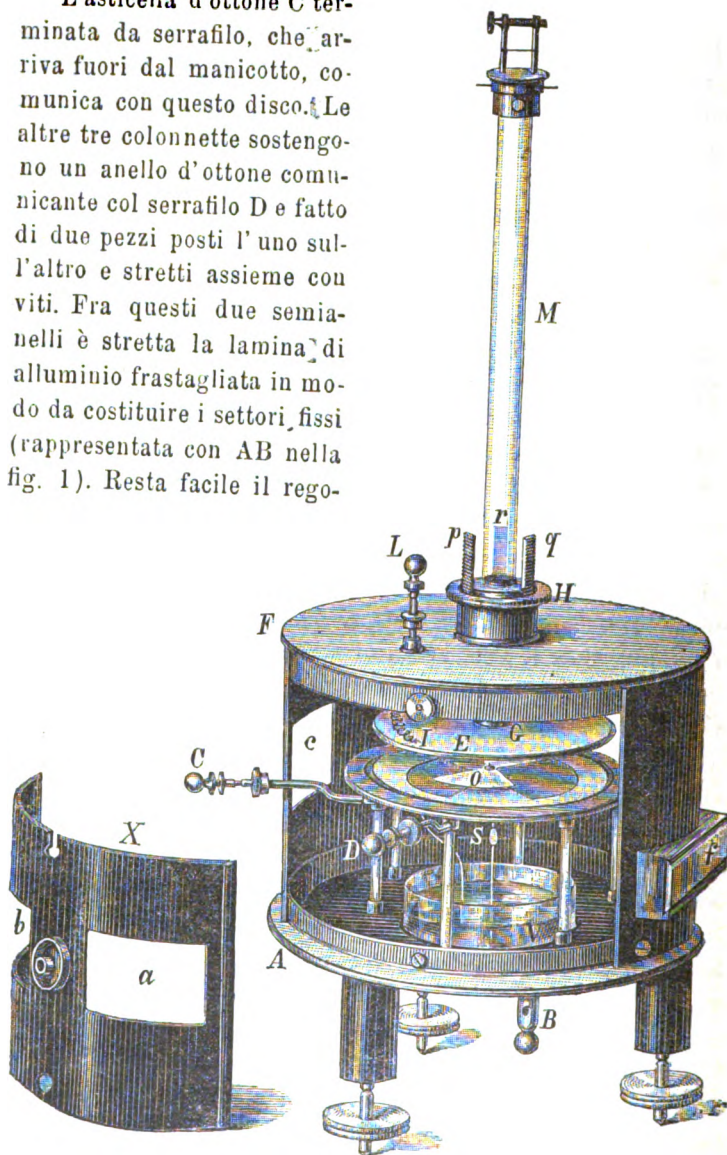



Fig. 2.

lare la distanza fra il disco inferiore ed i settori fissi, e renderla piccola quanto si vuole, giacchè le tre colonnette non sono fissate direttamente sulla base A, ma bensì appoggiate su tre molle che tendono a sollevarle, mentre esse possono essere tirate in basso per mezzo di madreviti che sporgono sotto la base e che ingranano con viti fissate sul prolungamento delle colonnette.

Il disco metallico superiore E (quello indicato con GH nella fig. 1) è rappresentato nella fig. 2 alquanto sollevato sui settori, onde questi siano ben visibili. Esso è sostenuto da un tubo di vetro verniciato G, nell'interno del quale passano liberamente i fili di sospensione. Questo tubo non è fissato al coperchio dell'istrumento, ma è invece portato da un largo tubo d'ottone lavorato esternamente a vite e tagliato longitudinalmente in guisa da ridursi a tre strisce equidistanti *p*, *q*, *r*. Facendo girare la madrevite H si può allora alzare od abbassare il disco, che un sottile filo metallico I mantiene in comunicazione col serrafilo L, fissato al coperchio coll'intermezzo d'una colonnetta di vetro verniciato. Nella fig. 2, S è lo specchietto ed M un tubo di vetro alto circa 20 c., che sostiene il piccolo congegno per l'attacco dei fili di sospensione, il quale è così costruito da permettere di variare facilmente l'altezza dell'ago, la distanza dei due fili alla loro estremità superiore, e l'orientazione del loro piano.

Onde l'elettrometro possa dare una sensibilità assai grande, occorre, come si è già notato, che i settori siano ben piani e sottili, e che i due dischi siano paralleli ai settori, ed a distanza piccolissima da questi. Per soddisfare il meglio possibile a queste esigenze, si operò nel modo seguente.

I settori fissi e l'ago furono fatti con lastra d'alluminio sottilissima. Si resero piani comprimendoli fra lastre di ferro a faccie piane, che vennero fortemente riscaldate, e poi lasciate raffreddare lentamente. Per montare l'istrumento si cominciò col verificare la posizione del disco inferiore, ponendo sul tornio la base dell'istrumento, e rammollendo il mastice col quale il disco stesso è fissato alle sue colonnette. Dopo ciò, conveniva far in modo che il disco superiore fosse ben parallelo al disco inferiore. A questo scopo si collocò l'apparecchio nella sua posizione normale, senza però mettere in posto l'ago ed i settori fissi, si abbassò il disco superiore. Allora si rammollì con una piccola fiamma

il mastice col quale il disco superiore è attaccato al suo sostegno, sinchè esso si adagiasse liberamente sul disco inferiore. Allora vennero messi in posto i settori fissi, e agendo sulle tre madreviti annesse alle colonnette che li sostengono, si ridusse la distanza fra il disco inferiore e settori, la più piccola possibile, forse un decimo di millimetro all'incirca.

Per rendere facile tale operazione si stabilì un circuito elettrico contenente una pila ed un galvanometro, che si chiudeva se avveniva contatto fra i settori ed il disco.

Dopo ciò non restava che assicurarsi che l'ago, liberamente sospeso, fosse col suo piano in posizione rigorosamente orizzontale. A questo intento l'ago veniva sospeso al disopra d'una lastra di vetro ben piana, avente un foro per lasciar passare il filo di platino cui l'ago è fissato, e disposta in piano perfettamente orizzontale. Era facile allora far sì che l'ago potesse essere anch'esso orizzontale, tanto da poter liberamente oscillare a distanza estremamente piccola dal vetro.

Una volta montato l'apparecchio, prima di adoperarlo bisogna far sì che sieno orizzontali i dischi, e ciò per mezzo delle tre viti di livello, osservando che il filo di platino si trovi nell'asse dei fori dei due dischi. Ciò fatto si abbassa l'ago il più che è possibile, come pure il disco superiore, se si vuol raggiungere la massima sensibilità. Il modo migliore di procedere è il seguente. Si abbassa l'ago mentre oscilla finchè s'arresta bruscamente toccando i settori, poi lo si solleva lentamente sinchè riprende spontaneamente le sue oscillazioni. Analogamente si opera per avvicinare per quanto è possibile il disco superiore all'ago.

Uso dello strumento. — Se l'elettrometro viene adoperato per potenziali non tanto piccoli, e perciò si adotta la disposizione *b*), per la quale il disco inferiore comunica coi settori fissi e coll'ago, non si ha altro a fare che determinare la costante K della formola $V = K\sqrt{\alpha}$ per mezzo d'una forza elettromotrice nota, per adoprare poi la stessa formola a determinare un nuovo potenziale V. La diversità di natura dei settori e dei dischi, anche se sono fatti con metalli diversi, non dà luogo ad errori sensibili. Ma se al contrario i potenziali da misurare sono piccolissimi, cioè minori anche assai di 1 Volta e si adotta la disposizione *a*), allora la differenza di potenziale di contatto fra

dischi e settori non può essere trascurata. Questa differenza di potenziale non si può supporre nulla a priori, neppure se i dischi ed i settori si sono costruiti con un medesimo metallo, per es. tutti in alluminio.

In quest'ultimo caso la differenza di potenziale V è data dalla formola

$$V = K\sqrt{\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}},$$

dove α_1 e α_2 sono le due deviazioni che produce la forza elettromotrice V messa in relazione coll'istrumento prima in un senso poi in un senso opposto; e K è la costante dello strumento che si può determinare col mezzo di una forza elettromotrice nota V' usando la medesima formola.

Sensibilità. — Adoprando la sospensione bifilare con la disposizione *a*), la differenza di potenziale di una 1 Volta dava nell'apparecchio costruito nel laboratorio del Prof. Righi, una deviazione di circa 51 millimetri della scala collocata a 5 metri dall'apparecchio. Sostituendo alla sospensione bifilare quella a filo di quarzo, si ottenne colla differenza di potenziale di 1 Volta una deviazione di 400 millimetri. Però in quest'ultimo caso la durata delle oscillazioni dell'ago era diventata grandissima, tantochè bisognava aspettare molti minuti prima di fare una lettura.

Colla disposizione *b*) la sensibilità è minore che colla disposizione *a*); essa può servire quando si abbiano a misurare potenziali superiori a 4,5 Volta.

SULLA LEGGE DELLE TENSIONI SUPERFICIALI DELLE SOLUZIONI

di VIRGILIO MONTI.

(Largo sunto).

L'A. comincia dal ricordare i più importanti lavori fatti dai fisici che si sono occupati di stabilire una relazione fra la tensione superficiale di una soluzione e la sua composizione.

L'A. nel riferire le esperienze di Jaeger (*Wien. Ber.* 100, 1891) il quale partendo da considerazioni teoriche pervenne alla

conclusione che, per soluzioni diluite, l'aumento della costante capillare, all'aumentare della concentrazione è proporzionale alla pressione osmotica, dice che le esperienze di Jaeger hanno il difetto di riferirsi quasi esclusivamente a liquidi elettrolitici, il cui grado di dissociazione non si può fissare che in modo sempre un po' arbitrario.

Perciò l'A. fece un gran numero d'osservazioni sulle soluzioni acquose di sostanze organiche e precisamente mannite, glucosio, zucchero di latte, salicina, fenolo ed alcool.

Riporta però i risultati ottenuti colle tre ultime sostanze.

La salicina abbassa la tensione superficiale dell'acqua. — L'A. riscontra ciò tanto col metodo dei tubi capillari, quanto con quello delle goccie cadenti.

I tubi capillari adoprati erano 2, A e B scelti fra quelli che presentavano una sezione più costante. Su ciascuno di essi vi è una tacca alla quale si riportava in ogni esperienza il livello del liquido. Prima di usarli l'A. li teneva dodici ore immersi nell'acqua distillata e quando doveva determinare la tensione superficiale li teneva altre dodici ore in tale soluzione. Le letture le faceva con un catetometro. Le densità dei liquidi le determinava con un dilatometro della capacità di circa 20 cm³, a stelo capillare.

Ecco i risultati ottenuti con due soluzioni di salicina: m indica il numero delle molecole contenute in 1 litro di soluzione; δ la densità; α la tensione superficiale, essendo assunta uguale ad 1 quella dell'acqua a 18°.

$$m = {}^1/_8\,;\ \delta_{16} = 1{,}010\,;\ \alpha_{18} = 0{,}968\ (\text{tubo A})\,;\ 0{,}964\ (\text{tubo B})$$

$$m = {}^1/_{16}\,;\ \delta_{17\cdot 2} = 1{,}005\,;\ \alpha_{17\cdot 2} = 0{,}982\ (\text{tubo A});\ 0{,}987\ (\text{tubo B}).$$

Metodo delle goccie cadenti. — P è una pipetta di vetro, la quale porta due tacche sopra e sotto alla bolla. La parte inferiore è impegnata in un tappo di gomma che chiude a perfetta tenuta un bicchierino di vetro. Attraverso il tappo passa pure un tubo di vetro t che fa comunicare l'aria interna al bicchierino con quella di una pera di caucciù C per mezzo di un tubo di gomma. La pera può comprimersi più o meno con una vite V. Il liquido della pipetta sgorga, goccia a goccia nel bicchierino.

Lo sgocciolamento si può regolare girando la vite V in modo che divenga uniforme. La pipetta forma un tutto ben saldo col bicchierino e col tubo *t*, e si sospende nel mezzo d'un gran bicchiere di vetro pieno d'acqua, dove si trova l'agitatore ed il termometro. Il metodo consiste nel paragonare il numero di goccie che cadono nel bicchierino, mentre il livello del liquido scende dalla tacca superiore all'inferiore, col numero di goccie che darebbe nelle stesse condizioni l'acqua pura; e poi dedurne il rapporto fra le tensioni superficiali tenuto conto delle densità rispettive. Il numero delle goccie dev'essere piuttosto grande p. es. 300.

I risultati ottenuti furono i seguenti:

$$m = {}^{1}/_{12}\,;\ \delta_{16\cdot5} = 1{,}006\,;\ \alpha_{17\cdot0} = 0.980$$
$$m = {}^{3}/_{16}\,;\ \delta_{17\cdot0} = 1{,}005\,;\ \alpha_{17\cdot0} = 0.929$$
$$m = {}^{1}/_{8}\,;\ \delta_{16\cdot0} = 1{,}010\,;\ \alpha_{18\cdot4} = 0{,}963.$$

Una soluzione alcoolica satura di salicina mostrò ancora una tensione superficiale inferiore a quella dell'alcool.

Una soluzione in acido acetico non presentò alcuna differenza dall'acido puro, e ciò secondo l'A. è dovuto forse alla debole solubilità della salicina in quel solvente.

Passa ai risultati ottenuti col fenolo. — Per preparare le soluzioni di fenolo introduceva in un bicchiere tarato una certa quantità di sostanza e ve la lasciava riposare qualche tempo. Decantava quindi con gran cura, pesava la parte solida rimasta e la scioglieva nell'acqua.

Una prima soluzione di fenolo ($m = 0{,}558$) diede col metodo delle goccie, a temperatura ordinaria $\alpha = 0{,}540$; a 48°.8 $\alpha = 0{,}517$. L'effetto dunque del fenolo si presenta nello stesso senso che quello della salicina e molto più forte.

Per accertarsi se la diminuzione di tensione si sarebbe verificata ancora a diluizione più forte, ricorse al metodo proposto da Jaeger.

A e B sono due tubi capillari di diverso diametro, A è fisso, B si può alzare o abbassare. Pescano entrambi nel liquido da studiare dove è anche ammesso il bulbo d'un termometro. Per la parte superiore i tubi A e B comunicano rispettivamente con due tubi di gomma che vanno ad un tubo di vetro fatto a T

d'onde un terzo tubo di gomma va ad una pera di caucciù disposta come nell'apparecchio precedente. Si regola l'altezza di B finchè l'aria proveniente dalla compressione della pera esca indifferentemente dai due tubi. Indicando con h lo slivello fra le due estremità inferiori di A e B, con δ la densità del liquido, la tensione superficiale è data da

$$\alpha = c \frac{h\delta}{1+\beta\delta}$$

dove c β sono costanti dell'apparecchio.

Le costanti le determinò per mezzo di esperienze sull'acqua e sull'acetone e si accertò del buon funzionamento adoperandolo a determinare le tensioni superficiali di una serie di mescolanze acqueo-alcooliche.

Per una soluzione di fenolo corrispondente a $m = 0{,}032$, cioè estremamente diluita, se si considera il debole peso molecolare del fenolo, diede a $19^\circ{,}8$ $\alpha = 0{,}960$ ed a 40° $\alpha = 0{,}923$.

Anche a diluizione molto forte, il fenolo abbassa dunque la tensione superficiale dell' acqua.

Per l'alcool questo fatto, a moderata diluizione, è noto da molto tempo, ma l'A. volle provare se si verificasse pure con diluizione fortissima.

L'A. ha usato dei tubi capillari di diametro molto diverso, tanto che perchè l'uscita dell'aria avesse luogo indifferentemente dall'uno o dall'altro era necessario che h fosse di circa 14 cm. Ottenuto che nell' acqua pura l'uscita dell'aria si effettuasse indifferentemente dai due tubi capillari, sostituì l'acqua con mescolanza alcoolica in cui $m = 0{,}051$ ed ha dovuto subito diminuire lo slivello.

Il caso di sostanze che come la salicina e il fenolo, facciano in soluzione fortemente diluita, diminuire la tensione superficiale dell'acqua, è in contraddizione colla legge di Jaeger; perchè lo zucchero ed i sali fanno invece aumentare quella tensione.

Questa legge perciò non pare abbastanza stabilita. E l'A. si rende conto, fino ad un certo punto, in questo modo. La tensione superficiale di una soluzione dipende dalle forze molecolari che agiscono tra molecola e molecola del solvente, tra molecola e

molecola della sostanza disciolta e tra le molecole di questa e quelle del solvente. Le azioni tra molecola e molecola del solvente non sono forse le stesse quando il solvente è puro e quando contiene qualche sostanza disciolta. Cosicchè nel calcolare l'aumento molecolare dovuto a una certa sostanza, è, per avventura, troppo superficiale procedimento sottrarre dalla tensione superficiale della soluzione quella del solvente. Per calcolare rettamente quell'aumento, bisognerebbe forse, se fosse possibile, sottrarre dalla tensione superficiale della soluzione quella che compete al solvente, non già puro, ma modificato dalla presenza della sostanza disciolta.

Sui *Compt. Rendus* del Maggio 1894 comparve una Nota di H. Sentis sulla tensione superficiale delle soluzioni saline. Il Sentis considera la quantità φ data dalla formula

$$\varphi = F - \frac{100 - n}{200} \frac{f}{\sqrt[3]{\frac{v}{u}}}$$

dove f è la tensione superficiale dell'acqua in dine per cm.; F quella della soluzione alla stessa temperatura; v è il volume di un miscuglio di n molecole saline con $100 - n$ molecole acquose, e u quella di 100 molecole nell'acqua pura. Il Sentis trova che $\varphi|n$ per uno stesso sale è indipendente dalla concentrazione; e se si considerano sali diversi si vede che $\varphi|n$ ha per ogni sale un valore presso a poco uguale al prodotto di 0,8 per il numero complessivo di radicali elettropositivi ed elettronegativi che compongono la molecola. L'A. determina il valore di φ/n per soluzioni acquose non elettrolitiche. Il risultato fu soddisfacente benchè φ/n per qualche sale oscilli fortemente al variare della concentrazione. Tali oscillazioni, dice l'A. vanno probabilmente attribuite in primo luogo al grado di prima approssimazione delle considerazioni teoriche che servono di base alla legge di Sentis ed in secondo luogo a errori sperimentali inevitabili nelle determinazioni così delicate della tensione superficiale. La legge di Sentis secondo la quale φ/n non varia al variare della concentrazione, secondo l'A. pare che si possa estendere alle sostanze non elettrolitiche entro quei limiti fra i quali si applica ai sali me-

tallici, ma mentre per questi una relazione grossolana fra ϕ/n e la composizione molecolare si può facilmente stabilire, per quelle sfugge completamente.

O. De Candia.

RIVISTA

Comptes Rendus, Settembre e Ottobre 1894.

10. — De Nicolaieff. *Su due metodi per lo studio delle correnti nei circuiti aperti e delle correnti di spostamento nei dielettrici e negli elettroliti* (pp. 469-471). — Col primo metodo l'A. studia le deviazioni che i corpi in esame subiscono in un campo magnetico costante o alternato. I corpi in forma di anelli o di dischi, sono sostenuti per mezzo di una sospensione bifilare fra i due poli di una elettrocalamita, fra i quali si genera un campo magnetico costante o alternato quando si fanno percorrere i rocchetti relativi da una corrente continua o alternata.

Col secondo metodo si producono le correnti negli anelli, disposti normalmente all'asse dei nuclei, spostando uno dei nuclei stessi parallelamente a se stesso.

Il numero di misure fatte è però ancora piccolo per potere accettare interamente i resultati che ne conseguirebbero.

11, 12. — J. De Kowalski. *Sul miscuglio dei liquidi* (pp. 512-513). — Le esperienze dell'A. hanno lo scopo di verificare fino a qual punto sia giusta la teoria del Van der Waals sulla miscibilità dei liquidi (*Zeitschrift f. ph. Chemie* t. V), secondo la quale essi possono mescolarsi sotto una certa pressione sufficientemente grande. L'A. è tratto dai suoi resultati a supporre che al disotto di una data temperatura sia impossibile ottenere una mescolanza completa per compressione.

13. — Raoul Pictet. *Ricerche sperimentali sull'influenza delle basse temperature sui fenomeni di fosforescenza* (pp. 527-529). — L'A. ha trovato che i corpi fosforescenti nei quali sia eccitata la luminosità con l'esposizione alla luce solare perdono bruscamente la luminosità stessa quando siano portati a temperature molto basse, e la riacquistano quando, pur mantenuti nell'oscurità, tornano gradatamente a riscaldarsi. L'A. si propone di proseguire queste ricerche.

V. Schaffers. *Sulla teoria della macchina Wimshurst* (pp. 535-537). — L'A. ha trovato che trasformando la macchina di Wimshurst ordinaria nel modo che ora diremo si raddoppia la quantità di elettricità che essa può fornire e si ottiene un funzionamento perfettamente costante. Il tipo di macchina dell'A. consiste in due dischi identici a quelli del tipo ordinario; davanti ad uno dei dischi sono montati due pettini isolati e davanti all'altro due pettini la cui direzione fa un angolo di 60° con quella dei precedenti. I pettini di sinistra sono collegati con un elettrodo, quelli di destra con l'altro; e tutti e quattro sono muniti di strofinatori. Infine a 30° o 35° dai pettini di ogni disco, nel senso della rotazione, si trova un conduttore diametrale munito di punte.

L'A. osserva poi che anche il nuovo modello di macchina Wimshurst, costruito dal Bonetti, è suscettibile degli stessi perfezionamenti.

14. — Raoul Pictet. *Influenza delle basse temperature sulle leggi della cristallizzazione* (pp. 554-557). — La fissità della temperatura di un liquido che cristallizza, durante tutto il tempo della sua cristallizzazione è, com'è noto, un fatto generale quando il liquido è omogeneo e puro. L'A. peraltro ha dovuto costatare delle anomalie notevoli nella cristallizzazione di liquidi a basse temperature: simili anomalie esso ha riscontrato nel cloroformio puro, nell'acido solforico a vari gradi di concentrazione, nell'acido cloridrico, nell'alcool più o meno diluito.

L'A. prende a considerare una provetta di vetro piena di liquido immersa in un ambiente freddo a temperatura più bassa del punto di cristallizzazione del liquido in studio, e distingue i due casi che il liquido e i suoi cristalli siano adiatermani per il calore oscuro, o che siano diatermani. Esso mostra col ragionamento che nel primo caso si deve avere la perfetta fissità della temperatura durante la cristallizzazione, nel secondo caso invece soltanto la superficie di contatto fra il liquido e i cristalli è alla temperatura vera di cristallizzazione; ma a partire da questa superficie di separazione la temperatura si abbassa rapidamente nell'interno dello strato dei cristalli già formati e sale nell'interno del liquido. Maggiore è il divario fra la temperatura dell'ambiente freddo e il punto di cristallizzazione del liquido, e maggiore è pure la differenza fra la temperatura del liquido al centro della provetta e il punto di congelazione; il liquido indicando una temperatura sensibilmente più elevata. E poichè al disotto di — 70° tutti i corpi divengono diatermani, per avere la vera temperatura di cristallizzazione dei liquidi al disotto di — 50°, bisogna regolare la temperatura dell'ambiente freddo al *limite superiore* e far cristalliz-

zare lentissimamente. Appena si *abbassa* la temperatura dell' ambiente si vede *elevarsi* immediatamente quella del liquido, e dare delle indicazioni false.

15. — R. Blondlot. ***Sulla propagazione delle onde elettromagnetiche nel ghiaccio e sul potere dielettrico di questa sostanza*** (pp. 595-597). In questa Nota l' A. descrive le esperienze fatte per verificare se anche pel ghiaccio, che secondo le ricerche del Bouty avrebbe un potere dielettrico eguale a 78, e quindi un comportamento assai diverso dagli altri dielettrici, sussista la proposizione enunciata dall' A. in una Nota precedente che « La lunghezza « delle onde che un oscillatore elettromagnetico è suscettibile di « emettere resta la stessa qualunque sia il mezzo isolante nel quale « l' esperienza è fatta, ossia che la lunghezza d' onda dipende « soltanto dalle dimensioni dell' oscillatore. » Il metodo seguito, salvo poche modificazioni necessarie, è identico a quello già adottato per l' essenza di trementina e per l' olio di ricino, precedentemente studiati, ed ha dato l' identico resultato. In conseguenza l' A. l' ha adoperato per la determinazione del potere dielettrico che ha trovato eguale a 2.

A. Perot. *Sul potere dielettrico del ghiaccio* (p. 601). — L' A. corregge in questa Nota un errore in cui era incorso nel calcolo della costante dielettrica del ghiaccio, determinata precedentemente per mezzo delle oscillazioni elettriche, e stabilisce per essa il valore 2,04, molto vicino a quello trovato dal Blondlot.

16. — A. Crova. *Sul grado di incandescenza delle lampade* (pp. 627-630). — L'A. per determinare il grado di incandescenza delle lampade adotta il metodo da lui proposto e raccomandato dal Congresso degli Elettricisti del 1889 [1]). Egli ha portato il suo esame sopra lampade elettriche ad arco e ad incandescenza, sopra lampade a gas intensive, sopra becchi Auer e Bengel, e finalmente sul campione Carcel e perviene alle seguenti conclusioni :

1.° Facendo crescere, in uno stesso becco a idrocarburi, la quantità di combustibile bruciato all' ora il rendimento luminoso aumenta, ma il grado di incandescenza diminuisce leggermente, fino ad un rendimento massimo che non si deve oltrepassare.

2.° Per le lampade nelle quali la sostanza refrattaria portata all' incandescenza ha un valore fisso e indipendente dalla consumazione di combustibile, il massimo di rendimento corrisponde alla quantità minima di combustibile che si deve bruciare per ottenere il grado d' incandescenza massimo.

1) Compt. rend. des travaux du Congrès international des Electriciens en 1889, p. 210.

RAOUL PICTET. *Ricerche sperimentali sulla congelazione dell'acido solforico a differenti gradi di concentrazione* (pp. 642-645). — L'A. per verificare la legge generale da lui enunciata, che tutte le reazioni chimiche devono cessare a bassa temperatura, ha intrapreso lo studio della composizione degli acidi energici che conservano lo stato liquido a bassissime temperature, cominciando dall'acido solforico. Esso ha rappresentato l'andamento del fenomeno con una curva.

17. — H. PELLAT. *Forza agente alla superficie di separazione di due dielettrici* (pp. 675-678). — Definendo una quantità di elettricità sperimentalmente (bilancia di Coulomb, cilindro di Faraday) le leggi di Coulomb non sono più applicabili quando più dielettrici di natura differente esistono nel campo. L'A. mostrerà in una prossima Nota come si possono stabilire, in questo caso, tutte le relazioni conosciute dell'elettrostatica, senza fare uso della nozione di forza agente a distanza e senza fare ipotesi, e darà in particolare quelle di cui fa uso in questa Nota, nella quale mostra analiticamente che alla superficie di separazione di due dielettrici risiede una *forza normale alla superficie stessa, e diretta nel senso in cui il potere induttivo specifico diminuisce*; il valore f di questa forza, per unità di superficie, è dato da

$$f = \frac{K_1 \Phi_1^2 \cos 2\alpha_1}{8\pi} - \frac{K_2 \Phi_2^2 \cos 2\alpha_2}{8\pi}$$

dove α_1 ed α_2 sono gli angoli che la normale fa con la direzione del campo, Φ_1 e Φ_2 le intensità del campo da una parte e dall'altra della superficie di separazione.

Questo resultato, ottenuto senza fare ipotesi, è identico a quello che si può dedurre dalle ipotesi di Maxwell. L'A. ha già fatto delle verificazioni sperimentali di cui darà conto prossimamente.

RAOUL PICTET. *Ricerche sperimentali sul punto di congelazione delle differenti mescolanze di alcool e di acqua* (pp. 678-682). — L'A. prosegue lo studio, già intrapreso da tempo di serie di miscugli diversi formati metodicamente per fissare la variazione del punto di cristallizzazione secondo le proporzioni dei vari costituenti. In questa Nota riporta i risultati ottenuti per una serie di miscugli di alcool e di acqua a diversi gradi di concentrazione, rappresentando con due curve il legame fra i valori del punto di cristallizzazione e quelli della percentuale del miscuglio rispettivamente in alcool in relazione all'acqua e inversamente. L'esame di queste curve è molto interessante perchè mostra che il liquido si può considerare, nei vari gradi di concentrazione, come una serie di soluzioni di idrati di alcool.

18. — L. Thomas. *Sulla costituzione dell' arco elettrico* (pp. 728-730). — L' A. riporta in questa Nota i risultati di uno studio fatto sull' arco elettrico per mezzo dello spettroscopio.

A. Ponsot. *Relazione fra le tensioni massime di vapore dell' acqua, del ghiaccio, e di una soluzione salina al suo punto di congelazione* (pp. 731-733). — Alla temperatura di congelazione di una soluzione, quando essa non sopporta altra pressione che quella del suo vapore, questa pressione è uguale alla tensione massima del vapore di ghiaccio. Occorre dunque trovare una relazione fra le tensioni massime dei vapori d' acqua e di ghiaccio ad una stessa temperatura. Ed è appunto questa relazione che l' A. stabilisce analiticamente nella presente Nota.

A. Bartorelli.

The Physikal Review. New York, Vol. 2, N.° 2. Settembre-Ottobre 1894.

G. W. Pierce. *Scariche attraverso a dielettrici* (pp. 99-111). — L'A. ha fatto delle altre esperienze su questo argomento, producendo delle scariche attraverso a varie qualità di paraffina allo stato solido o liquido; ed è giunto alla stessa conclusione già riferita nel *N. Cim.*, vol. XXXV, p. 40, 1894: cioè che la differenza di potenziale necessaria a produrre la scarica cresce proporzionalmente alla grossezza.

Inoltre, da alcune osservazioni fatte sulla paraffina fusa, l' A. è condotto ad ammettere che la differenza di comportamento degli aeriformi, rispetto ai solidi e ai liquidi, dipenda da un fenomeno di convezione.

H. S. Weber. *Teoria generale delle lampade ad incandescenza* (pp. 112-121). — Fino ad ora furono fatti dei tentativi puramente empirici per determinare una relazione fra la quantità di luce emessa da una lampada ad incandescenza e le sue costanti elettriche. L' A., dopo avere ricordato le conclusioni a cui giunsero varii elettricisti (Jamieson, Voit, Hess, Slotte) soggiunge che per risolvere definitivamente il problema conviene tener conto dell'elemento più importante, cioè della temperatura del filamento.

In seguito a molte ricerche l'A. è giunto a stabilire alcune formule, che ritiene esprimano tutti i fenomeni delle lampade ad incandescenza.

A. C. Crehore. *Un metodo opportuno per registrare l' intensità di correnti variabili* (pp. 122-137). — L'A. si propone di risolvere il seguente problema, del quale altri si sono pure occu-

pati: « trovare un metodo per misurare con esattezza, in un istante qualunque, la corrente che percorre un conduttore e registrare tutti i cambiamenti irregolari a cui va soggetta ».

Egli propone di ricorrere ad un *vibratore imponderabile*, cioè ad un raggio luminoso, fondandosi sulla nota legge che « la rotazione del piano di polarizzazione per la luce monocromatica è, in una data sostanza, proporzionale alla differenza di potenziale magnetico fra i punti d' ingresso e d' emergenza del raggio ».

Posta in rilievo l' importanza del metodo, l' A. accenna a qualche esperienza preliminare da lui fatta con buon esito.

G. Faè.

Journal de Physique — Ottobre 1894.

P. Villard. *Sulle proprietà dei gas molto puri in vicinanza del punto critico* (pp. 441-451). — L'A. si propone di mettere in evidenza l'omogeneità dei fluidi molto al di sopra della temperatura critica. L' omogeneità deve rivelarsi in via principale per l' esistenza di una sola densità.

1.° *Prove con protossido d'azoto.* In un ramo di un tubo ad O simile a quello usato da Cailletet e Colardeau e contenente mercurio da una parte ed acido solforico dall'altra, si raccoglieva il protossido liquido al volume critico. A 38°,8 il mercurio e l'acido solforico non presentano differenza di livello e per ciò le densità sono perfettamente eguali. Operata poi la condensazione, si presentano quantità di liquido rigorosamente eguali nei due rami.

2.° *Prove con acido carbonico.* Questo veniva chiuso, ora liquido ed ora gasoso, in un tubo di Natterer insieme ad una traccia d' iodio. Lo spettroscopio non rivelava mai le canalature dell' iodio. L' A. conchiude che l' assenza delle canalature non permette di inferire che persiste lo stato liquido al di sopra del punto critico.

M. P. Janet. — *Sopra un metodo d' iscrizione elettrochimica delle correnti alternative* (pp. 455-459). — Un cilindro metallico è rivestito di carta imbevuta d'una soluzione di ferrocianuro potassico e nitrato ammonico, ed è in comunicazione con un punto di un circuito percorso dalla corrente alternativa. Due punte si appoggiano leggermente al cilindro: l' una comunica con un punto di detto circuito, e l' altra riceve la corrente o da questo stesso circuito o altrimenti secondo lo scopo della registrazione. Il metodo serve alla misura d' una frequenza, d' una differenza di fase ecc.

A. Rovida.

Wied. Ann. Vol. 53, N. 10 — 1894.

F. Kohlrausch e A. Heydweiller. *Sull'acqua pura* (pp. 209-235). — È la relazione completa delle esperienze fatte sulla resistenza elettrica dell'acqua, e di cui fu già dato cenno. (*N. Cim.* 35, pag. 242).

C. Fromme. *Ricerche magnetiche sperimentali* (pp. 236-266). — È noto che sul valore del magnetismo residuo del ferro ha influenza il modo con cui cessa la corrente magnetizzante, e quindi anche l'autoinduzione e la capacità delle resistenze che si introducono nel circuito magnetizzante quando si vuol aumentarne la resistenza. L'A. mostra come le determinazioni del magnetismo residuo possano servire a riconoscere l'azione più o meno grande della capacità e dell'autoinduzione dei rocchetti ordinari, di quelli avvolti bifilarmente e di quelli del Chaperon. Così egli ha trovato che i rocchetti bifilari Siemens hanno una capacità piccola soltanto finchè non oltrepassano la resistenza di 1000 ohm; mentre quelli del Chaperon, anche fino a 3000 ohm sono privi affatto di capacità e di autoinduzione.

H. Rubens. *Verificazione della formula Ketteler-Helmholtz per la dispersione* (pp. 267-286). — Studiando col bolometro la dispersione della fluorite, del quarzo, del flint, del salgemma e della silvina, l'A. ha trovato che i valori ottenuti sperimentalmente per l'indice di refrazione sono rappresentati con sufficiente esattezza fino a $\lambda = 12\,\mu$ dalle formule del Ketteler (*N. Cim.* 24, pag. 84); e quindi, per un campo spettrale corrispondente a 5 ottave e $^1/_2$, restano anche verificate le deduzioni fatte dall'Helmholtz per la dispersione dalla teoria elettromagnetica della luce, perchè la teoria dell'Helmholtz conduce alle medesime formule del Ketteler.

F. Paschen. *Esperienze bolometriche* (pp. 287-300). *Sulla dispersione della fluorite nell'ultrarosso* (pp. 301-333). *Le lunghezze d'onda esatte dello spettro ultrarosso dell'anidride carbonica e dell'idrogeno* (pp. 334-336). *Sulla dispersione del salgemma nell'ultrarosso* (pp. 337-342). — Nella prima Nota l'A. risponde alle osservazioni fattegli dall'Angström, e riferisce maggiori particolari relativamente alle misure fatte sull'emissione e sull'assorbimento dell'anidride carbonica.

Nella seconda sono esposte le misure fatte sulla dispersione della fluorite con uno dei reticoli del Rowland che servirono nelle esperienze del Langley; e l'A. ritiene di aver raggiunto, nella determinazione delle lunghezze d'onda fino a 10 μ un'esattezza non inferiore a quella che si ha nelle misure precedentemente

pubblicate da altri. Dei valori ottenuti se ne serve per verificare la formula di Briot sulla determinazione dell'indice di refrazione per mezzo delle lunghezze d'onda; e trova che quella formula non si presta per rappresentare tutti i valori dall'estremo ultravioletto fino all'estremo ultrarosso. Di questa impossibilità l'A. riferisce anche una dimostrazione teorica assai semplice data dal Runge; ma egli fa anche osservare che forse il disaccordo fra la formula e i valori sperimentali è dovuto all'influenza dell'assorbimento, che comincia a farsi manifesto appunto là dove comincia l'insufficienza di quella formula.

Servendosi delle misure fatte sullo spettro ottenuto col prisma di fluorite, nella terza Nota l'A. corregge le lunghezze d'onda degli spettri dell'acido carbonico e dell'acqua allo stato di vapore o di liquido.

Nella quarta Nota, servendosi delle misure del Julius fatte con un prisma di salgemma, poste a confronto con quelle dell'A. ottenute col prisma di fluorite è dedotta la dispersione del salgemma fino a 9,4 μ.

M. Toepler. *Determinazione della variazione di volume nella fusione di un certo numero di elementi* (pp. 343-378). — L'A. ha determinato di quanti centimetri cubi varia il volume di un grammo di diversi elementi, e come resultato generale ha trovato che vi è una determinata dipendenza fra il coefficiente di dilatazione e la variazione di volume durante la fusione.

E. Riecke. *Il teorema del potenziale termodinamico nell'equilibrio di un sistema eterogeneo, con applicazione alla teoria di Van der Waals, e la legge del punto di ebollizione* (pp. 379-391). — È un lavoro analitico, che non si presta ad esser brevemente riassunto.

C. Jones. *L'abbassamento del punto di congelazione del solvente, prodotto dagli elettroliti* (pp. 392-395). — In seguito alle osservazioni del Kohlrausch (*N. Cim.* 35, pag. 205) l'A. riferisce alcune particolarità sul termometro usato nelle sue misure; dalle quali resulterebbe che le divergenze fra i resultati del Loomis e quelli dell'A. non sarebbero dovute al termometro di cui questi si servì. Parrebbe piuttosto che le divergenze potessero dipendere da impurità presenti nell'acido fosforico e nello zucchero adoprati dal Loomis; tanto più che per soluzioni di acido fosforico i valori trovati dall'A. concordano con quelli ottenuti dall'Arrenius, mentre quelli del Loomis ne differiscono del 25 % circa.

N. Schiller. *Sulla variazione isoterma della tensione del vapor saturo, prodotto da una pressione esterna* (pp. 396-400). — È noto che la tensione del vapor saturo dipende dalla curvatura

delle superficie di capillarità e dall'azione di un campo elettrico; l' A. dimostra che tali proprietà si possono ottenere direttamente dalle condizioni cinematiche cui è soggetto il passaggio dallo stato liquido a quello di vapore; e che qualunque pressione positiva o negativa che si eserciti sulla superficie di propagazione fra vapore e liquido, qualunque ne sia l'origine, può disturbare l' equilibrio del sistema, che sarà ristabilito da una nuova evaporazione o condensazione.

A. STEFANINI.

Philosophical Magazine

Vol. 38, Ottobre 1894.

F. L. O. WADSWORTH. *Spettroscopi a braccio fisso* (pp. 337-351). — Gli spettroscopi che son descritti in questa Nota son costruiti in modo che il collimatore e il cannocchiale, invece d' essere molto prossimi fra loro come in quelli descritti precedentemente (cfr. *N. Cim.* 36 p. 219), possono inclinarsi fra loro di un angolo fisso qualunque.

J. Mc. COWAN. *Sull' onda più alta del tipo permanente* (pp. 351-358).. — Per onda di tipo permanente s' intende quella che si propaga con velocità costante e senza cangiamenti di nessuna specie, e l' A. ne dette già una teoria generale (*N. Cim.* 32 p. 280) che permette di calcolare approssimativamente la massima altezza che può raggiungere l' onda senza rompersi. Ora l'A. espone il modo di fare un calcolo più approssimato di tale altezza.

J. J. THOMSON. *Sulla velocità dei raggi catodici* (pp. 358-365). — Secondo il Lenard (cfr. *N. Cim.* 35 pp. 149 e 293) la fosforescenza provocata dalle scariche elettriche nei tubi di Crookes sarebbe dovuta a vibrazioni rapidissime dell' etere, che sarebbero assorbite e trasformate dalle sostanze fosforescenti; e se ciò fosse vero, l' etere dovrebbe avere una struttura nel tempo e nello spazio.

Dopo avere provato che un anello di ferro circondante il catodo non protegge i raggi catodici dall' azione di un magnete, l'A. ha cercato di determinare con quale velocità essi si propagano nello spazio, osservando con uno specchio girante lo spostamento delle immagini di due righe luminose ottenute scoprendo, su un tubo di Crookes affumicato, due tratti a distanze diverse dal catodo. Egli ha trovato così una velocità di $1{,}9 \times 10^7$ cm/sec, poco diversa da quella che dovrebbe avere un atomo d' idrogeno, elettrizzato negativamente, sotto l' azione della caduta di potenziale che si osserva al catodo.

Se i raggi catodici fossero raggi luminosi, dovrebbero invece propagarsi con la velocità della luce.

Lord. RAYLEIGH. *Sull'ampiezza delle più piccole onde aeree percettibili dall'orecchio* (pp. 365-370). — L'A. descrive il metodo usato per ottenere il valore dell'ampiezza indicata, e del quale fece uso in un precedente lavoro (cfr. *N. Cim.* 36 pag. 223). La misura è fatta tenendo conto dell'ampiezza di vibrazione di un diapason con cassa di risonanza al momento in cui il suono cessa di sentirsi, e del tempo che s'impiega a ridurre a metà l'ampiezza di vibrazione sia quando il diapason è libero, sia quando è sulla sua cassa di risonanza.

Per un diapason di 256 vibr., l'ampiezza minima necessaria a produrre il suono è tale, che determina nell'aria una variazione di pressione corrispondente a 6×10^{-9} di atmosfera. Per altre note è alquanto diversa.

C. CHREE. *Sulla relazione fra i coefficienti di pressione nella termometria* (pp. 371-379). — Nel suo libro sulla termometria di precisione, il Guillaume dà fra i coefficienti α_i e α_e di dilatazione interna ed esterna del recipiente termometrico, la relazione approssimata $\alpha_e - \alpha_i = {}^1/_k$, ove $k = \lambda + {}^2/_3\,\mu$ e λ e μ sono le costanti d'elasticità del Lamè. L'A. deduce quella relazione dalla teoria dell'elasticità, e mostra che per sostanze elastiche omogenee è vera rigorosamente.

H. CREW e R. TATNALL. *Su un nuovo metodo di disegnare gli spettri dei metalli* (pp. 379-386). — Per ottenere che gli spettri dei metalli non sieno accompagnati dalle righe del carbonio e dell'aria, gli A. producono l'arco elettrico fra una sbarra e un disco del metallo studiato, posti in rotazione rapida l'una di fronte all'altro. Gli A. dànno anche le lunghezze d'onda così ottenute per o stagno, il rame e lo zinco

L. R. WILBERFORCE. *Sulle vibrazioni di una molla a spirale caricata d'un peso* (pp. 386-392). — L'A. mostra come dalle vibrazioni di una tale spirale si possa ottenere il rapporto fra i coefficienti di torsione e di flessione del materiale di cui è formata.

Indicando con E il modulo di Young e con n la rigidità del metallo, l'A. ha ottenuto per una spirale fatta con filo di acciaio $\frac{E}{n} = 2{,}57$, e per un'altra fatta con filo di rame $\frac{E}{n} = 2{,}76$.

W. C. D. WHETHAM. *Sulle velocità degli ioni e sul potere relativo d'ionizzazione dei solventi* (pp. 392-396). — Col metodo di Lodge l'A. ha misurato la velocità degli atomi d'idrogeno in una soluzione d'acetato di sodio; e dal confronto coi valori ottenuti dal Kohlrausch per soluzioni di acido cloridrico, deduce che

la velocità degli ioni è ridotta nello stesso rapporto della conduttività.

Quanto al potere della ionizzazione, cioè alla frazione media di tempo durante il quale un ione è del tutto attivo in un solvente, l'A. mostra che dipende dalla capacità specifica induttiva e dalla viscosità del liquido.

R. APPLEYARD. *Sui dielettrici* (pp. 396-409). — Son riferiti i resultati di molte misure di resistenza fatte su alcuni dielettrici, avendo specialmente riguardo alla loro « elettrificazione » cioè all' aumento di resistenza che presentano mentre dura il passaggio della corrente.

L' A. accenna poi anche ad alcuni fenomeni simili all' isteresi magnetica, e alle proprietà isolanti di alcuni cilindri fatti con miscugli di guttaperca e di limatura metallica.

Lord. KELVIN. *Sulla resistenza opposta da un fluido a un piano che si muove uniformemente in una direzione che fa col piano un piccolo angolo* (pp. 409-413). — L' A. stabilisce l' equazione del moto per il caso d' un disco di spessore piccolissimo rispetto al diametro minore, e con gli orli leggermente arrotondati. In una prossima Nota darà i resultati delle esperienze fatte per verificare quelle equazioni.

G. J. STONEY. *Sull' « electron » o atomo di elettricità* (pp. 418-420). — In un suo lavoro sul calore di dissociazione, H. Ebert attribuì a Helmholtz l' avere per primo stabilito che negli elettroliti ogni valenza deve ritenersi come carica di una quantità minima di elettricità, indivisibile come l' atomo chimico.

L' A. osserva invece che nel 1874, e cioè 7 anni prima di Helmholtz, egli aveva comunicato la stessa cosa al congresso dell' Associazione Britannica tenuto a Belfast. Allora egli indicò che quella quantità equivale a 10^{-20} di ampère, o cioè a 3×10^{-11} C. G. S.; valore che concorda assai bene con l' altro di $12{,}9 \times 10^{-11}$ C. G. S. dato nel 1891 dal Richarz.

A. STEFANINI.

VARIAZIONE DI POTENZIALE ED INTENSITÀ DI CORRENTE IN UN CONDUTTORE APERTO MOVENTESI IN UN CAMPO MAGNETICO UNIFORME

Nota dell'Ing. LUIGI LOMBÀRDI.

PARTE SECONDA

5. È chiaro che le espressioni generali del potenziale e della intensità di corrente trovate hanno forma troppo complicata per prestarsi ad una fisica interpretazione. Ed è chiaro altresì che esse non si possono di molto semplificare senza fare delle ipotesi speciali che permettano di trascurare rispetto ai termini principali quelli di ordine superiore, che in pratica possono avere una piccola importanza. A quest'uopo lo sviluppo completo delle espressioni algebriche di p e di i non offre grande vantaggio, perchè le costanti medesime S_1 C_1 S_2 C_2 hanno forma molto complessa, e dalle somme o differenze che qui compaiono delle loro potenze e dei loro prodotti pochi termini scompaiono, e quelli che insieme si riducono non hanno maggiore semplicità per essere sviluppati. Come esempio basta considerare una delle somme di quadrati, $C_1^2+S_1^2$, di cui può scriversi il numeratore:

$$2[\mathrm{sen}2\lambda l-(e^{\lambda l}+e^{-\lambda l})\mathrm{sen}\lambda l]^2+2[e^{2\lambda l}-\cos 2\lambda l-(e^{\lambda l}-e^{-\lambda l})\cos\lambda l]^2$$

$$=2[1+e^{4\lambda l}+(e^{2\lambda l}+e^{-2\lambda l})+2(e^{\lambda l}-e^{-\lambda l}-e^{3\lambda l})\cos\lambda l-2(1+e^{2\lambda l})\cos 2\lambda l+2e^{\lambda l}\cos 3\lambda l]\,.$$

È dunque più comodo di eseguire subito direttamente lo sviluppo delle singole costanti in funzione delle potenze di λl, e di trascurare senz'altro le potenze superiori ad una determinata. Questo può certamente essere fatto, essendo in ogni caso realizzabile in pratica la lunghezza d'un conduttore quale qui si considera molto limitata, quindi la capacità eccezionalmente piccola, e prescindendosi dall'ipotesi di una resistenza o di una velocità di rotazione enormi. Prefiggendoci di vedere quale influenza nelle espressioni del potenziale e della intensità di corrente hanno le seconde potenze delle ascisse, perchè nei radicali delle am-

piezze compaiono le costanti moltiplicate per polinomii che hanno anche termini numerici, converrà per omogenità nello sviluppo di essi siano conservate le quarte potenze di λl: e siccome nel denominatore comune è fattore $\lambda^2 l^2$ converrà sviluppare fino alla sesta potenza. Per portare in calcolo le terze potenze di x converrebbe sviluppare le costanti fino alla ottava di λl.

Il denominatore comune si riduce a:

$$D = 2+4\lambda^2 l^2 + \frac{4}{3}\lambda^4 l^4 + \frac{8}{45}\lambda^6 l^6 - 2 + 4\lambda^2 l^2 - \frac{4}{3}\lambda^4 l^4 + \frac{8}{45}\lambda^6 l^6$$

$$= 8\lambda^2 l^2 + \frac{16}{45}\lambda^6 l^6 .$$

I numeratori prendono parimenti forme molto semplici perchè un gran numero di termini si riduce e molte potenze scompaiono. Qui basterà riferire distesamente lo sviluppo di uno di essi perchè quello degli altri si deduce con semplici permutazioni di segni. Si trova pertanto:

$$N_{c_1} = 2\lambda l - \frac{4}{3}\lambda^3 l^3 + \frac{4}{15}\lambda^5 l^5 - \left(2 + \lambda^2 l^2 + \frac{1}{12}\lambda^4 l^4 + \frac{1}{360}\lambda^6 l^6\right)\left(\lambda l - \frac{\lambda^3 l^3}{6} + \frac{\lambda^5 l^5}{120}\right)$$

$$- \left[1 + 2\lambda l + 2\lambda^2 l^2 + \frac{4}{3}\lambda^3 l^3 + \frac{2}{3}\lambda^4 l^4 + \frac{4}{15}\lambda^5 l^5 + \frac{4}{45}\lambda^6 l^6\right]$$

$$+ 1 - 2\lambda^2 l^2 + \frac{2}{3}\lambda^4 l^4 - \frac{4}{45}\lambda^6 l^6 + \left(2\lambda l + \frac{\lambda^3 l^3}{3} + \frac{\lambda^5 l^5}{60}\right)\left(1 - \frac{\lambda^2 l^2}{2}\right.$$

$$\left. + \frac{1}{24}\lambda^4 l^4 - \frac{1}{720}\lambda^6 l^6\right) = -4\lambda^2 l^2 - 4\lambda^3 l^3 - \frac{8}{45}\lambda^6 l^6 .$$

Quindi la costante può scriversi:

$$C_1 = \frac{H}{2}\,\frac{-4\lambda^2 l^2 - 4\lambda^3 l^3 - \frac{8}{45}\lambda^6 l^6}{8\lambda^2 l^2 + \frac{16}{45}\lambda^6 l^6} = \frac{H}{4}\,\frac{-1 - \lambda l - \frac{2}{45}\lambda^4 l^4}{1 + \frac{2}{45}\lambda^4 l^4} = \frac{H}{4}(-1 - \lambda l)$$

Ed analogamente:

$$C_2 = \frac{H}{2} \frac{4\lambda^2 l^2 - 4\lambda^3 l^3 + \frac{8}{45}\lambda^6 l^6}{8\lambda^2 l^2 + \frac{16}{45}\lambda^6 l^6} = \frac{H}{4}(1 - \lambda l);$$

$$S_1 = \frac{H}{2} \frac{4\lambda^2 l^2 + \frac{2}{3}\lambda^5 l^5 + \frac{8}{45}\lambda^6 l^6}{8\lambda^2 l^2 + \frac{16}{45}\lambda^6 l^6} = \frac{H}{4}(1 + \frac{1}{6}\lambda^3 l^3);$$

$$S_2 = \frac{H}{2} \frac{-4\lambda^2 l^2 + \frac{2}{3}\lambda^5 l^5 - \frac{8}{45}\lambda^6 l^6}{8\lambda^2 l^2 + \frac{16}{45}\lambda^6 l^6} = \frac{H}{4}(-1 + \frac{1}{6}\lambda^3 l^3).$$

Eseguendo le somme di quadrati e di prodotti si trova:

$$C_1^2 + S_1^2 = \frac{H^2}{8}\left(1 + \lambda l + \frac{\lambda^2 l^2}{2} + \frac{\lambda^3 l^3}{6}\right);$$

$$C_2^2 + S_2^2 = \frac{H^2}{8}\left(1 - \lambda l + \frac{\lambda^2 l^2}{2} - \frac{\lambda^3 l^3}{6}\right);$$

$$C_1 C_2 + S_1 S_2 = \frac{H^2}{8}\left(-1 + \frac{\lambda^2 l^2}{2}\right);$$

$$S_1 C_2 - S_2 C_1 = \frac{H^2}{8}\left(-\lambda l + \frac{1}{6}\lambda^3 l^3\right).$$

Dalla forma di questi polinomii, nei quali compaiono le potenze successive di λl, si vede che, prescindendo dalle potenze di ordine quarto e superiore, le quali d'altronde nella nostra somma scompaiono, essi si possono scrivere:

$$C_1^2 + S_1^2 = \frac{H^2}{8} e^{\lambda l}; \qquad C_2^2 + S_2^2 = \frac{H^2}{8} e^{-\lambda l};$$

$$C_1 C_2 + S_1 S_2 = -\frac{H^2}{8} \cos \lambda l; \qquad S_1 C_2 - S_2 C_1 = -\frac{H^2}{8} \operatorname{sen} \lambda l.$$

espressioni che si sarebbero potute dedurre da quelle generali introducendovi semplificazioni analoghe. La via seguita è però forse la più breve per giungere ad esse. Ora se queste espressioni si introducono nella formola generale dell' ampiezza del potenziale questa prende una forma molto semplice:

$$P = \frac{H}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{e^{\lambda(l-2x)} + e^{-\lambda(l-2x)} - 2\cos\lambda(l-2x)},$$

la quale può anche scriversi simmetricamente:

$$P = 2\pi n r l H \sqrt{\frac{e^{2\lambda\left(\frac{l}{2}-x\right)} + e^{-2\lambda\left(\frac{l}{2}-x\right)} - 2\cos 2\lambda\left(\frac{l}{2}-x\right)}{e^{2\lambda l} + e^{-2\lambda l} - 2\cdot\cos 2\lambda l}}$$

se nello sviluppo delle costanti non si eliminano i denominatori come noi facemmo per avere singole espressioni semplici che si utilizzeranno in seguito. Nei polinomii soprascritti non compaiono le potenze di ordine eguale e multiplo di quattro; le due espressioni perciò sono entrambe esatte entro i limiti di approssimazione che ci siamo prefissi.

Si potrebbe cercare di introdurre semplificazioni della stessa natura nelle espressioni generali trovate dell'intensità di corrente e delle fasi rispettive di questa e del potenziale. Tuttavia per poterne fisicamente interpretare le variazioni in funzione delle potenze prima e seconda dell' ascissa conviene sostituire ancora alle funzioni trascendenti il loro sviluppo.

6. Per l'ampiezza del potenziale si può ricorrere alla penultima espressione ora trovata, che è la più semplice. Ad essa può sostituirsi senz' altro:

$$P = \frac{H}{2}\lambda(l-2x) = 2\pi n r H\left(\frac{l}{2} - x\right),$$

la quale è una funzione lineare dell' ascissa. Se si immagina di contare le ascisse dal punto di mezzo del conduttore rettilineo l'ampiezza del potenziale varia proporzionalmente all'ascissa. Se il punto di mezzo del conduttore è posto in comunicazione colla terra o comunque tenuto a potenziale zero, lo che corrisponde

precisamente alla scelta da noi fatta della costante d'integrazione eguale a zero, punti equidistanti sulle due metà del medesimo hanno in ogni istante potenziale eguale e di segno opposto, ed i massimi che essi raggiungono stanno nella ragione detta. Più rigorosamente il ragionamento nostro dimostra soltanto che quei massimi variano indipendentemente dalla seconda potenza di x: ma per l'osservazione già fatta sull'ordine di grandezza degli elementi che qui compaiono si può senz'altro ritenere la proporzionalità alla prima potenza quando è molto piccola la capacità, e la resistenza e la velocità non raggiungono valori eccezionali.

Il valore massimo della forza elettromotrice che nel conduttore è generata è;

$$E = 2\pi n r l H ,$$

ed a questa evidentemente sarebbe eguale la differenza di potenziale tra gli estremi del conduttore nell'istante in cui esso si trova coll'asse in un piano parallelo alla direzione del campo se nel conduttore non esistesse una corrente. Questa ha per effetto di spostare la fase della variazione del potenziale rispetto alla forza elettromotrice dell'angolo che noi dicemmo φ, e che è variabile da punto a punto.

Raggruppando in modo semplice i termini può scriversi:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{(-C_1 e^{-\lambda x} + C_2 e^{\lambda x}) \operatorname{sen} \lambda x + (S_1 e^{-\lambda x} + S_2 e^{\lambda x}) \cos \lambda x}{(S_1 e^{-\lambda x} - S_2 e^{\lambda x}) \operatorname{sen} \lambda x + (C_1 e^{-\lambda x} + C_2 e^{\lambda x}) \cos \lambda x} .$$

Introducendo nello sviluppo i valori già semplificati delle costanti, i quali sono approssimati fino alla quarta potenza di λl, basterà qui tener conto della terza di λx perchè λ è fattore di tutti i termini al denominatore e nell'espressione di P noi abbiamo già trascurato le potenze superiori alla seconda. D'altronde è facile vedere che le quarte potenze si elidono per segno contrario. Tenendone conto però nello sviluppo dei monomii che si utilizzeranno ulteriormente si ha:

$$C_1 e^{-\lambda x} = \frac{H}{4}\left[-1-\lambda(l-x)+\lambda^2\left(lx-\frac{x^2}{2}\right)-\frac{\lambda^3}{2}\left(lx^2-\frac{x^3}{3}\right)+\frac{\lambda^4}{6}\left(lx^3-\frac{x^4}{4}\right)\right] ;$$

$$C_2 e^{\lambda x} = \frac{H}{4}\left[1-\lambda(l-x)-\lambda^2\left(lx-\frac{x^2}{2}\right)-\frac{\lambda^3}{2}\left(lx^2-\frac{x^3}{3}\right)-\frac{\lambda^4}{6}\left(lx^3-\frac{x^4}{4}\right)\right] ;$$

$$S_1 e^{-\lambda x} = \frac{H}{4}\left[1-\lambda x+\frac{\lambda^2 x^2}{2}+\frac{1}{6}\lambda^3(l^3-x^3)-\frac{\lambda^4}{6}\left(l^3 x-\frac{x^4}{4}\right)\right] ;$$

$$S_2 e^{\lambda x} = \frac{H}{4}\left[-1-\lambda x-\frac{\lambda^2 x^2}{2}+\frac{1}{6}\lambda^3(l^3-x^3)+\frac{\lambda^4}{6}\left(l^3 x-\frac{x^4}{4}\right)\right] .$$

E sviluppando analogamente le funzioni trigonometriche si ha:

$$(-C_1 e^{-\lambda x}+C_2 e^{\lambda x})\operatorname{sen}\lambda x = \frac{H}{4}\left[2\lambda x-2\lambda^3\left(lx^2-\frac{1}{3}x^3\right)\right] ;$$

$$(S_1 e^{-\lambda x}+S_2 e^{\lambda x})\cos\lambda x = \frac{H}{4}\left[-2\lambda x+\frac{1}{3}\lambda^3(l^3+2x^3)\right] ;$$

$$(S_1 e^{-\lambda x}-S_2 e^{\lambda x})\operatorname{sen}\lambda x = \frac{H}{4}\left[2\lambda x+\frac{2}{3}\lambda^3 x^3\right] ;$$

$$(C_1 e^{-\lambda x}+C_2 e^{\lambda x})\cos\lambda x = \frac{H}{4}\left[-2\lambda(l-x)-\frac{2}{3}\lambda^3 x^3\right] .$$

Perciò la fase della variazione del potenziale risulta:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\lambda^2\frac{l^3-6lx^2+4x^3}{12x-6l} = -\operatorname{arctg}\frac{\lambda^2 l^2}{6}\left(1+2\frac{x}{l}-2\frac{x^2}{l^2}\right) .$$

La prima derivata della funzione che compare in parentesi si annulla per $x=\frac{l}{2}$ ed in corrispondenza è negativa la seconda. Pel punto di mezzo del conduttore la differenza di fase tra il potenziale e la forza elettromotrice deve dunque essere un massimo; e perchè la prima derivata non si annulla per alcun altro valore di x non esiste alcun altro punto singolare. Difatti la forma della funzione di x che rappresenta quella differenza di

fase mostra, sostituendo all'arco per approssimazione la tangente, che essa varia come l'ordinata di una curva parabolica avente l'asse perpendicolare nel punto di mezzo all'asse del conduttore ed incontrante questo a distanza $\pm \sqrt{3}\,\frac{l}{2}$ dal punto di mezzo medesimo. L'ordinata massima è $\frac{3}{2}\,\frac{\lambda^2 l^2}{6}$: le ordinate eguali che corrispondono agli estremi del conduttore valgono $\frac{\lambda^2 l^2}{6}$, e questa è la minima differenza di fase che si verifica lungo il conduttore.

L'espressione, alla quale noi volevamo giungere, del potenziale in una sezione qualunque del conduttore all'ascissa x ed in un istante qualunque t è dunque:

$$p = 2\pi nr\mathrm{H}\left(\frac{l}{2} - x\right)\mathrm{sen}\left[2\pi nt - \mathrm{arctg}\,\frac{\lambda^2 l^2}{6}\left(1+2\,\frac{x}{l} - 2\,\frac{x^2}{l^2}\right)\right] \quad (\mathrm{I}_3).$$

La variazione del potenziale agli estremi del conduttore, che sono i punti più interessanti, si vede subito introducendo nella formola i valori limiti dell'ascissa $x = 0$ ed $x = l$. Come s'è già prima osservato, e come succede in una coppia qualunque di punti simmetrici rispetto al punto di mezzo, il potenziale ha ivi in ogni istante valori eguali e di segno contrario perchè sostituendo $l - x$ ad x l'ampiezza cambia segno e la fase resta invariata. Quindi la massima differenza di potenziale che in un istante qualsiasi si verifica nel conduttore, e che noi ci proponevamo di confrontare colla totale forza elettromotrice, vale:

$$\mathrm{P}_0 - \mathrm{P}_1 = 2\pi nrl\mathrm{H}\,\mathrm{sen}\left(2\pi nt - \mathrm{arctg}\,\frac{\lambda^2 l^2}{6}\right) = \mathrm{E}\,\mathrm{sen}\left(2\pi nt - \mathrm{arctg}\,\frac{\lambda^2 l^2}{6}\right).$$

La differenza di fase si annullerebbe dunque tra la forza elettromotrice e la massima differenza di potenziale che nel conduttore si sviluppa, e quindi questa si potrebbe in ogni istante prendere come misura di quella, unicamente nel caso in cui λl fosse zero, cioè nel caso in cui il conduttore non avesse resistenza o capacità elettrostatica: perchè

$$\lambda l = l\sqrt{\pi n c w} = \sqrt{\pi n C W}\,.$$

dove CW rappresenta il prodotto della resistenza per la capacità dell'intero conduttore, cioè quella che può dirsi grandezza caratteristica del medesimo. Effettivamente questa grandezza non è mai nulla, ma può essere molto piccola nell'esempio di un breve conduttore aperto che noi consideriamo. Quindi si può scrivere semplicemente

$$P_0 - P_l = E \operatorname{sen}\left(2\pi n t - \frac{\lambda^2 l^2}{6}\right).$$

Se si sviluppa il seno, e se si sostituisce a $\cos\frac{\lambda^2 l^2}{6}$ l'unità, ed al seno, l'arco, si ha:

$$P_0 - P_l = E \operatorname{sen} 2\pi n t - E\frac{\lambda^2 l^2}{6}\cos 2\pi n t\ ;$$

ed il secondo termine rappresenta l'errore che si fa sostituendo alla forza elettromotrice la differenza di potenziale. Quest'errore è massimo quando il conduttore è coll'asse in un piano perpendicolare al campo, cioè nell'istante in cui la forza elettromotrice è nulla, e vale allora $^1/_6\, E\pi n CW$, cioè è proporzionale alla grandezza caratteristica del conduttore CW, ed a parità di forza elettromotrice è proporzionale alla frequenza. In altri termini anche può enunciarsi: l'effetto combinato della resistenza e della capacità del conduttore sulla differenza di potenziale tra i punti estremi è un ritardo di fase proporzionale al prodotto CW: misurato in unità di tempo questo ritardo, finchè la frequenza è tale da permetterci di prescindere dalle potenze che noi trascurammo, può ritenersi indipendente dalla frequenza medesima come si vede scrivendo:

$$P_0 - P_l = 2\pi n r l H. \operatorname{sen} 2\pi n\left(t - \frac{CW}{12}\right).$$

7. Per avere lo sviluppo, con l'approssimazione che ci siamo prefissa, dell'ampiezza e della fase della intensità di corrente, ricorriamo senz'altro alla loro espressione generale data precedentemente.

Nell'ampiezza trovasi sotto al radicale il polinomio:

$$2e^{-2\lambda x}(C_1^2+S_1^2)+2e^{2\lambda x}(C_2^2+S_2^2)-4(C_1C_2+S_1S_2)\cos 2\lambda x-4(C_2S_1-C_1S_2)\operatorname{sen}2\lambda x;$$

Per l'osservazione fatta sviluppando l'espressione del potenziale riguardo al valore approssimato dei binomii che qui compaiono potrà sostituirsi evidentemente a questa parte:

$$[e^{\lambda l-2\lambda x}+e^{-(\lambda l-2\lambda x)}+2\cos(\lambda l-2\lambda x)]\frac{H^2}{4},$$

ed eseguire lo sviluppo di questo in luogo dello sviluppo di quel polinomio, colla sola avvertenza di trascurare i termini contenenti $\lambda^4 l^4$ perchè le quarte potenze non comparivano nei binomii accennati. Si trova così subito lo sviluppo della parentesi ridotto a:

$$4+\frac{(\lambda l-2\lambda x)^4-\lambda^4 l^4}{6}=4-\frac{4}{3}\lambda^4 l^3 x+4\lambda^4 l^2 x^2-\frac{16}{3}\lambda^4 l x^3+\frac{8}{3}\lambda^4 x^4.$$

Allo stesso risultato naturalmente si arriva con quasi eguale rapidità scrivendo per disteso i singoli termini e riducendo. Operando così per l'altra parte del radicale, oppure ricorrendo agli sviluppi parziali già prima dati dai fattori che qui moltiplicano sen λx e cos λx si trova:

$$+e^{-\lambda x}(C_1+S_1)\operatorname{sen}\lambda x=-\frac{H}{4}\left[\lambda^2 lx-\lambda^3 lx^2+\frac{\lambda^4}{3}\left(lx^3-\frac{l^3x}{2}\right)\right];$$

$$+e^{-\lambda x}(C_1-S_1)\cos\lambda x=-\frac{H}{4}\left[2+\lambda(l-2x)-\lambda^2 lx+\frac{\lambda^3}{3}\left(\frac{l^3}{2}+2x^3\right)+\frac{\lambda^4}{3}\left(lx^3-\frac{l^3x}{2}-x^4\right)\right];$$

$$+e^{\lambda x}(C_2+S_2)\operatorname{sen}\lambda x=-\frac{H}{4}\left[\lambda^2 lx+\lambda^3 lx^2+\frac{\lambda^4}{3}\left(lx^3-\frac{l^3x}{2}\right)\right];$$

$$-e^{\lambda x}(C_2-S_2)\cos\lambda x=-\frac{H}{4}\left[2-\lambda(l-2x)-\lambda^2 lx-\frac{\lambda^3}{3}\left(\frac{l^3}{2}+2x^3\right)+\frac{\lambda^4}{3}\left(lx^3-\frac{l^3x}{2}-x^4\right)\right]$$

Così eseguendo le riduzioni algebriche si trova nell'espressione dell'ampiezza della corrente in una sezione qualunque sotto il radicale il polinomio:

$$\frac{H^2}{4}\left[\left(4-\frac{4}{3}\lambda^4 l^3 x+4\lambda^4 l^2 x^2-\frac{16}{3}\lambda^4 l x^3+\frac{8}{3}\lambda^4 x^4\right)\right.$$

$$\left.+4-2\left(4+\frac{4}{3}\lambda^4 l x^3-\frac{2}{3}\lambda^4 l^3 x-\frac{2}{3}\lambda^4 x^4\right)\right]$$

che riducesi subito a:

$$H^2\lambda^4\left(l^2x^2-2lx^3+x^4\right)=H^2\lambda^4\left(lx-x^2\right)^2 .$$

Perciò l'ampiezza dell'intensità di corrente si può ritenere:

$$I=\frac{\lambda}{w}H\lambda^2\left(lx-x^2\right)=2\pi^2n^2rcH\left(lx-x^2\right)=2\pi n\,\frac{C}{2}\,E\left(\frac{x}{l}-\frac{x^2}{l^2}\right),$$

dove $\frac{C}{2}$ rappresenta la metà della capacità elettrostatica totale del conduttore. È da notare in questa ospressione che non compare w, ossia la resistenza del conduttore: questa cioè ha nel fenomeno un'azione insensibile tra i limiti di approssimazione che noi ci siamo fissati. Lo stesso si verificherebbe in tutti gli altri casi analoghi, dove cioè la resistenza totale del circuito si deve o si può ritenere infinita.

La variazione dell'ampiezza della corrente dipendentemente dall'ascissa si fa dunque secondo la funzione $\frac{x}{l}-\frac{x^2}{l^2}$ cioè secondo una curva parabolica passante per gli estremi del conduttore, ed avente l'asse perpendicolare nel punto di mezzo all'asse di questo. Il valore massimo dell'intensità si verifica perciò nella sezione mediana, e vale:

$$I_{\frac{l}{2}}=2\pi n\,\frac{C}{8}\,E .$$

In ogni sezione l'ampiezza della corrente è naturalmente proporzionale, come ogni corrente dovuta a data capacità, alla

forza elettromotrice che la produce ed alla frequenza. L'interpretazione fisica più semplice della dipendenza dall'ascissa si ha mettendo in evidenza come fattore x, e notando che $(l-x)c$ rappresenta la capacità della porzione di conduttore compresa tra la sezione che si considera ed uno degli estremi, mentre $2\pi n r x H$ rappresenta l'ampiezza della forza elettromotrice generata nella porzione compresa tra quella sezione e l'altro estremo. Con notazioni simboliche si può dunque scrivere:

$$I_x = \pi n \, E_0^x \, C_x^l \, ,$$

la quale evidentemente comprende quella che scrivemmo già:

$$I_{\frac{l}{2}} = \pi n \frac{E}{2} \frac{C}{2} \, .$$

Per mettere finalmente sotto forma semplice anche la fase della corrente osserviamo che il polinomio che compare al denominatore fu già sviluppato, perchè entrava nell' ampiezza sotto al radicale. Il polinomio al numeratore si sviluppa analogamente in modo diretto, o ricorrendo ai valori già semplificati dei monomii: in esso conviene tener conto delle terze potenze di x perchè la prima compare in tutti i termini del denominatore. Si ha pertanto:

$$e^{-\lambda x}(C_1 - S_1)\operatorname{sen}\lambda x = \frac{H}{4}\left[-2\lambda x + \lambda^2(2x^2 - lx) - \lambda^3\left(\frac{2}{3}x^3 - lx^2\right) - \frac{\lambda^4}{3}\left(lx^3 + \frac{l^3 x}{2}\right)\right]$$

$$-e^{-\lambda x}(C_1 + S_1)\cos\lambda x = \frac{H}{4}\left[\lambda l - \lambda^2 l x - \frac{\lambda^3 l^3}{6} + \frac{\lambda^4}{3}\left(\frac{l^3 x}{2} + lx^3\right)\right] ;$$

$$e^{\lambda x}(C_2 - S_2)\operatorname{sen}\lambda x = \frac{H}{4}\left[2\lambda x + \lambda^2(2x^2 - lx) + \lambda^3\left(\frac{2}{3}x^3 - lx^2\right) - \frac{\lambda^4}{3}\left(lx^3 + \frac{l^3 x}{2}\right)\right] ;$$

$$e^{\lambda x}(C_2 + S_2)\cos\lambda x = \frac{H}{4}\left[-\lambda l - \lambda^2 l x + \frac{\lambda^3 l^3}{6} + \frac{\lambda^4}{3}\left(\frac{l^3 x}{2} + lx^3\right)\right] .$$

E riducendo tutti i termini simili risulta:

$$\psi = \text{arctg}\, \frac{4\lambda^2 x^2 - 4\lambda^2 l x}{\frac{\lambda^4}{3}(4lx^3 - 2x^4 - 2l^3 x)} = \text{arctg}\, \frac{6}{\lambda^2 l^2} \frac{1 - \frac{x}{l}}{1 - 2\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}}$$

$$= \text{arctg}\, \frac{6}{\lambda^2 l^2} \frac{1}{1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}} .$$

Introducendo l'angolo complementare si ha:

$$\psi = 90^\circ - \text{arctg}\, \frac{\lambda^2 l^2}{6}\left(1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right),$$

la quale dimostra che la variazione si fa ancora secondo una curva parabolica, avente l'asse perpendicolare nel punto di mezzo all' asse del conduttore, ma volgente ad esso la sua convessità. L'ordinata minima corrisponde all'ascissa $l/2$, e vale, colla stessa approssimazione prima adottata, $90^\circ - \frac{5}{4}\frac{\lambda^2 l^2}{6}$. Le ordinate eguali corrispondenti agli estremi del conduttore, che rappresentano le differenze di fase massime tra la forza elettromotrice e la corrente, valgono $90^\circ - \frac{\lambda^2 l^2}{6}$.

L'espressione generale della intensità di corrente che ad un dato istante attraversa una sezione qualunque si può dunque scrivere:

$$i = 2\pi^2 n^2 r l \text{CH} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right) \text{sen} \left[2\pi n t + 90^\circ - \text{arctg}\, \frac{\lambda^2 l^2}{6}\left(1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right)\right] \quad (\text{II}_2)$$

La prima e la seconda parte del problema sono pertanto risolte dalle due espressioni approssimate e semplicissime.

$$p = \pi n r l \text{H}.\left(1 - 2\frac{x}{l}\right) \text{sen}\left[2\pi n t - \frac{\pi n \text{CW}}{6}\left(1 + 2\frac{x}{l} - 2\frac{x^2}{l^2}\right)\right].$$

$$i = 2\pi n r l \text{H}.\pi n \text{C}.\left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right) \text{sen}\left[2\pi n t + 90^\circ - \frac{\pi n \text{CW}}{6}\left(1 + \frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right)\right]$$

Da esse risulta subito la differenza di fase tra il potenziale e la corrente in una sezione qualunque. Questa differenza è espressa da:

$$90^\circ + \frac{\pi n C W}{6}\left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2}\right)$$

cioè è sempre maggiore di 90°. Essa è però variabile da punto a punto e la variazione è ancora naturalmente rappresentata da una curva parabolica la quale ha per ordinate le differenze d'ordinate delle due precedenti. L' ordinata massima corrisponde al punto di mezzo e vale:

$$90^\circ + \frac{1}{4}\,\frac{\pi n C W}{6}\ .$$

Le ordinate corrispondenti ai punti estremi sono semplicemente 90° cioè il potenziale e la corrente, la quale ivi si annulla, sono in quadratura.

SULL' ASSORBIMENTO DELLE RADIAZIONI SOLARI DALLA NEBBIA E DAI CIRRI

Memoria dei Proff. A. BARTOLI ed E. STRACCIATI.

Nel corso delle numerose determinazioni di calor solare, intraprese fin dal 1886, [1]) abbiamo più volte avuto occasione di sperimentare con un cielo di un azzurro chiaro senza nebbia visibile, ed anche in giornate di nebbia ugualmente diffusa, nel-

1) Bartoli e Stracciati. — Misure del calor solare eseguite in Italia dal 1885 in poi *Bollettino dell'Acc. Gioenia in Catania*, Fasc. VII, Maggio 1889; *Bollettino mensuale della Società meteorologica italiana*, serie II, vol. XI, pag. 129; *N. Cim.* Pisa 1891, T. XXIX, pag. 63.

Bartoli e Stracciati. — Formula relativa all'assorbimento delle radiazioni solari attraverso l'atmosfera; *N. Cim.* 1892; *Atti dell' Acc. Gioenia*, Catania 1892; *Bollettino mensuale di Moncalieri*, serie II, vol. XIII, N. 4.

Bartoli e Stracciati. — Misura della potenza chimica delle radiazioni solari; *Bollettino dell'Acc. Gioenia*, Fasc. 16, anno 1891.

Bartoli. — Di alcune recenti misure calorimetriche ed in particolare della misura del calor solare; Pavia 1894; Tipografia succ. Bizzoni.

Bartoli. — Sulla trasmissibilità delle radiazioni solari attraverso l'atmosfera carica di cenere vulcanica, nell' Eruzione dell' Etna del 1892; letta all' Accademia Gioenia nell'Adunanza del 10 Giugno 1894 e pubblicata negli Atti di quell'Accademia; Catania 1894 e *N. Cim.*, Fascicolo di Settembre 1894.

l'atmosfera, in modo da produrre l'effetto ottico di un leggero velo interposto fra l'osservatore e la volta celeste (pur essendo l'aria molto secca, ed il cielo sgombro di nubi): ci è pure accaduto varie volte di fare una serie di determinazioni il cielo essendo ingombro di cirri che velavano il sole. Queste determinazioni calorimetriche fatte con metodo rigorosamente scientifico non sono del tutto prive d'interesse e perciò crediamo utile di riportarne alcune, così scelte da mostrare nettamente l'assorbimento delle radiazioni solari nelle seguenti condizioni:

1.° Con una atmosfera perfettamente sgombra di nubi e di nebbia, ma il cielo di una tinta celeste molto chiara.

2.° Con l'atmosfera perfettamente sgombra di nubi e secca ma con leggera caligine uguale in tutte le direzioni.

3.° Con un velo di cirri sopra il sole.

Per mostrare nettamente l'influenza di tali condizioni atmosferiche, noi confronteremo la quantità di calore misurata col pireliometro in quelle date condizioni atmosferiche, con quella che riceveva lo stesso pireliometro, nello stesso luogo in una giornata vicina e perfettamente serena, col cielo ben azzurro, essendo uguale nei due casi l'altezza del sole, e pure uguale la tenzione del vapore acqueo nell'atmosfera [1]).

Nelle tavole seguenti:

Q indica il numero delle piccole calorie (grammo-grado) ricevute in un secondo da 1 centimetro quadro di superficie nera perpendicolare ai raggi solari;

1) Infatti abbiamo altra volta dimostrato che dividendo le determinazioni pireliometriche compiute in un'intiera giornata, in tanti gruppi, nei quali l'altezza del sole e perciò anche lo spessore atmosferico ε variino poco, in ciaschduno di essi vale la formula

$$Q = A p^{\varepsilon}$$

dove Q sono le piccole calorie ricevute in un secondo da un centimetro quadro di superficie, perfettamente nera, perpendicolari ai raggi solari, ed A e p due parametri. Abbiamo anche dimostrato che A e p variano col variare di ε per modo che p cresce al crescere di ε, mentre A diminuisce al crescere di detto spessore atmosferico; e che inoltre tanto A quanto p crescono col diminuire della tensione del vapore acqueo nell'atmosfera, mentre non dipendono dallo stato igrometrico.

Infine per rendere confrontabili le misure fatte in due giornate diverse, in cui la distanza D dal sole alla terra abbia variato, bisogna riferire le misure sempre alla stessa distanza unitaria, confrontando fra loro non più i valori di Q nelle due giornate ma i valori di QD^2. (Vedasi Bartoli e Stracciati, *N. Cim.*, Pisa 1891).

a l' altezza del sole in gradi;

ε lo spessore dell' atmosfera traversata da raggi solari, calcolata con la formula di Lambert, adoperata dal Pouillet.

I valori di Q in ciascheduna tavola sono ottenuti graficamente da curve in cui i punti presi dalle osservazioni sono superiori in numero a quelli interpolati [1]).

TAVOLA I. (serie 13738).

Fatta a Catania, in Villa Zuccaro, alta sul mare 80 metri, la mattina del 19 Aprile 1893, con atmosfera senza alcuna nube, *con cielo celeste molto chiaro*. Lo stato igrometrico variò da 0,44 a 0,60; la tensione del vapore da 7^{mm} a 7^{mm}7. Calma di vento.

a	*ε*	Q
45°15′	1,400	0,0209
38°15′	1,600	0,0191
33°17′	1,800	0,0178
29°22′	2,000	0,0168
25° 2′	2,300	0,0156
21°46′	2,600	0,0141
18°27′	3,000	0,0131
15°25′	3,500	0,0120
13° 5′	4,000	0,0110

TAVOLA I. (bis).
(*per confronto con la precedente*)

Fatta a Catania, in Villa Zuccaro, la mattina del 20 Aprile 1893 con cielo perfettamente sereno di un azzurro intenso. Lo

1) In tutte le misure che seguono si adoperò un pireliometro costruito a Firenze dal nostro meccanico Sig. Turchini. La cassetta calorimetrica era di Nichel: il suo peso compreso l' agitatore e i tubi di guida (escluso il caucciù) era grammi 628,10 il suo equivalente in acqua (compreso il termometro) grammi 66,20; conteneva quasi 2806,04 di acqua (peso ridotto al vuoto): l' esposizione al sole era di 180 secondi; i riscaldamenti del termometro variarono da mezzo grado a poco più di un grado: le correzioni pel raffreddamento furono sempre piccolissime e mai superarono due cinquantesimi di grado: le temperature si leggevano con piccoli cannocchiali muniti di oculare micrometrico, con l' esattezza del millesimo di grado; i termometri furono quelli stessi adoperati per lo studio del calore specifico dell' acqua ed accuratamente studiati. L' unità di calore è riferita all' acqua a + 15°.

stato igrometrico variò da 0,40 a 0,70 e la tensione del vapore acqueo da 7^{mm} ed $8^{mm}6$. Calma di vento.

a	ε	Q'	
45°15'	1,400	0,0218	
38 15	1,600	0,0207	
33 17	1,800	0,0194	
29 22	2,000	0,0182	
25 2	2,300	0,0170	
21 46	2,600	0,0160	
18 27	3,000	0,0151	
15 25	3,500	0,0138	
13 5	4,000	0,0131	

TAVOLA I. (ter).

In questa si mettono a confronto i valori di Q e quelli di Q' corrispondenti alle stesse altezze del sole.

a	Q	Q'	$\frac{Q}{Q'}$
45°15'	0,0209	0,0218	0,957
38 15	0,0191	0,0207	0,919
33 17	0,0178	0,0194	0,917
29 22	0,0168	0,0182	0,923
25 2	0,0156	0,0170	0,923
21 46	0,0141	0,0160	0,882
18 27	0,0131	0,0151	0,871
15 25	0,0120	0,0138	0,873
13 5	0,0110	0,0131	0,838

Nella tavola seguente si dà un' altro esempio del forte assorbimento di raggi solari per parte dell' atmosfera col cielo *chiaro*, quantunque l' aria fosse assai secca.

TAVOLA II. (serie 13252).

Catania, Villa Zuccaro, la mattina del 24 Gennaio 1891 con atmosfera senza nubi e senza nebbia, con cielo *celeste molto chiaro*. Lo stato igrometrico variò da 0,55 a 0,41 e la tensione del vapore acqueo da 3m,7 a 4m. (I valori di Q e di Q' sono dedotti da due curve costruite su 14 osservazioni).

a	ε	Q
29°22'	2,000	0,0200
25 2	2,300	0,0191
21 46	2,600	0,0182
18 27	3,000	0,0170
15 25	3,500	0,0163
13 5	4,000	0,0153

TAVOLA II. (bis).
(*per confronto alla precedente*)

Catania, la mattina del 25 Gennaio 1891, con cielo perfettamente sereno e di un bell'azzurro. Lo stato igrometrico variò da 0,41 a 0,32 e la tensione del vapore acqueo da 3mm a 3mm4.

a	ε	Q'	$\frac{Q}{Q'}$
29°22'	2,000	0,0224	0,893
25 2	2,300	0,0216	0,883
21 46	2,600	0,0206	0,887
18 27	3,000	0,0191	0,889
15 25	3,500	0,0184	0,885
13 5	4,000	0,0170	0,900

L'esempio della tavola seguente è scelto tra le numerose serie di misure eseguite alla Casa del Bosco, presso il Monte Capriolo, sull'Etna [1]).

1) È lo stesso luogo dove il fisico americano Langley dimorò oltre un mese, nel 1878, facendovi interessanti studi sull'assorbimento della luce delle stelle per parte dell'atmosfera. Langley. — Observations on Mount Etna; *American Journal of science*, vol. XIX, 1880.

TAVOLA III.

Casa del Bosco, presso Capriolo, sull'Etna; Altitudine 1440 metri. La mattina del 23 Agosto 1890 con cielo perfettamente sereno, ma di color *celeste molto chiaro* (biancastro). Lo stato igrometrico variò da 0,23 a 0,35 e la tensione del vapore da 6mm0 a 7mm7.

a	ϵ	Q
9°55'	4.953	0,0099
12 0	4.287	0,0117
14 10	3,752	0,0135
19 30	2,861	0,0159
30 50	1,918	0,0183

TAVOLA III. (bis).

(*per confronto colla precedente*)

Casa del Bosco, la mattina del 24 Agosto 1890, con cielo perfettamente sereno, di un bell' azzurro. Lo stato igrometrico variò da 0m23 a 0m36 e la tensione del vapore acqueo da 6mm0 a 7mm9.

a	ϵ	Q'	$\frac{Q}{Q'}$
9°55'	4.953	0,0129	0.767
12 0	4.287	0,0139	0,843
14 10	3.752	0,0152	0,889
19 30	2.861	0,0175	0.912
30 50	1,918	0,0200	0,914

Da queste due tavole si deduce che con cielo chiaro le radiazioni solari sono molto più assorbite che con cielo azzurro (tutte le altre circostanze rimanendo invariate) ed inoltre, che il rapporto fra l'intensità della radiazione solare nei due casi è tanto minore per quanto più basso è il sole, ossia per quanto più lungo è il cammino percorso dai raggi solari.

Nelle due tavole seguenti si mostra l'influenza di una leggera nebbia, ugualmente diffusa nell'atmosfera, il cielo serbandosi sereno.

TAVOLA IV.

Fatta a Casa del Bosco, presso Capriolo, sull' Etna, la sera del 27 Luglio 1888, con atmosfera senza nubi, ma con *leggera nebbia ugualmente diffusa* in tutte le direzioni. Lo stato igrometrico variò da 0,32 a 0,34: La tensione del vapore da $9^{m}2$ a $9^{m}4$: Il barometro ridotto a zero $645^{mm}1$.

a	ε	Q
45°15′	1,400	0,0184
38 15	1,600	0,0178
33 17	1,800	0,0173
29 22	2,000	0,0169
25 2	2,300	0,0162
21 46	2,600	0,0158
18 27	3,000	0,0152
15 25	4,500	0,0146
13 5	4,000	0,0141

TAVOLA IV. (bis).

Casa del Bosco, la mattina del 29 Luglio 1888, con cielo perfettamente sereno ed azzurro. Lo stato igrometrico variò da 0, 37 a 0, 59 e la tensione del vapore acqueo da $8^{m}9$ a $10^{m}3$.

a	ε	Q'	$\frac{Q}{Q'}$
45°15′	1,400	0,0234	0,789
38 15	1,600	0,0221	0,805
33 17	1,800	0,0212	0,817
29 22	2,000	0,0203	0,830
25 2	2,300	0,0192	0,845
21 46	2,600	0,0182	0,867
18 27	3,000	0, 172	0,885
15 25	3,500	0,0161	0,908
13 5	4,000	0,0154	0,916

Nelle due tavole seguenti diamo un altro esempio dell' assorbimento delle radiazioni solari per parte della nebbia ugualmente diffusa nell' atmosfera.

TAVOLA V.

Casa del Bosco, presso Capriolo, sull'Etna, la mattina del 7 Luglio 1890, con cielo sereno, senza nubi *ma con leggera nebbia ugualmente diffusa nell'atmosfera.* Lo stato igrometrico variò da 0,34 a 0,42 e la tensione del vapore acqueo da $7^{mm}2$ ad $8^{mm}4$: il barometro a zero $645^{mm}1$.

a	*ε*	Q
45°15′	1,400	0,0201
38 15	1,600	0,0183
33 17	1,800	0,0172
29 22	2,000	0,0161
25 2	2,300	0,0148
21 46	2,600	0,0139
18 27	3,000	0,0128
15 25	3,500	0,0115
13 5	4,000	0,0107
9 42	5,000	0,0093

TAVOLA V. (bis).

(*per confronto con la precedente*)

Casa del Bosco, la mattina dell'8 Luglio 1892: Cielo sereno perfettamente ed azzurro: Lo stato igrometrico variò da 0,31 a 0,46: La tensione del vapore acqueo da $6^{mm}0$ ad $8^{mm}2$.

a	*ε*	Q′	$\frac{Q}{Q'}$
45°15′	1,400	0,0237	0,851
38 15	1,600	0,0228	0,804
33 17	1,800	0,0219	0,789
29 22	2,000	0,0212	0,762
25 2	2,300	0,0204	0,724
21 46	2,600	0,0198	0,701
18 27	3,000	0,0187	0,681
15 25	3,500	0,0181	0,638
13 5	4,000	0,0173	0,618
9 42	5,000	0,0161	0,579

Nelle quattro tavole seguenti è misurato l'assorbimento delle radiazioni dovuto a velo di leggeri cirri interposti sul cammino dei raggi solari.

TAVOLA VI.

Catania, Villa Zuccaro, la mattina del 22 Luglio 1889: Cielo sereno ed azzurro, ma durante le misure pireliometriche *sempre un leggero velo di cirri sul sole*[1]). Lo stato igrometrico variò da 0,41 a 0,52 e la tensione del vapore acqueo da $10^{mm}2$ ad $11^{mm}6$.

a	ε	Q
19°35′	2,851	0,0135
25 0	2,303	0,0152
30 40	1,927	0,0166
47 55	1,341	0,0187

TAVOLA VI. (bis).

(*per confronto con la precedente*)

Catania, Villa Zuccaro, la mattina del 21 Luglio 1889: Cielo azzurro e perfettamente sereno: Lo stato igrometrico variò da 0,46 a 0,57 e la tensione del vapore da $13^{mm}8$ a $14^{mm}6$.

a	ε	Q′	$\frac{Q}{Q'}$
19°35′	2,851	0,0159	0,854
25 0	2,303	0,0169	0,902
30 40	1,927	0,0176	0,942
47 55	1,311	0,0197	0,949

Nelle due tavole seguenti riesce più forte la perdita di radiazioni solari attraverso i cirri.

1) Col mezzo di un obbiettivo di 108 millimetri, si proiettava il sole e lo spazio circum-ambiente in una camera oscura. I cirri erano penniformi e formanti uno strato quasi continuo e quasi trasparente.

TAVOLA VII.

Catania, Villa Zuccaro, la mattina del 28 Aprile 1892: Cielo azzurro e quasi sereno: durante le osservazioni pireliometriche esisteva sempre *una cortina di cirri sul sole:* Lo stato igrometrico variò da 0,50 a 0,60 e la tensione del vapore acqueo da 7mm0 ad 8mm2.

a	*ε*	Q
20° 0′	2,799	0,0142
22 20	2,542	0,0150
24 40	2,330	0,0138
33 0	1,810	0,0162
35 40	1,695	0,0173
50 20	1,294	0,0178

TAVOLA VII. (bis).

(per confronto con la precedente)

Catania, la mattina del 1 Maggio 1892. Cielo azzurro e perfettamente sereno. Lo stato igrometrico variò da 0,34 a 0,62 e la tensione del vapore acqueo da 6mm0 a 6mm5.

a	Q	$\frac{Q}{Q'}$
20° 0′	0,0196	0,724
22 20	0,0209	0,716
24 40	0,0211	0,653
33 0	0,0224	0,726
35 40	0,0227	0,764
50 20	0,0238	0,748

Le tavole precedenti dimostrano:

1.° Che uno strato di cirri interposto ai raggi solari, può intercettare sino al 30 per 100 delle radiazioni che nelle stesse circostanze sarebbero state trasmesse (con parità di altezza di sole cioè, di tensione del vapore acqueo, ecc).

2.° Che con un cielo sereno di colore celeste chiaro si ha (coeteris paribus) un più forte assorbimento delle radiazioni solari che con cielo azzurro; e che il rapporto fra le radiazioni trasmesse nei due casi è tanto minore per quanto più basso è il sole: questo rapporto ha variato negli esempi sopra citati da $^{77}/_{100}$ (col sole alto 10° sull' orizzonte) a $^{96}/_{100}$ (col sole alto 50° sull' orizzonte).

3.° Che il rapporto fra le quantità di radiazioni trasmesse con una nebbia leggera ugualmente diffusa in tutte le direzioni e quelle trasmesse, a parità di tutte le altre circostanze, con un cielo bene azzurro e perfettamente sereno ha oscillato fra $^{58}/_{100}$ e $^{92}/_{100}$ negli esempi sopra riferiti [1]).

Gabinetto di Fisica ed Osservatorio meteorologico
della R. Università di Pavia, Maggio 1894.

TRASMISSIONE DELLA ELETTRICITÀ ATTRAVERSO A GAS AVVILUPPANTI CONDUTTORI ARROVENTATI DALLA CORRENTE ELETTRICA

del Prof. G. VICENTINI *e Dott.* M. CINELLI [2]).

Servendoci di mezzi alquanto limitati, abbiamo cercato di continuare le ricerche intraprese da uno di noi, sulla trasmissione della elettricità attraverso ai gas avviluppanti conduttori arroventati da corrente elettrica [3]).

Nostro scopo principale si fu quello di esaminare in quale maniera potessero influire i differenti gas, attornianti il filo arroventato, nonchè la posizione del filo esploratore.

Non potendo disporre, come nel precedente lavoro, di un elettrometro del Thomson, ci siamo serviti del noto elettrometro dell'Edelmann, al quale abbiamo introdotte alcune modificazioni.

In primo luogo, alla sospensione unifilare dell'ago cilindrico,

1) Gli esempi trascritti in questa Memoria sono stati presi tra le migliaia di serie di determinazioni pireliometriche eseguite da me e dal Prof. Stracciati, con la collaborazione del Dottor Raffo e di molti altri, dal 1885 fino ad oggi.

2) Studio sperimentale eseguito nell' Istituto di Fisica della R. Università di Siena.

3) *L' Elettricista*, Vol. II, 1893. — *Lumiere Electrique*, Vol. L, 1893. — *Nuovo Cimento*, Vol. XXXV, 1894. — *Atti della R. Acc. dei Fisiocritici*, Siena 1893.

munito di piccolo magnete orientatore, si è trovato più opportuno sostituire la sospensione bifilare; in secondo luogo mostrandosi l'apparecchio, in condizioni non molto buone di isolamento, si cercò di migliorarle col cambiare la campana esterna, di vetro, che lo protegge. Avendola sostituita con una nuova campana, a fondo intatto, e versando in essa una sufficiente quantità di acido solforico concentrato, si ottiene non solo il migliore isolamento dei quadranti cilindrici, ma si conserva di più la concentrazione dell'acido nel quale pesca lo smorzatore dell'ago di alluminio.

Anche lo smorzatore ad aletta di platino, lo abbiamo lievemente modificato, togliendo dal grosso filo di platino, pendente dall'ago, la laminetta e sostituendola con un tratto di grosso filo di platino, schiacciato e ripiegato a semicerchio.

La nuova campana di vetro, che serve alla protezione dell'elettrometro, la abbiamo rivestita di stagnuola, lasciandone scoperti solo piccoli tratti, per potere osservare nell'interno dell'apparecchio. S' intende che il rivestimento è in stabile comunicazione col suolo.

Abbiamo usato l' elettrometro coll'ago caricato con una pila di 150 elementi zinco-platino, immersi nell'acqua di pioggia e conservando cannocchiale e scala alla distanza di 225 cm. Per la graduazione servì sempre un elemento Kittler, ogni qual tratto rinnovato. Nelle condizioni dell'apparecchio, la differenza di potenziale di un Volta, fra le due coppie di quadranti, dava uno spostamento di circa 20 divisioni della scala, ogni divisione di questa corrispondendo a due millimetri.

La corrente elettrica impiegata in tutte le esperienze, fu somministrata da quattro accumulatori Garassino, ognuno della capacità di 90 Amp.-ora.

Dapprincipio la intensità della corrente, venne misurata con un elettrodinamometro Siemens, che per comodità fu in seguito sostituito con un amperometro a molla del Kohlrausch, controllato coll'anzidetto elettrodinamometro. L'amperometro permette la misura del centesimo di Ampère. L'intensità della corrente fu sempre misurata colla media delle indicazioni date dall'istrumento colle direzioni opposte della corrente.

Come reostati ci siamo serviti di reostati costruiti nell'officina del laboratorio, con grossi fili di argentana; per le piccole variazioni di resistenza nel circuito, abbiamo usato due reocordi, fatti pure con grosso filo della stessa lega.

Misure preliminari.

Abbiamo anzitutto fissato un filo di platino, della lunghezza di oltre 20 cm. e del diametro di 0,25 mm., fra i due morsetti di un sostegno per l'incandescenza dei fili. Tutto fu disposto come è descritto nella Nota precedente; solo abbiamo eliminato la leggera molla di filo di rame, destinata a mantenere il filo di platino rettilineo ed orizzontale.

Si è pensato che regolando invece la posizione del filo isolato, che viene sottoposto alla elettrizzazione, si poteva mantenerlo sempre alla stessa distanza dal filo incandescente, quantunque questo si incurvi per effetto della dilàtazione. Per poter conservare costante la distanza dei due fili, quello isolato, comunicante coll'elettrometro — e che fu scelto di grosso filo di platino — è portato da un grosso bastone di ceralacca, sostenuto da un'asta di un sostegno universale, che permette piccoli spostamenti, mediante vite micrometrica.

Il filo incandescente, teso fra i morsetti del portafilo, si circondò con una custodia di cartone, che senza chiudere completamente l'aria avviluppante il filo, pure impedisce che su di esso agiscano le correnti d'aria, provocate dal movimento degli osservatori. Per la parte superiore, aperta, di detta cassetta, si fece penetrare il filo portato dal bastone di ceralacca, ed una opportuna scala in millimetri, serviva a determinare la distanza del filo isolato, mantenuto orizzontalmente e ad angolo retto col filo incandescente. I due fili si osservavano attraverso a un piccolo foro, praticato in una parete della custodia di cartone, chiuso da una lastrina di vetro. Un congegno semplicissimo, che reputiamo inutile descrivere, serviva alla misura esatta della distanza dei due fili.

Dopo esserci assicurati del buon funzionamento dell'elettrometro, del perfetto isolamento del filo sottoposto all'azione di quello arroventato, passammo a delle misure, che potessero sta-

bilire se l'insieme degli apparecchi si trovasse nelle identiche condizioni di quelli usati antecedentemente.

Siccome, per lo studio precedente, il fenomeno è già noto, così per brevità abbiamo studiato la elettrizzazione provocata da punti del filo arroventato, a potenziali prossimi al valore di 4 Volta, in modo da potere poi per interpolazione, ricavare l'elettrizzazione provocata da un punto del potenziale esatto di 4 Volta. Siccome il filo è lungo, e la sua temperatura si mantiene uniforme, per un tratto abbastanza grande, mediante un filino capillare di platino, che si comanda dall'esterno della custodia, mediante manico isolante, era possibile esplorare il valore del potenziale lungo il filo incandescente, per determinare la opportuna posizione alla quale si doveva portare il filo comunicante coll'elettrometro. Il potenziale lungo il filo si poteva poi far variare a volontà, o col cambiare la posizione delle resistenze o col mettere al suolo punti differenti del circuito.

Il filo impiegato nelle nuove esperienze essendo diverso da quello usato nelle antecedenti, ne viene necessariamente che deve riscaldarsi in modo diverso, pel passaggio della corrente; il fenomeno per altro si deve manifestare colle stesse singolarità. Nella Tabella I sono riuniti i risultati delle prime misure, eseguite col filo isolato, tenuto ad un millimetro al di sopra di quello percorso dalla corrente. I dà l'intensità della corrente, in Ampère; V il potenziale assunto dal filo isolato.

Tabella I.

	I	V		I	V
1	3,65	0,28	5	4.13	3.06
2	3,87	0,50	6	4.36	3,82
3	3,95	1,78	7	5,03	5,18
4	4,03	2,30			

Se si costruisce la curva dell'elettrizzazione, si vede che il rapido aumento di essa, si manifesta, per il filo impiegato, per una intensità di corrente compresa fra 3.9 e 4,0 A. La curva ha poi la stessa forma di quella già ottenuta nel precedente studio.

Misure nell' anidride carbonica.

Dopo questa prima serie di esperienze, abbiamo studiato il fenomeno in seno all' anidride carbonica. Trattandosi di un gas più denso dell'aria, pensammo di raccoglierlo dentro ad una cassetta parallelepipedica di zinco, nell'interno della quale penetrassero due grossi conduttori, fra i quali fosse fissato il filo da arroventarsi. In tale cassetta si praticarono vari fori. Due di questi, nel mezzo di due faccie opposte e muniti di opportuna imboccatura, venivano chiusi con tappi di gomma, attraversati dai due grossi conduttori a morsetto, che portavano il filo di platino incandescente. Due finestre rettangolari, nelle altre due pareti laterali, erano chiuse con lastre di vetro e permettevano di potere esaminare l'interno in qualsiasi momento. La base inferiore della cassetta era munita di un foro, con tubulatura, per il quale si faceva arrivare o dell' anidride carbonica o dell' aria, raccolte in separati gazometri. La parte superiore della cassetta era aperta e solo si chiudeva imperfettamente con delle lastre di vetro.

Tanto l'anidride carbonica, quanto l'aria, prima di arrivare nell'apparecchio, si facevano passare attraverso a delle boccie di lavamento, contenenti acido solforico concentrato, per il disseccamento del gas.

Allo scopo di ottenere delle misure maggiormente confrontabili, si sono ripetute le esperienze anche coll'aria; e tanto con un gas quanto coll' altro, si ebbe l' avvertenza che una debole corrente di gas, arrivasse sempre dal tubo applicato sul fondo della cassetta. Si capisce come la cosa fosse necessaria per l'anidride carbonica, per essere sicuri che essa non venisse in parte sostituita dall' aria circondante la cassetta.

I risultati medi, ottenuti eseguendo molte misure, sono raccolti nella seguente tabella.

TABELLA II.

Aria			CO_2		
	I	V		I	V
1	3.50	0,87	1	3,50	0.26
2	3.84	1.11	2	3.84	0,83
3	4.05	2,51	3	4,05	1.93
4	4.41	4.12	4	4,41	4.32
5	5,09	5,28	5	5.17	5.20

Se si portano i risultati corrispondenti all'aria, sulla curva tracciata coi valori della Tabella 1, essi cadono sulla curva stessa fino a tanto che si riferiscono a intensità elevate, della corrente; si discostano invece, i valori corrispondenti alle intensità inferiori ai 4 A., in modo da indicare che nelle nuove condizioni, il fenomeno, alle minori intensità, si manifesta con maggiore intensità. Su ciò, molto probabilmente, può avere influenza il fatto, che il filo nella cassetta, essendo protetto più di prima, è variata la legge del riscaldamento.

I risultati avuti per l'anidride carbonica, ad eccezione di quello che corrisponde alla intensità 4,41, dànno dei punti che si trovano al di sotto della curva. Appare dunque un diverso comportamento per l'anidride carbonica, per il fatto che la trasmissione della elettricità attraverso a questo gas, avverrebbe con minore intensità.

I risultati ottenuti per ambedue i gas, meritano eguale grado di fiducia, per il fatto che per ogni intensità di corrente, si eseguivano due misure; una colla cassetta piena di aria e immediatamente dopo, una colla cassetta riempita di anidride carbonica. È naturale per altro, che sul fenomeno che si studia, hanno influenza le differenti proprietà termiche dei due gas impiegati.

Il diverso comportamento dei due gas, si rende più manifesto alle temperature più basse e per darne un'idea, riportiamo nella Tabella III, i valori del potenziale V assunto dal filo isolato, nei tempi successivi (espressi in minuti) quando il filo è

attraversato da una corrente della intensità di 3,85 A., ed il potenziale del punto attivo del filo riscaldato, corrisponde a 64 divisioni della scala dell'elettrometro. S'intende che anche i potenziali V acquistati dal filo isolato, sono espressi in divisioni della scala.

TABELLA III.

t	V (Aria)	V (CO_2)
1m	2.2	0.7
3	5.7	1.9
5	8.5	3.0
7	11.0	4.1
9	12.5	5.1
11	13.5	5.6
13	14.2	6.4
15	15.0	7.3

Alle temperature più alte, l'elettrizzazione avviene quasi istantaneamente, tanto nell'aria quanto nell'anidride carbonica.

Influenza della posizione del filo sottoposto alla elettrizzazione.

Restando sempre nel campo delle ricerche preliminari, allo scopo di determinare fino a qual punto sia necessario mantenere esattamente costante la distanza del filo isolato, da quello arroventato, ci siamo proposto di determinare l'influenza della posizione del primo, rispetto al secondo, sull'andamento del fenomeno in esame.

Abbiamo continuato ad adoperare la cassetta di zinco antecedentemente descritta; ma in queste nuove ricerche, anzichè coprirla (incompletamente) con lastre di vetro, la abbiamo chiusa con due lamine di zinco, discoste l'una dall'altra, di circa un centimetro; tanto che nello spazio lasciato libero fra esse, potesse penetrare comodamente il filo isolato, sottoposto alla azione elettrizzante.

Per rendere le misure più leste, abbiamo introdotto un'altra modificazione. Si ridusse il filo elettrizzante, alla lunghezza di soli 20 mm. circa, per modo che quando è attraversato da

corrente di sufficiente intensità, diventa incandescente solo per circa due terzi della sua lùnghezza. Se al di sopra di esso, nel piano verticale che lo contiene, si dispone il filo isolato, piegato alla sua estremità e per sufficiente lunghezza, orizzontalmente, esso viene sottoposto alla azione di tutto il filo, il quale possiede un potenziale medio, eguale al medio di quelli posseduti rispettivamente dai due grossi conduttori, che portano il filo elettrizzante. Per misurare il valore di questo potenziale medio, che è poi quello del punto di mezzo del filo di platino, colla prova, ci siamo assicurati che bastava determinare quello del punto di mezzo di un lungo filo capillare di nichelina, gli estremi del quale abbiamo saldati ai conduttori portanti il filo. Con questa modificazione, le esperienze riescono molto più spedite.

Per misurare la distanza dei due fili di platino, serviva una scala divisa in mm., praticata su specchio, fissato sulla cassetta, ad una delle finestre laterali di vetro, contro la quale scala si potevano leggere le posizioni rispettive dei due fili di platino.

Allorquando si studiò il fenomeno per il filo isolato, tenuto al di sopra di quello arroventato, la posizione della cassetta era la solita; quando invece il filo venne tenuto al di sotto, si capovolse la cassetta. In questo caso le due lastre di zinco, prima funzionanti da coperchio, formavano il fondo; e come prima, lasciandole scostate, era possibile introdurre dal di sotto, il filo isolato di platino.

Le numerose esperienze eseguite per risolvere la questione, hanno portato ad un risultato importante, per il modo di condurre le misure necessarie in queste ricerche. E cioè, *impiegando correnti abbastanza intense e tali da rendere incandescente il filo, la elettrizzazione del filo isolato sovrastante, non varia sensibilmente colla distanza; solo la massima elettrizzazione si ottiene dopo tempi diversi, tanto maggiori, quanto più grande è la distanza del filo isolato da quello incandescente. Quando il filo isolato è al di sotto dell'incandescente, la elettrizzazione scema rapidissimamente colla distanza, tanto che a 15 millimetri di distanza essa è appena sensibile.*

Nella Tabella IV sono riuniti i risultati ricavati da parecchie esperienze, eseguite col filo arroventato, con una corrente di 5,02 A.; e col filo isolato posto prima al di sopra, quindi al

di sotto del filo al potenziale medio di 4 Volta. Nella prima colonna sono notati i tempi *t* di carica, in minuti primi; nella prima linea, sono invece notate le distanze dei due fili. I potenziali assunti dal filo isolato, sono registrati nelle singole colonne, espressi in divisioni della scala.

Nella Tabella V, sono invece notati i potenziali massimi raggiunti dal filo (misurati in Volta) a seconda delle varie distanze.

TABELLA IV.

Filo isolato, sopra.						**Filo isolato, sotto.**				
t	Distanza in mm. 1	4	8	13	40	*t*	Distanza in mm. 1	4	8	12
1mm	76	67.5	55	18.5	19	1mm	78.2	31,3	9,5	2,0
3	78	72.0	67.5	37,9	33	3	79,8	45.8	18.5	4,5
4	78,3	72,0	69,0	43,3	36.5	4	80,5	48.9	21.0	5,0
6				48,5	39,2	6	81.2	49.8	24,4	6.8
9				52,1	42,0	9	81,2	49,8	25,3	7.6
12				53,5	42,8	12			25,2	7.6
15				54,0	42,8	15			25,2	7,0

TABELLA V.

Filo isolato, sopra.		**Filo isolato, sotto.**	
Distanza	V	Distanza	V
1mm	4.3	1	4,7
4	3.9	4	2,8
8	3.8	8	1,4
13	3,2	12	0,4
17	3.2		
20	3,2		
40	2,9		

Nuove ricerche con differenti gas.

Come sopra si è rilevato, le precedenti misure sono di una certa importanza per le attuali ricerche, dappoichè mostrano che allorquando il filo isolato, che misura il potenziale dell'aria che si allontana dal filo rovente, si trova a circa 10 mm. al di

sopra da quest'ultimo, *piccole* variazioni di distanza, non hanno influenza sensibile sulla intensità del fenomeno. Ci è così offerto modo di potere operare con sicurezza di buoni risultati e senza tante preoccupazioni, per quanto riguarda le minime variazioni nella mutua posizione dei due fili, dovute alla dilatazione e corrispondente incurvamento del filo arroventato. Nelle esperienze che ora ci accingiamo a descrivere, fatte per studiare il fenomeno in varî gas, fra i quali l'idrogeno, che deve essere mantenuto in recipienti a perfetta tenuta, abbiamo dovuto dare una nuova disposizione agli apparecchi.

Anzitutto, per evitare l'impiego di correnti elettriche troppo intense, al filo di platino fin qui impiegato, ne abbiamo sostituito uno più sottile (del diametro di 0.15 mm.); ed esso abbiamo fissato nell'interno di un pallone di vetro, a quattro tubulature, della capacità di un litro. Come si vede nella Fig. 1, le due tubulature, orizzontali A, B, danno passaggio a due grossi conduttori a morsetto, di rame, fra gli estremi *a b* dei quali, è fissato il filo capillare di platino, lungo 22 mm.

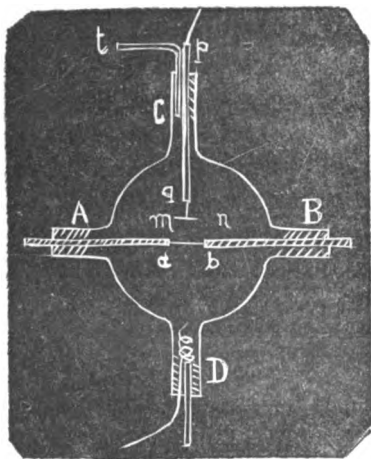



Fig. 1.

La tubulatura verticale C, è chiusa mediante un tappo di caucciù a due fori. Attraverso uno di essi, penetra un tubo di vetro *p q*, nell' interno del quale passa un filo di platino abbastanza grosso. All'estremo *q* del tubo, esso è saldato a fuoco nel vetro; superiormente, in *p* è invece fissato con ceralacca. L'intero tubo è verniciato alla gommalacca e la parte sporgente dal tappo è ricoperta di uno strato di ceralacca, allo scopo di ottenere il migliore isolamento. Alla estremità inferiore del filo di platino è poi fissata, per mezzo di ribaditura, una laminetta di platino *m n*, che copre tutto il tratto di filo di platino *ab* e sta a circa 10 mm. al di sopra di esso. Il secondo foro del tappo, serve

a stabilire la comunicazione del recipiente o con un gasometro o coll'aria esterna.

La seconda tubulatura verticale D del pallone, è chiusa con un altro tappo, attraversato da un'imboccatura di vetro, che alla sua volta può stabilire, a seconda del bisogno, la comunicazione col gasometro e coll'aria.

Tutto il pallone è argentato internamente; solo due porzioni disposte simmetricamente ed all'altezza del filino *a b*, sono scoperte, in modo da potere vedere nell'interno. Una spiralina di sottile filo di rame, tocca la superficie argentata del collo D, e serve a stabilire la comunicazione col suolo.

Le quattro tubulature del pallone, sono tutte verniciate con gommalacca. I morsetti M N servono a fissare i reofori che conducono la corrente nel filo *a b*; ad essi sono pure saldati i capi del lungo filo capillare di nichelina, che quando è posto in comunicazione coll'elettrometro, dà il valore del potenziale medio del filo *a b* di platino.

Con questo apparecchio, che è a perfetta tenuta, abbiamo ripetute le esperienze coll'aria, e coll'anidride carbonica; e fatte delle nuove coll'idrogeno.

Nel caso dell'aria e dell'anidride carbonica, il gas si faceva arrivare dal tubo inferiore D ed uscire da *t*. Quest'ultimo, mediante un tubo di gomma, comunicava con cannello di vetro, tenuto verticale, immerso col suo estremo inferiore in una bacinella contenente acido solforico. Durante tutte le misure, si aveva l'avvertenza che il gas, disseccato, proveniente dal gazometro, continuasse a passare, sotto debolissima corrente, attraverso al pallone, e la debole corrente era resa manifesta dalle gallozzole che si sprigionavano dall'estremo del tubo, pescante nell'acido.

Operando invece coll'idrogeno, esso si faceva arrivare da *t* ed uscire da D, collo stesso sistema.

Omettiamo di descrivere le cautele osservate per assicurarsi che il pallone fosse pieno di gas puro, specialmente nel caso dell'idrogeno, per il quale la mescolanza coll'aria, fra l'altro, poteva riuscire pericolosa. Si intende che col modo col quale si operava, i gas erano ad una pressione lievemente superiore a quella dell'atmosfera.

Nella Tabella VI diamo i risultati ottenuti coi tre gas. I

potenziali V, assunti dalla laminetta esploratrice, alle diverse intensità I della corrente, rappresentano i valori medî di molte misure, fra di loro assai concordanti. Come sempre si danno i valori corrispondenti al potenziale medio, del filo di platino, eguale a quattro Volta.

TABELLA VI.

Aria		CO_2		H	
I	V	I	V	I	V
0,93	0.11	1,52	0.75	3.38	0.39
1.25	0.19	2.08	3.25	3.50	0.64
1,64	1,37	2,28	4,00	3,67	1.22
1.88	3,28	2.40	4.85	3.85	1.75
2,10	4,22	2.50	4,96	4.02	2,48
2.25	4.86	2.70	4.76	4.15	2.90
2,50	4,84	2,88	4,54	4.27	4,15
2,88	4,67			4.48	4,24
				4.59	4.00
				4,80	3,83

I valori della Tabella VI, danno tre curve che mostrano subito che la trasmissione della eletttricità attraverso ai vari gas non avviene alla stessa maniera. La curva dell'idrogeno mostra l'andamento più divergente, mentre quelle dell'aria e dell'anidride carbonica, si avvicinano molto fra loro.

Non tenendo conto per ora, della temperatura del filo di platino, ma solo della intensità della corrente che lo percorre, si vede che la trasmissione della elettricità avviene più facilmente per l'aria, che non per l'anidride carbonica. Per questa il massimo della elettrizzazione della lamina esploratrice si manifesta per la intensità della corrente di 2,5 A., mentre per l'aria si ha per la intensità 2.3. I valori della tabella, e meglio le curve che con essi si possono tracciare, ci dicono che per tutti e due questi gas, la elettrizzazione loro propria, dovuta al contatto delle loro molecole col filo incandescente, è presso a poco della stessa grandezza. Di fatti, mentre il potenziale medio del filo incandescente è di 4 Volta, quello massimo assunto dalla lamina, è per i due gas, rispettivamente di 4,85 e 5,0 Volta.

Per l'idrogeno il fenomeno della trasmissione si manifesta molto in ritardo; cioè per correnti molto più intense che non per gli altri gas. Ciò, come era prevedibile, è dovuto alla sua grande conducibilità termica, la quale ritarda di molto il riscaldamento del filo di platino. Il solito massimo incremento della trasmissione, per questo gas, si ottiene solo fra 3,3 e 4,3 A di intensità della corrente. Una particolarità da rilevarsi, è quella dell'abbassamento del valore del massimo potenziale, che nell'idrogeno acquista la laminetta; esso è solo di 4,25 Volta. Si deve da ciò concludere, che le molecole dell'idrogeno che si allontanano dal filo incandescente di platino, assumono un potenziale positivo di poco superiore a quello del filo stesso.

Per rendere più direttamente paragonabili i risultati delle esperienze, è necessario esprimerli in funzione della temperatura del filo. Per maggiore semplicità, abbiamo stimato più opportuno riferirci alla resistenza del filo stesso, la quale per il platino è una funzione semplicissima della temperatura. Siamo perciò passati alla misura della resistenza del filino di platino, nei differenti gas ed alle varie intensità di corrente.

Per tali misure ci siamo serviti della determinazione della differenza di potenziale fra i due morsetti che portano il filo stesso. Allo scopo abbiamo saldato ai detti morsetti due conduttori, che gli congiungono rispettivamente ai capi del filo di un galvanometro a riflessione di Edelmann. In questo però abbiamo sostituiti gli ordinari rocchetti moltiplicatori, con due, formati con un numero straordinario di spire di sottilissimo filo di nichelina, in modo da avere così un galvanometro a grandissima resistenza (circa 120,000 Ohm). Usando il galvanometro con cannocchiale e scala, si otteneva lo spostamento di una divisione per ogni 0,038 di Volta. Del buono funzionamento dell'apparecchio ci siamo assicurati con opportune prove.

Nella Tabella VII si trovano riuniti i valori della resistenza del filo di platino, per le diverse intensità I delle correnti che lo percorrono, quando è posto nell'aria oppure nell'idrogeno. Le resistenze sono espresse in Ohm.

TABELLA VII.

Aria		H.	
I	R	I	R
1.46	0.54	3.27	0.46
1.63	0.59	3.42	0.49
1.88	0.65	3.71	0.54
2.55	0.695	3,92	0.58
2.35	0.73	4.05	0.595
2,50	0.75	4.32	0.635
2.82	0,80	4,52	0.67
		4,71	0.715

La curva della resistenza del filo nell'idrogeno, tracciata in funzione di I, riesce rettilinea. Per l'aria invece, dapprincipio (alle due intensità I più basse) è alquanto incurvata. La concavità che mostra verso l'asse delle ascisse, è probabilmente dovuta a qualche causa di errore, perchè un tale comportamento non si ossserva per gli altri gas e neppure si è riscontrato studiando un nuovo tratto di filo nell'aria. Non si poterono controllare i dati, perchè malauguratamente si fuse il filo prima del termine delle misure. Per la stessa ragione, non si potè studiare la resistenza del filo stesso, nell'anidride carbonica. In ogni modo, per quanto riguarda l'incertezza sopra accennata, è da notare che si presenta alle intensità più basse della corrente; e dei risultati riferentesi a queste, non si trae grande partito nei confronti che istituiamo in seguito.

Ora interessa di vedere quali sono i potenziali assunti dalla laminetta esploratrice nei diversi gas, a eguali temperature e quindi a eguali resistenze, del filo di platino. Ecco come si riesce allo scopo.

Nella Tabella VIII notiamo i potenziali V (H) assunti dalla laminetta posta nell'idrogeno, alle singole intensità I della corrente. Col mezzo della curva della resistenza, è agevole avere le resistenze R possedute dal filo di platino, alle stesse intensità, nell'idrogeno.

Con procedimento opposto, dalla curva della resistenza del filo nell'aria, si deducono le intensità I della corrente, alle quali

spettano al filo di platino le resistenze eguali a quelle registrate nella colonna R.

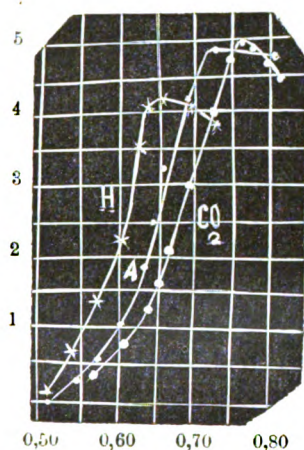



Fig. 2.

Ricorrendo in fine alla curva della elettrizzazione della laminetta esploratrice nell'aria, si trovano facilmente i potenziali V (A), che la laminetta acquista nell' aria in corrispondenza delle intensità I'.

Ecco in tal modo determinati i valori V (H), V (A), che misurano la elettrizzazione della laminetta isolata, sottoposta alla azione del filo percorso da corrente elettrica e ad eguali temperature nei due gas. Coi valori così dedotti, si costruiscono le curve H e A della fig. 2.

Tabella VIII.

I	V(H)	R	I'	V (A)	V(CO_2)
3,4	0,38	0,486	1,31	0,27	
3,6	0,93	0,518	1,40	0,48	
3,8	1.57	0,552	1,50	0,78	0,65
4,0	2.38	0,585	1,61	1,25	1,[illegible]0
4,2	3,59	0,617	1,73	2,00	1,48
4,3	4,14	0,634	1,81	2,60	1,80
4,4	4,22	0,651	1,91	3,33	2,25
4,6	4,05	0,685	2,09	4,28	3,13
4,8	3,82	0,718	2,28	4,88	4,05
		0,736	2,40	4,87	4,83
		0,754	2,50	—	4,98
		0,770	2,60	4,78	4,89
		0,795	2,80	4,70	4,64
		0,808	2,90	4,65	4,52

(Siccome coll' aria e coll' anidride carbonica, per studiare completamente il fenomeno, si è arrivati a resistenze più alte di

quelle raggiunte coll'idrogeno, così è stato necessario aggiungere nella colonna di I' ed in quella di R, altri valori, che non compariscono nel caso del filo nell'idrogeno).

Causa la disgrazia occorsaci, della fusione del primo filo di platino, diventò necessario lo studio della resistenza di un nuovo tratto dello stesso filo, in tutti e tre i gas. Il nuovo filo, fissato fra i grossi conduttori di rame, riuscì della lunghezza di 21 mm.

Abbiamo fatto una lunga serie di determinazioni, operando alternativamente col filo nell'idrogeno, nell'aria, e nell'anidride carbonica. Senza riportare tutti i risultati avuti, diamo nella Tabella IX, quelli medi ottenuti per l'aria e per l'anidride carbonica. Ogni valore registrato, corrisponde alla media di molte determinazioni concordanti, fatte in tempi diversi.

TABELLA IX.

Aria		CO_2	
I	R	I	R
1,26	0,38	1,46	0,42
1,76	0,48	1,73	0,47
2,25	0,54	2,02	0,51
2,66	0,59	2,59	0,57
2,89	0,62	2,84	0,60

Costruite le curve della resistenza del filo in funzione delle intensità I, esse quasi si sovrappongono. Trattandosi che lo studio della resistenza, è stato fatto, ora, con un nuovo tratto di filo e che le condizioni di lunghezza e posizione, rispetto al primo adoperato, sono certamente variate, così senza tenere conto delle minime differenze, in via approssimata, si può ammettere che la resistenza (e quindi la temperatura) del filo di platino, sieno eguali, per determinate intensità di corrente, tanto nell'aria quanto nell'anidride carbonica. Il tenere calcolo delle piccole differenze riscontrate, per poi correggere convenientemente i risultati ottenuti col primo filo, avrebbe portato a una maggiore esattezza puramente illusoria.

Ammesso dunque, in via approssimata, giusta la conclusione tratta qui sopra, possiamo allora completare la Tabella VIII

colla terza parte, finora non considerata, nella quale in corrispondenza alle intensità I' e rispettive resistenze R del filo, si registrano i potenziali assunti dalla laminetta esploratrice, quando si opera colla anidride carbonica. Anche di questi valori, notati sotto V (CO_2) ci serviamo per la costruzione di una curva, che è la CO_2 della fig. 2.

Se si esaminano le tre curve della fig. 2, appare manifesta l'azione dei differenti gas sulla trasmissione della elettricità. *L'idrogeno si mostrerebbe più atto degli altri a trasportare lo stato elettrico positivo. Il massimo della elettrizzazione del conduttore isolato, con questo gas, si raggiunge prima che per gli altri due (alla resistenza 0,65 del filo); si ottiene quindi quello dell'aria (resistenza 0,73) ed in fine si ha quello dell' anidride carbonica (resistenza 0,75 circa).*

Le particelle gasose che partono dal filo di platino incandescente, nel caso dell'idrogeno mostrano una elettrizzazione positiva (al di sopra di quella del potenziale del filo) di 0,25; quelle dell'anidride carbonica e dell'aria invece, si allontanano ad un potenziale positivo più elevato di quasi 1 Volta. Nel caso dell'idrogeno, alle temperature più elevate, si mostra una inversione del fenomeno, dappoichè il potenziale della laminetta isolata, diventa più piccolo di quello del filo incandescente.

Causa la mancanza di mezzi, siamo stati costretti a sospendere il nostro studio; ma presto saremo in grado di continuarlo in condizioni molto migliori. Ci riserviamo alla fine delle ricerche di discutere convenientemente i risultati, per non correre il rischio di dovere tornare sopra alle nostre conclusioni, in considerazione della deficienza di dati, per una esauriente discussione.

FORMOLE GENERALI RELATIVE ALL' INTEGRAZIONE DELLE EQUAZIONI DELL' EQUILIBRIO DEI CORPI ELASTICI.

APPLICAZIONE AL CASO DI UN CORPO ELASTICO SFERICO[1]

Nota del Dott. GIUSEPPE LAURICELLA.

Le formole generali che qui mi propongo di stabilire, mi serviranno, in una prossima Nota di questo periodico, per integrare le equazioni dell'equilibrio di un corpo elastico isotropo, quando sono dati gli spostamenti al contorno, per mezzo di serie.

In questa Nota intanto le applico al problema dell'equilibrio di un corpo elastico sferico, nel qual caso trovo con molta semplicità delle formole, che dànno le componenti degli spostamenti per mezzo di integrali semplici di superficie. Detto problema è stato risoluto dal Cerruti [2]) e dal Somigliana [3]) con altri metodi dei quali in qualche punto qui mi valgo.

1. Si può verificare che sono integrali delle equazioni:

$$(1)\qquad \begin{cases} L\Delta^2 u + (L+K)\dfrac{\partial\theta}{\partial x_1} = 0 \\[2mm] L\Delta^2 v + (L+K)\dfrac{\partial\theta}{\partial y_1} = 0 \quad \left(\theta = \dfrac{\partial u}{\partial x_1} + \dfrac{\partial v}{\partial y_1} + \dfrac{\partial w}{\partial z_1}\right), \\[2mm] L\Delta^2 w + (L+K)\dfrac{\partial\theta}{\partial z_1} = 0 , \end{cases}$$

le seguenti funzioni:

$$a = \frac{2}{\alpha+2}\left\{(1+\alpha)\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial n} - \frac{3\alpha}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial x}\right)^2\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial n}\right\}$$

$$b = \frac{2}{\alpha+2}\left\{ \qquad\qquad - \frac{3\alpha}{2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial n}\right\}$$

$$c = \frac{2}{\alpha+2}\left\{ \qquad\qquad - \frac{3\alpha}{2}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial n}\right\}.$$

1) Questa Nota è il sunto del Cap. IV della Memoria dell'autore stesso: *Equilibrio dei corpi elastici isotropi* (Annali della R. Scuola Nor. Sup. di Pisa, 1894). Le notazioni qui adottate sono quelle introdotte nelle due precedenti Note di questo Volume, relative pure all'equilibrio dei corpi elastici.

2) *Ass. franc. pour l'avanc. des Sciences.* Compte-Rendu de la XIV Session. Grenoble, 1885; II partie, p. 68-79.

3) Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, 1887.

Si ha poi per i punti (x_1, y_1, z_1) interni al corpo S:

$$(2) \qquad \int_\sigma a d\sigma = 4\pi \ , \quad \int_\sigma b d\sigma = 0 \ , \quad \int_\sigma c d\sigma = 0 \ ,$$

e per i punti $(x_1 . y_1 , z_1)$ di σ.

$$(3) \qquad \int_\sigma a' d\sigma = 2\pi \ , \quad \int_\sigma b' d\sigma = 0 \ , \quad \int_\sigma c' d\sigma = 0 \ ,$$

dove $a', b' c'$ sono le funzioni a, b, c considerate nei punti della superficie σ.

2. Sia $u\,(m)$ una qualsiasi funzione finita e continua dei punti m di σ, ed n un punto qualunque interno ad S.

Le espressioni:

$$(4)\ \mathrm{U}(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma u(m).a d\sigma \ , \ \mathrm{V}(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma u(m).b d\sigma \ . \ \mathrm{W}(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma u(m).c d\sigma$$

sono evidentemente tre funzioni finite e continue dei punti $n \equiv (x_1 , y_1 , z_1)$ di S, che soddisfano alle equazioni (1).

Ammesso che la superficie σ abbia in ogni suo punto un piano tangente determinato, vediamo che cosa accade di queste funzioni, quando il punto n si avvicina indefinitamente ad un punto μ di σ. Per questo osserveremo dapprima che si ha dalle (2):

$$\mathrm{U}(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m) - u(\mu) \right\} a d\sigma + 2u(\mu) \ ,$$

$$\mathrm{V}(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m) - u(\mu) \right\} b d\sigma \ ,$$

$$\mathrm{W}(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m) - u(\mu) \right\} c d\sigma \ ;$$

e poichè, come si dimostra facilmente, gli integrali:

$$\frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m) - u(\mu) \right\} a' d\sigma \ , \ \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m) - u(\mu) \right\} b' d\sigma \ . \ \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m) - u(\mu) \right\} c' d\sigma$$

sono proprî e quindi gli altri:

$$\frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} a d\sigma \,,\ \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} b d\sigma \,,\ \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} c d\sigma$$

sono funzioni finite e continue dei punti di tutto lo spazio, avremo:

$$(5) \begin{cases} \lim\limits_{n=\mu} \mathrm{U}(n) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} a' d\sigma + 2u(\mu) \,, \\ \lim\limits_{n=\mu} \mathrm{V}(n) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} b' d\sigma \,, \\ \lim\limits_{n=\mu} \mathrm{W}(n) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} c d\sigma \,. \end{cases}$$

Si ha poi:

$$\mathrm{U}(\mu) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} a' d\sigma + u(\mu) \,,$$

$$\mathrm{V}(\mu) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} b' d\sigma \,,$$

$$\mathrm{W}(\mu) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma \left\{ u(m)-u(\mu) \right\} c' d\sigma \,;$$

risulta quindi dalle (5):

$$(6) \quad \lim_{n=\mu} \mathrm{U}(n) = \mathrm{U}(\mu) + u(\mu) \,,\ \lim_{n=\mu} \mathrm{V}(n) = \mathrm{V}(\mu) \,,\ \lim_{n=\mu} \mathrm{W}(n) = \mathrm{W}(\mu).$$

Analogamente, se si considerano gli integrali delle (1):

$$a_1 = \frac{2}{\alpha+2}\left\{ \qquad - \frac{3\alpha}{2} \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \right\},$$

$$b_1 = \frac{2}{\alpha+2}\left\{ (1+\alpha) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} - \frac{3\alpha}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \right\},$$

$$c_1 = \frac{2}{\alpha+2}\left\{ \qquad - \frac{3\alpha}{2} \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial r}{\partial z} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \right\};$$

$$a_2 = \frac{2}{\alpha+2}\left\{ \qquad - \frac{3\alpha}{2} \frac{\partial r}{\partial z} \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \right\},$$

$$b_2 = \frac{2}{\alpha+2}\left\{ \qquad - \frac{3\alpha}{2} \frac{\partial r}{\partial z} \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \right\},$$

$$c_2 = \frac{2}{\alpha+2}\left\{ (1+\alpha) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} - \frac{3\alpha}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial n} \right\},$$

si introducono le espressioni:

$$\mathrm{U}'(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma v(m).a_1 d\sigma, \quad \mathrm{V}'(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma v(m).b_1 d\sigma, \quad \mathrm{W}'(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma v(m).c_1 d\sigma$$

$$\mathrm{U}''(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma w(m).a_2 d\sigma, \quad \mathrm{V}''(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma w(m).b_2 d\sigma, \quad \mathrm{W}''(n) = \frac{1}{2\pi}\int_\sigma w(m).c_2 d\sigma,$$

nelle quali $v\ (m)$, $w\ (m)$ sono funzioni arbitrarie dei punti di σ finite e continue, e si indicano con a'_1, b'_1, c'_1; a'_2, b'_2, c'_2 le espressioni a_1, b_1, c_1; a_2, b_2, c_2 considerate nei punti μ di σ, avremo:

$$\lim_{n=\mu} \mathrm{U}'(n) = \mathrm{U}'(\mu), \quad \lim_{n=\mu} \mathrm{V}'(n) = \mathrm{V}'(\mu) + v(\mu), \quad \lim_{n=\mu} \mathrm{W}'(n) = \mathrm{W}'(\mu);$$

$$\lim_{n=\mu} \mathrm{U}''(n) = \mathrm{U}''(\mu), \quad \lim_{n=\mu} \mathrm{V}''(n) = \mathrm{V}''(\mu), \quad \lim_{n=\mu} \mathrm{W}''(n) = \mathrm{W}''(\mu) + w(\mu).$$

3. Applichiamo le formole generali trovate precedentemente alla risoluzione del seguente problema: *Date arbitrariamente tre funzioni* u(m), v(m), w(m) *dei punti* m *della superficie* σ *di una sfera* S, *trovare tre funzioni* Q, S, T, *le quali nei punti interni alla sfera soddisfino alle equazioni* (1) *dell'equilibrio e coll'avvicinarsi indefinitamente di* n *ad un punto qualsiasi* μ *di* σ, *tendano rispettivamente ai valori* u (μ), v (μ), w (μ).

Indicando con R il raggio della sfera S e con r_0 le distanze contate a partire dal punto arbitrario μ di σ, si avrà:

$$U(\mu)=\frac{1}{2\pi R(\alpha+2)}\int_\sigma u(m)\left\{(1+\alpha)\frac{1}{r_0}-\frac{3\alpha}{2}\frac{(x-x_1)^2}{r_0^3}\right\}d\sigma\ ,$$

$$V(\mu)=\frac{1}{2\pi R(\alpha+2)}\int_\sigma u(m)\left\{\quad-\frac{3\alpha}{2}\frac{(x-x_1)(y-y_1)}{r_0^3}\right\}d\sigma\ ,$$

$$W(\mu)=\frac{1}{2\pi R(\alpha+2)}\int_\sigma u(m)\left\{\quad-\frac{3\alpha}{2}\frac{(x-x_1)(z-z_1)}{r_0^3}\right\}d\sigma\ .$$

Le espressioni:

$$M(n)=\frac{-3}{2\pi R(\alpha+2)}\int_\sigma u(m).\ u_1\ d\sigma\ ,$$

$$N(n)=\frac{-3}{2\pi R(\alpha+2)}\int_\sigma u(m).\ v_1\ d\sigma$$

$$\Gamma(n)=\frac{-3}{2\pi R(\alpha+2)}\int_\sigma u(m).\ w_1\ d\sigma$$

sono evidentemente tre funzioni finite e continue in tutto lo spazio, che nei punti della sfera data soddisfano alle equazioni (1) dell'equilibrio. Esse poi nel punto μ di σ divengono:

$$M(\mu) = \frac{-1}{2\pi R(\alpha+2)} \int_\sigma u(m) \left\{ \frac{3}{r_0}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{3\alpha}{2}\frac{(x-x_1)^2}{r_0^3} \right\} d\sigma ,$$

$$N(\mu) = \frac{-1}{2\pi R(\alpha+2)} \int_\sigma u(m) \left\{ \qquad - \frac{3\alpha}{2}\frac{(x-x_1)(y-y_1)}{r_0^3} \right\} d\sigma ,$$

$$P(\mu) = \frac{-1}{2\pi R(\alpha+2)} \int_\sigma u(m) \left\{ \qquad - \frac{3\alpha}{2}\frac{(x-x_1)(z-z_1)}{r_0^3} \right\} d\sigma .$$

Posta l' origine degli assi nel centro della sfera S, indicata con ϕ la funzione di Green relativa ad S, se $\varrho^2 = x_1^2+y_1^2+z_1^2$, $t = \frac{L}{3L+K}$, si può dimostrare che le tre funzioni:

$$\xi = \phi + \frac{L+K}{2(3L+K)} \cdot \frac{R^2-\varrho^2}{\varrho^{t+1}} \int_0^\varrho \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} \varrho^t \, d\varrho ,$$

$$\eta = \frac{L+K}{2(3L+K)} \cdot \frac{R^2-\varrho^2}{\varrho^{t+1}} \int_0^\varrho \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1 \partial y_1} \varrho^t \, d\varrho .$$

$$\zeta = \frac{L+K}{2(3L+K)} \cdot \frac{R^2-\varrho^2}{\varrho^{t+1}} \int_0^\varrho \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1 \partial z_1} \varrho^t \, d\varrho \; ^{1)}$$

sono integrali delle equazioni (1) finiti e continui in tutto S, che nei punti di σ divengono rispettivamente:

$$\xi = \frac{1}{r_0} , \; \eta = 0 , \; \zeta = 0 .$$

Ciò posto, consideriamo le tre funzioni finite e continue dei punti di S e di σ:

1) Per determinare questi integrali mi sono servito in parte del metodo del Cerruti ed in parte di quello del Somigliana.

$$\xi_1(n) = \frac{\alpha+4}{4\pi R(\alpha+2)} \int_\sigma u(m).\xi d\sigma \ , \ \eta_1(n) = \frac{\alpha+4}{4\pi R(\alpha+2)} \int_\sigma u(m).\eta d\sigma \ ,$$

$$\zeta_1(n) = \frac{\alpha+4}{4\pi R(\alpha+2)} \int_\sigma u(m).\zeta d\sigma \ .$$

Come è chiaro, esse rappresentano un sistema di integrali delle equazioni (1), per i quali si ha:

$$\lim_{n=\mu} \xi_1(n) = \frac{\alpha+4}{4\pi R(\alpha+2)} \int_\sigma \frac{u(m)}{r_0} d\sigma, \ \lim_{n=\mu} \eta_1(n) = 0 \ , \ \lim_{n=\mu} \zeta_1(n) = 0.$$

Allora le tre funzioni:

$$Q_1(n) = U(n) + M(n) + \xi_1(n) \ ,$$

$$S_1(n) = V(n) + N(n) + \eta_1(n) \ ,$$

$$T_1(n) = W(n) + P(n) + \zeta_1(n)$$

rappresenteranno un sistema di integrali delle equazioni (1) in tutto S, tali che

$$\lim_{n=\mu} Q_1(n) = u(\mu) \ , \ \lim_{n=\mu} S_1(n) = 0 \ , \ \lim_{n=\mu} T_1(n) = 0 \ .$$

Nello stesso modo potremo costruire tre integrali:

$$Q_2(n) \ , \ S_2(n) \ , \ T_2(n)$$

delle equazioni (1) tali che

$$\lim_{n=\mu} Q_2(n) = 0 \ , \ \lim_{n=\mu} S_2(n) = v(\mu) \ , \ \lim_{n=\mu} T_2(n) = 0 \ ,$$

e tre altri

$$Q_3(n) \ , \ S_3(n) \ , \ T_3(n)$$

tali che

$$\lim_{n=\mu} Q_3(n) = 0 \ , \ \lim_{n=\mu} S_3(n) = 0 \ , \ \lim_{n=\mu} T_3(n) = w(\mu) \ .$$

Finalmente se prendiamo:

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3 \ , \ S=S_1+S_2+S_3 \ , \ T=T_1+T_2+T_3 \ ,$$

avremo tre funzioni Q, S, T che, come è evidente, risolvono completamente il problema proposto.

In modo perfettamente analogo si può risolvere il problema relativo ad un corpo elastico indefinito limitato da una superficie sferica.

RIVISTA

Comptes Rendus, Novembre 1894.

19. — A. Ponsot. ***Relazione fra le tensioni di vapore di un corpo allo stato solido e allo stato liquido. — Influenza della pressione sulla temperatura di fusione*** (pp. 791-794). — L'A. mostra che la formola, da lui precedentemente stabilita per l'acqua e per il ghiaccio

$$\mathrm{R\,T}\log\frac{\mathrm{F}}{f}=\mathrm{E}\left[\frac{l_0}{\mathrm{T}_0}(\mathrm{T}_0-\mathrm{T})-(\mathrm{C}_e-\mathrm{C}_g)\,\mathrm{T}\left(\frac{\mathrm{T}_0-\mathrm{T}}{\mathrm{T}}-\log\frac{\mathrm{T}_0}{\mathrm{T}}\right)\right],$$

dove F ed f sono le tensioni massime di vapore a T, l_0 il calore latente interno di fusione a T_0, temperatura del punto triplo, C_e e C_g i calori specifici dell' acqua e del ghiaccio, può valere in forza degli stessi ragionamenti per un corpo qualunque, quando le C_e e C_g si riferiscano a questo corpo. Tale relazione però conviene ai corpi che soddisfano alle seguenti condizioni:

1.° che al loro vapore si possano applicare le leggi dei gas perfetti.

2.° durante i cangiamenti di temperatura il lavoro esterno possa essere trascurato in confronto del lavoro interno.

3.° i calori specifici possano essere considerati come costanti.

20, 21, 22. — L. Cailletet ed E. Collardeau. *Ricerche sulla condensazione dei gas dell'elettrolisi per mezzo dei corpi porosi ed in particolare per mezzo dei metalli della famiglia del platino. - Applicazioni alla pila a gas. - Accumulatori elettrici sotto pressione* (pp. 830-834). — Gli A. hanno potuto aumentare la durata e l' inten-

sità della corrente di scarica di un voltametro rendendo gli elettrodi capaci di immagazzinare una maggior quantità di gas dell' ordinario. Essi hanno adoperato prima di tutto elettrodi formati da spugna di platino, racchiudendo una certa quantità di essa entro sacchetti di stoffa di seta nei quali penetravano due fili di platino quali conduttori della corrente. I sacchetti erano immersi entro acqua acidulata con acido solforico all' 1 : 10, furono saturati di gas per mezzo della corrente di una pila, e produssero una scarica molto più intensa e più prolungata di quella che avrebbe data lo stesso peso di platino allo stato ordinario e non spugnoso.

Gli A. hanno poi racchiuso l'apparecchio in un recipiente di acciaio producendovi mediante una pompa idraulica delle pressioni che hanno spinto fino a 600 atmosfere. La durata della scarica ha così aumentato molto con la pressione. Sotto le pressioni elevate la scarica si divide in tre periodi: nel primo il valore della intensità presenta una diminuzione rapidissima seguita da un leggero aumento; nel secondo desso valore si mantiene costante per ogni dato valore della pressione, ed aumenta di un poco con la pressione, mantenendosi la forza elettromotrice dell' apparecchio vicina ad 1 Volt; nel terzo periodo poi si ha una nuova caduta meno rapida della prima. La capacità di un accumulatore così fatto è di 56 Amperore per kg di spugna di platino alla pressione di 580 atmosfere. L' intensità della corrente di scarica può raggiungere 100 Ampères per kg. La materia deve esser divisa in parti ineguali ai due poli e precisamente nel rapporto di tre parti al polo negativo contro una al positivo. Il rendimento trovato dagli A. ha raggiunto anche il 98 % per scariche immediatamente successive alle cariche.

Gli A. hanno esteso inoltre le ricerche a molti altri metalli della famiglia del platino ed hanno trovato che: l'iridio presenta risultati analoghi a quelli del platino; il rutenio è attaccato al polo positivo e non dà una forza elettromotrice costante in nessun periodo della scarica; il palladio dà i migliori risultati quando sia allo stato spugnoso, poichè a pressione eguale e con lo stesso peso di materia attiva ha una capacità tre o quattro volte più grande, e per esempio sotto la pressione di 600 atmosfere questa capacità può raggiungere 176 Amperore per kg. di spugna di palladio.

Anche sull' oro, sull' argento, sullo stagno, sul nichel e sul cobalto sono state fatte analoghe ricerche e, ad eccezione del primo, si è trovato che questi metalli si alterano tutti al polo positivo. Gli A. concludono pertanto che fra le diverse sostanze

studiate i metalli nobili, non suscettibili di alterarsi chimicamente a contatto dell'elettrolite o dei prodotti della sua scomposizione, sembrano essere i soli adatti a formare degli accumulatori a gas condensati di cui la capacità aumenta con la pressione. Per alcuni di questi metalli la capacità può raggiungere valori elevati e notevolmente superiori a quelli che dànno nella pratica gli accumulatori industriali al piombo.

Il Berthelot a proposito della Nota precedente ricorda che il platino, il palladio ed i metalli analoghi formano a freddo con l'idrogeno e con l'ossigeno liberi, specialmente col primo, delle vere combinazioni definite; sono dunque combinazioni chimiche e non gas condensati o occlusi che spiegano il funzionamento di questi accumulatori.

E. Mathias. *Determinazione sperimentale diretta del calore specifico di vapor saturo e del calore di vaporizzazione interno* (pp. 849-852). — L'A. osserva che per misurare il calore specifico del vapor saturo a t^0 basta generalizzare il metodo, da lui descritto in una Nota precedente [1]), relativo al calore specifico del liquido saturo, e di conservare il medesimo dispositivo sperimentale.

L'A. studia in particolare l'acido solforoso, e mostra come il suo metodo generale permetta, per mezzo di una doppia serie di esperienze calorimetriche, con un apparecchio montato una volta per tutte, di risolvere completamente il problema dello studio calorimetrico di un corpo, e di mostrare che il *calore specifico di vapor saturo, anzichè essere una quantità puramente speculativa, è suscettibile di una misura sperimentale diretta, semplice e che non può dar luogo ad una interpretazione dubbiosa.*

A. Bartorelli.

Journal de Physique — Novembre 1894, Serie 3, T. III.

Georges Meslin. *Sulle interferenze a media differenza di percorso* (pp. 489-498). — Quando la luce bianca si riflette su di una sottile lamina trasparente, si ottengono delle colorazioni, se lo spessore della lamina è solamente di qualche lunghezza d'onda. Se al contrario la lamina ha un grande spessore l'interferenza non si produce più a causa del troppo grande valore del ritardo. Se infine la lamina ha uno spessore medio, le colorazioni non appariscono più, e questo non perchè cessi il fenomeno di interferenza, ma perchè al contrario esso è realizzato da un grande

1) V. *N. Cimento*, ser. 3., tomo. 36, pag. 164 (settembre 1893).

numero di colori dello spettro. Tuttavia questa luce riflessa ha una costituzione speciale. L' A. mette in evidenza quest' ultimo fatto col ricevere la luce riflessa da una lamina di medio spessore su di un'altra lamina avente quasi lo stesso spessore, e collo studiare i fenomeni che si riscontrano nella luce dopo le due riflessioni.

E. BOUTY. *Sulle capacità di polarizzazione* (pp. 498-512). — L'A. fa passare attraverso ad un voltametro non polarizzato una corrente, di cui l' intensità conosciuta I_0 è mantenuta costante, malgrado il progredire della polarizzazione, coll' introdurre nel circuito del voltametro una forza elettromotrice molto più grande del valore massimo di polarizzazione cui si propone di arrivare e col rendere la resistenza totale molto grande affinchè l' intensità della corrente sia molto debole.

La quantità di elettricità Q che traversa il voltametro in un tempo t misurato per mezzo di un pendolo interruttore dell' A. [1]) è allora

$$Q = I_0 t.$$

L' A. misura poi in funzione del tempo la polarizzazione totale p prodotta, onde ottenere la *capacità apparente media del voltametro.*

Poi studia la corrente di scarica nel voltametro stesso allo scopo di determinare ciò che esso è suscettibile di rendere in date condizioni per determinare *la capacità vera e la velocità di depolarizzazione.*

L' A. così concludė l' importante Nota: « La riversibilità dei fenomeni di polarizzazione è completa al limite per una polarizzazione ed una durata di carica e scarica infinitamente piccole; e non lo è più, allorchè uno di questi due elementi assume un valore fisso. La locuzione *capacità di polarizzazione* ha dunque un senso ben definito sperimentalmente soltanto per i valori nulli di p e t. Questa capacità iniziale può solamente essere attribuita senza inverosimiglianza ad uno strato doppio di elettricità. »

E. CRESCINI.

The Physikal Review. New York, Vol. 2, N.° 3. Novembre-Dicembre 1894.

E. L. NICHOLS e M. L. CREHORE. *Studio della luce Drummond* (pp. 161-169). — Gli A. hanno fatto delle esperienze con lo scopo

1) *Ann. de Chim. et de Phys.* Sesta serie t. XXIV, p. 400 e t. XXVII, p. 64.

di determinare i cambiamenti ai quali va soggetta la radiazione della parte più calda del cilindro di calce incandescente (che si usa per produrre la luce Drummond) dal momento dell'ignizione fino allo stato d'incandescenza normale. I risultati ottenuti, sia col metodo del termomoltiplicatore, sia col metodo dello spettrofotometro mostrano che la calce (C_aO) è dotata di luminescenza per effetto del calore, cioè (quando sia da poco resa incandescente) la sua radiazione corrisponde ad una temperatura molto più elevata di quella a cui effettivamente si trova. Una proprietà simile era già stata notata per altri ossidi. In questo caso, ad es., si trova l'ossido di magnesio mentre viene prodotto dalla combustione del metallo, come fu dimostrato da Rogers (*Amer. J. of Sc.*, vol. 43). La stessa proprietà fu riscontrata da E. L. Nichols e Snow (*Phil. Mag.* (5), vol. 32) nell' ossido di zinco.

F. Bedell e C. Kinsley. *Studio sulle cariche residue dei condensatori e loro dipendenza dalla temperatura* (pp. 170-196). — Le principali conclusioni a cui è giunto l'A. sono le seguenti.

Il comportamento d'un condensatore dipende, in grado notevole, dal trattamento precedente. L'aumento di resistenza del conduttore durante la scarica è collegato coll'effetto di assorbimento. Le cariche precedenti modificano i risultati, aumentando o diminuendo gli effetti a seconda che esse ebbero luogo nello stesso senso o in senso contrario.

La resistenza degli olii puri si mantiene costante per ogni temperatura, ma diminuisce rapidamente coll' aumentare della temperatura. In relazione a ciò, è nullo l' assorbimento delle cariche.

Nei dielettrici solidi gli effetti di assorbimento diminuiscono coll' aumentare della temperatura, com'è dimostrato dalle cariche residue.

L' A. stesso nota che parecchi dei risultati da lui esposti erano già conosciuti. Egli pone particolarmente in rilievo il fatto della grande influenza sui risultati che ha lo stato precedente del condensatore; ciò che dà origine a gravi difficoltà nelle ricerche di questo genere: per modo che, ad es., un condensatore usato una volta sotto certe condizioni può essere praticamente inservibile per ulteriori esperienze nella stessa ricerca.

H. S. Weber. *Teoria generale delle lampade a incandescenza.* (Continuazione) (pp. 197-210). — L' A. prosegue nella esposizione dei risultati delle sue ricerche (cfr. *N. Cim.* XXXVI, nov. 1894) su questo importante argomento; ma non si possono brevemente riassumere.

I. Thornton Osmond. *Sulla conduttività termica del ferro fuso in funzione della temperatura* (pp. 211-218). — Com' è noto

dalle esperienze di Forbes e Tait, la conduttività termica del *ferro battuto* diminuisce rapidamente coll'aumentare della temperatura fino a circa 150° C., sorpassata la quale varia meno rapidamente ed assume il valore minimo quasi al calor rosso.

Le attuali esperienze, riferite da I. Osmond, furono fatte da G. W. Kessler sopra diverse sbarre di *ferro fuso (ghisa grigia)* e mostrarono che la conduttività termica di questo corpo fra 100° C. e 200° C. è del 15 % all' incirca maggiore di quella che si osserva fra 60° C. e 90° C.

G. FAÈ.

Archives des sciences physiques et nat.

3. Période, Tom. XXXII. — Maggio, Giugno, Luglio, Agosto 1894.

R. SAUSSURE. *Saggio di termodinamica grafica* (pp. 421-461). — Il Clapeyron introdusse pel primo il processo grafico in termodinamica, prendendo per coordinate la pressione ed il volume del corpo sottoposto all'esperienza. L'A., invece, sceglie per coordinate due variabili S e Φ dipendenti direttamente dall' amplitudine e dalla durata di un periodo del movimento vibratorio, che costituisce il calore. Il loro significato fisico è il seguente: Se si rappresenta simbolicamente la massa di un corpo con un cerchio, lo stato del corpo è definito dalla superficie S del cerchio e da una pressione normale Φ esercitata sulla circonferenza.

L'A. mostra che le linee isoterme sono sempre iperboli equilateri di assi coincidenti con i coordinati; le adiabatiche sono sempre curve di terzo grado (genere iperbolico). Passa poi alla rappresentazione dei calorici specifici e dei differenti coefficienti fisici, ed alla ricerca della funzione caratteristica.

Il vantaggio che l' A. trova in questo nuovo metodo grafico è che il più gran numero possibile di elementi variabili, che accompagnano le trasformazioni termodinamiche, sono rappresentabili da grandezze geometriche, e non dipendono dalla forma e dalla posizione del ciclo di trasformazione. Inoltre, il significato geometrico di questi elementi può essere un mezzo utile alla dimostrazione dei teoremi di termodinamica. Infine l' A. fa notare che l' uso delle coordinate Φ ed S non implica necessariamente un' ipotesi sul movimento vibratorio del calore, giacchè esse si possono introdurre senza parlare della loro relazione con l'amplitudine e la durata del periodo del movimento vibratorio.

F. A. GUYE. *Sulla formula di Van der Vaals:* $\log p_c - \log p = f\frac{T_c}{T} - f$ (pp. 461-480). — L'A., giovandosi dei preziosi dati for-

niti dalle sapienti ricerche di Ramsey, Young, Thomas, Cailletet e Battelli, sottopone la precedente formula al controllo dell'esperienza. Le verificazioni numeriche sono state ripartite in due gruppi: nel primo figurano i liquidi che sono formati da molecole semplici; nel secondo quelli formati da molecole più o meno polimerizzate. I liquidi a molecole semplici dànno per f valori più o meno concordanti verso il valore medio 3,006; quelli a molecole polimerizzate conducono a valori variabili, generalmente superiori a 3,2. Inoltre, per uno stesso liquido, questa quantità non è identica a se stessa in tutta l'estensione dello stato liquido. Per queste variazioni l'A. opina che l'equazione di Van der Vaals può poco servire alla rappresentazione della curva delle tensioni del vapore, ma che sarebbe soprattutto utile per decidere della grandezza molecolare dei corpi allo stato liquido.

A. Le Royer e P. Berchem. *Misura della lunghezza d'onda di un primario hertziano nell'aria mediante il cangiamento di resistenze elettriche delle limature metalliche* (pp. 558-561). — Allorchè una scintilla scocca in prossimità di tubi contenenti certe limature metalliche, che fanno parte di un circuito, la resistenza da esse offerta, diminuisce al passaggio della scintilla. Gli A. si giovano di questa proprietà per le loro ricerche, ed adoperano un primario hertziano per produrre la scintilla ed un tubo di vetro contenente una piccola quantità di limatura di ferro, mantenuta tra due aghi magnetici. Con questo apparecchio hanno potuto constatare le interferenze delle onde elettriche riflesse da una superficie metallica. Per un primario, la cui distanza delle capacità (dischi) era di 40 cm., da tre serie di esperienze, trovano un internodo di 35 cm.; per la distanza di 27 cm., da due serie di misure, trovano un internodo di 23 a 30 cm. Gli A. ritengono perciò che il tubo a limatura funziona come una specie di analizzatore e non come un risonatore, e quindi misurerebbe così la lunghezza d'onda del primario nell'aria.

L. Natanson. *Interpretazione termodinamica della legge di Maxwell* (pp. 61-66). — L'A. considera un miscuglio di gas, pensati come abitualmente, e, giovandosi della nozione di potenziale isotermico ed isodinamico del miscuglio, compara gli urti (modi di azione) delle molecole tra loro alle azioni chimiche che si producono tra i gas mescolati. Supposto raggiunto l'equilibrio, ne determina la condizione. Questa condizione, che esprime la legge di Gibbs sull'equilibrio chimico di un miscuglio di gas, costituisce pure un'espressione primitiva della legge di Maxwell, cioè di quell'ammirabile soluzione del problema della distribuzione dello

velocità in una massa gassosa, concepita secondo Maxwell stesso. Adunque, l' una legge si connette con l' altra.

N. STRINDBERG. *Sulla risonanza multipla delle ondulazioni elettriche* (pp. 129-137). — È noto il risultato ottenuto (Febbraio 1890) da Sarasin e da De la Rive: « Il valore dell' internodo è costante per uno stesso risonatore, quale che sia l' oscillatore; esso varia con le dimensioni del risonatore, anche se l' oscillatore non sia mutato » Il Poincarè e V. Bjerknes diedero l' interpretazione del fenomeno, fondandosi sull' ammortizzamento ineguale dell' oscillatore e del risonatore, e quindi niuna necessità dell' ipotesi del raggiamento multiplo. Le formule sviluppate dal Bjerknes comportano tre casi differenti riguardo alla relazione che passa tra l' ammortizzamento del risuonatore e l' internodo.

1.° Se l' ammortizzamento del risuonatore è piccolo relativamente a quello dell' oscillatore, la legge di Sarasin e De la Rive è vera.

2.° Se gli ammortizzamenti sono circa uguali, si troverà un fenomeno complesso; le lunghezze d' onda dell' oscillatore e del risonatore avranno presso a poco la stessa influenza sull' internodo osservato.

3.° Se infine l' ammortizzamento del risonatore è sufficientemente grande relativamente a quello dell' oscillatore, si otterrà una legge tutta affatto contraria a quella di Sarasin e De la Rive. Il valore dell' internodo è costante per uno stesso oscillatore, quale che sia il risonatore; esso varia con le dimensioni dell' oscillatore anche se il risonatore non è cangiato. Le lunghezze d' onda chè si osservano allora, devono essere le stesse di quelle che si trovano con metodi ben conosciuti, in cui non si usano risonatori.

Finora si erano osservati i fenomeni che rientravano nel 1° dei tre casi precedenti. L' A. si propone di osservare i fenomeni segnalati nel 2° e nel 3° caso. Adotta una disposizione sperimentale che ricorda nell' insieme quella del Blondlot; facendo uso di fili di rame e di ferro di differente diametro e lunghezza, dai risultati di parecchie esperienze conchiude:

1.° Restano constatate le tre categorie di fenomeni che esige la teoria di Bjerknes.

2.° La legge di Sarasin e De la Rive sul valore dell' internodo, come si osserva in tali ricerche, è vera se l' ammortizzamento del risonatore è assai piccolo; ciò che ha luogo praticamente, quando si usano fili di rame di 1 mm. di diametro (circa) o più.

3.° Se si effettua un ammortizzamento più grande del risonatore, il fenomeno si muta nel senso che indica la teoria di Bjerknes.

C. Margot. *Curiosi fenomeni d'aderenza al vetro dell'alluminio e di alcuni altri metalli* (pp. 138-144). — L'A. riferisce alcune esperienze da lui eseguite per dimostrare che l'alluminio, il magnesio ed in grado minore l'oro, l'argento, il platino, il rame, ecc. hanno la proprietà di lasciare sul vetro, ed, in generale, sulle sostanze a base di silice tracce metalliche, allorchè si fa uso di questi metalli a guisa di lapis. La proprietà è più sensibile, quando la superficie sfregata è ricoverta da un leggiero strato di vapor d'acqua. Anche il cadmio, ad un grado manifesto, e lo zinco, al grado minimo, posseggono la medesima proprietà, però la presenza del vapor d'acqua è un ostacolo assoluto per la presa di essi. È notevole poi che tanto il magnesio quanto l'alluminio non lasciano la minima traccia del loro strofinio sopra le faccette di un diamante, da cui segue un processo semplice per distinguere a prima ispezione un brillante da uno strass. L'A., infine, nota che una interpretrazione plausibile di questi singolari fenomeni d'aderenza sarebbe per ora prematura.

G. Rizzi.

Wied. Ann. Vol. 53, N. 11 — 1894.

C. Christiansen. *Ricerche sperimentali sull'origine dell'elettricità per strofinio* (pp. 401-431). — Un tubo A di vetro è spalmato internamente con una vernice coibente, e di fuori è per un piccolo tratto coperto da stagnola. Il tubo stesso è posto in comunicazione, per mezzo di un tubo di gomma, con un tubo di vetro a T, il quale a sua volta comunica con un recipiente di vetro munito di un lungo tubo di gomma. Il recipiente contiene del mercurio, e alzandolo o abbassandolo si può fare arrivare il mercurio a contatto con la vernice coibente, o interrompere questo contatto. Il mercurio e la stagnola anzidetta comunicano coi capi di un galvanometro. Nel tubo A si può far entrare un gas qualunque.

Con questa disposizione l'A. ha studiato la differenza di potenziale che si produce fra il coibente di cui spalma il tubo A e il mercurio o l'amalgama, misurando col galvanometro le correnti di chiusura o di apertura, ogni volta che si stabilisce o si interrompe il contatto fra il mercurio e il coibente. Da numerose esperienze, che mostrano l'influenza che sul fenomeno ha il gas che riempie il tubo, egli conclude che l'attrito non basta di per sè a produrre elettricità; le elettrizzazioni che si ritengono dovute allo strofinio sono invece dovute ad azioni chimiche provocate dal contatto. La formazione dei doppi strati immaginata da Helmholtz

consisterebbe dunque in una orientazione delle molecole, e i cationi formerebbero lo strato positivo, gli anioni quello negativo. Separando i due corpi, gli anioni restano aderenti a uno, i cationi all'altro, e perciò ambedue restano carichi. Come nell'elettrolisi, anche per lo strofinio la elettricità è inseparabile dagli ioni, e non si può quindi ritenere l'elettricità come un quid continuo. Anche la conduttività nei metalli sarebbe dovuta a movimenti di ioni, come fu indicato dal Giese (*N. Cim.* 28, pag. 88).

Invece di dividere i corpi in isolanti, semiconduttori e conduttori, sarebbe perciò più opportuno dividerli in I) isolanti o dielettrici, nei quali gli ioni non si muovono od oscillano attorno a punti fissi; II) metalli, con ioni mobili o che scambiano facilmente le loro cariche; III) elettroliti, nei quali gli ioni si muovono vincendo un attrito più o meno grande; IV) corpi analoghi all'acqua, che non contengono che pochissimi ioni, ma che permettono i loro movimenti.

N. Schiller. *Sulle forze elettriche ponderomotrici che si deducono dalla variazione dell'energia elettrostatica* (pp. 432-446). — L'A. ottiene le equazioni delle forze sopra dette con un metodo di calcolo più semplice di quello usato da Maxwell, Helmholtz e Kirchhoff.

A. Hagenbach. *Sulle coppie termoelettriche formate con metalli e soluzioni saline* (pp. 447-480). — Ripetendo con metodo diverso le ricerche termoelettriche di Ebeling e di Bouty, l'A. ha trovato che per coppie formate da un metallo nella soluzione di un suo sale, le differenze fra le f. e. m. termoelettriche dovute alle variazioni delle concentrazioni della soluzione differiscono per i diversi sali; che non si presenta, nelle sue ricerche, il massimo osservato da Ebeling per le soluzioni al 5 $^0/_0$, ma invece la f. e. m. cresce sempre al crescere della diluizione tendendo verso un limite, come si deduce dalla teoria del Nernst; e che le forze elettromotrici crescono più rapidamente delle differenze di temperatura, specialmente per le soluzioni diluite.

Per le coppie con elettrodi di platino, trovò che per gli stessi acidi, specialmente coi solfati e coi cloruri, le f. e. m. sono molto simili, tanto per l'ordine di grandezza, quanto per la dipendenza dalla concentrazione; ma le differenze nella concentrazione influiscono in queste coppie più che nell'altre. Al crescere delle temperature la f. e. m. dipende soltanto dalla temperatura stessa, e non dalle loro differenze; e probabilmente questo vale anche per le altre coppie.

H. Nagaoka. *Distribuzione della magnetizzazione in un filo di nichel durante l'azione simultanea della trazione e della torsione*

(pp. 481-486). — L'A. ha trovato che la distribuzione del magnetismo è simmetrica rispetto al punto di mezzo, eccetto il caso in cui le deviazioni che il filo di nichel produce nel magnetometro sieno piccolissime: allora la distribuzione è più complicata e il filo sembra costituito da tre magneti separati.

H. NAGAOKA. *Variazioni di lunghezza di ovoidi di ferro, nichel e cobalto prodotte dalla magnetizzazione* (pp. 487-498). — Il metodo adoperato per misurare le variazioni di lunghezza è quello stesso di cui l'A. si servì quando adoprò dei cilindri di ferro (cfr. *N. Cim.* 35, p. 96). Ora, con gli ovoidi stessi di cui si servì il Du Bois, l'A. ha ripetuto le misure dell'allungamento dovuto alla magnetizzazione; e dalle curve che ha ottenuto resulta che la variazione di lunghezza è, per molta parte del campo studiato, prossimamente proporzionale al quadrato della magnetizzazione; e quindi anche per il nichel e il cobalto, per deboli magnetizzazioni, vale la legge di Joule.

Secondo il Cantone l'allungamento sarebbe proporzionale al quadrato della forza magnetizzante esterna; ma ciò si spiega col notevole valore del fattore smagnetizzante che agiva nel caso studiato da Cantone.

A. HEYDWEILLER. *Sulla determinazione dei coefficienti d'induzione col telefono* (pp. 499-504). — L'A. indica come debba modificarsi il metodo del Forster (*N. Cim.* 23, pag. 177) per determinare col telefono i coefficienti d'induzione mutua.

L. ZEHNDER. *Sui raggi di forza elettrica polarizzati ellitticamente, e sulla risonanza elettrica* (pp. 505-512). — Con due reticoli metallici di Hertz disposti in modo che i fili di uno sieno paralleli a quelli dell'altro e paralleli al circuito primario e secondario, si possono avere dei fenomeni d'interferenza come con gli specchi piani del Boltzmann; ma se i due reticoli si ruotano nel loro piano, e in sensi opposti, di 45°, in modo che i fili di uno resultano perpendicolari a quelli dell'altro, il raggio di forza che cade su ciascun reticolo è scomposto in due parti fra loro perpendicolari, e parallele respettivamente alle direzioni dei fili: e di queste la prima attraversa il reticolo corrispondente, e la seconda ne è riflessa. I due reticoli riflettono dunque due raggi di forza elettrica polarizzati ad angolo retto e di ampiezza uguale. Spostando allora uno dei reticoli parallelamente a se stesso, si può dare ai due raggi una differenza di fase arbitraria, e si possono ottenere raggi polarizzati circolarmente o ellitticamente. Con questa disposizione si ha quindi un compensatore per raggi di forza elettrica analogo a quello di Babinet per la luce polarizzata.

L'A. termina questa Nota esponendo le ragioni per le quali

non può ammettere che la polarità osservata da esso insieme con Hagenbach nei fenomeni che si presentano nel secondario (cfr. *N. Cim.* 31, pag. 188) si spieghino colla teoria di Hertz, come vorrebbe Birkeland (*N. Cim.* 36, pag. 108).

H. E. Barton. ***Fenomeni d' interferenza delle onde elettriche che si propagano lungo i fili, analoghi agli anelli di Newton*** (pagine 513-533). — Come fu mostrato da Geitler (***Wied. Ann.* 49**, pag. 195) un'onda elettrica che si propaghi lungo due fili paralleli si riflette nei punti dove cambia la distanza dei fili, o dove i fili cambiano di spessore, o dove essi sono uniti alle armature di un condensatore. L' A. dà la teoria di questi fenomeni, e determina la parte dell' onda incidente che vien riflessa in ciascuno dei casi accennati. Le onde riflesse così ottenute interferiscono, e dànno luogo a fenomeni analoghi agli anelli di Newton; e le determinazioni sperimentali fatte con un elettrometro concordano coi resultati della teoria.

A. Garbasso e E. Aschkinass. ***Sulla refrazione e la dispersione dei raggi di forza elettrica*** (pp. 534-541). — La teoria elettromagnetica della dispersione della luce mostra che la reazione delle particelle materiali sulle onde luminose è analoga a quella che i risonatori di Hertz esercitano sulle onde elettriche; ma è ben noto che con un prisma ordinario, per es. di petrolio, non si può avere dispersione delle onde elettriche perchè i periodi di vibrazione delle molecole sono troppo piccoli in confronto delle vibrazioni hertziane.

Gli A. son riusciti a ottenere la dispersione anche delle onde hertziane, adoprando un prisma fatto con risonatori. L' eccitatore era quello del Righi, che dava onde di cm. 7,5, ed era posto nel fuoco di uno specchio sferico di ottone. Il prisma era formato da 7 lastre di vetro, alte tutte 35 cm., ma di lunghezza decrescente, da 35 a 5 cm.; e su ciascuna lastra eran fissati numerosi risonatori formati da striscioline di stagnola, di cm. 1,5 $\times$ 0,02, disposte in 12 serie; e quando il prisma era a posto, il lato più lungo dei risonatori stava verticalmente, cioè parallelo alla direzione della vibrazione del primario già detto e del secondario, costituito anche questo secondo le indicazioni del Righi.

In questo modo gli A. hanno trovato che la deviazione prodotta da tal prisma dipende dalle dimensioni del risuonatore adoperato per riceverla; e perciò non è necessario ritenere che i raggi di forza elettrica emessi dall' eccitatore sieno monocromatici, ma possono anche considerarsi composti come quelli della luce bianca.

Questo resultato conferma la teoria di Helmholtz della dispersione cromatica.

TH. SIMON. ***Sulla dispersione dei raggi ultravioletti*** (pp. 542-558). — Per mezzo della fotografia l'A. ha studiato la dispersione di 20 sostanze da $\lambda = 0{,}768$ fino a $\lambda = 0{,}2024\ \mu$; ed ha trovato che quelle sostanze si comportano come si deduce dalle formule proposte per la dispersione da Briot, Cauchy e Ketteler; e che perciò si può ammettere che con una scelta opportuna delle costanti, quelle formule sien verificate entro limiti assai estesi.

R. DE MUYNCK. ***Sugli indici di refrazione delle soluzioni acquose di sali di cadmio*** (pp. 559-563). — Scopo dell'A. è stato di verificare se l'esistenza delle molecole doppie o triple indicata da Hittorf (*Pogg. Ann.* 106, pag. 551, 1859) per le soluzioni acquose e alcooliche di cadmio, si poteva riconoscere anche otticamente; ma le curve che rappresentano gli indici di refrazione, misurati per concentrazioni diverse, sono del tutto regolari e non mostrano anomalie analoghe a quelle trovate da Hittorf per i coefficienti di trasporto degli ioni.

E. RIECKE. ***Sulla teoria dell'imbibizione*** (pp. 564-592). — Sono ricerche generali sulla teoria proposta da Engelmann per la contrazione muscolare, che si può ritenere come una applicazione speciale della teoria dell'imbibizione di sostanze organiche anisotrope soggette a forze esterne qualunque.

A. STEFANINI.

Philosophical Magazine — Vol. 38, Novembre 1894.

C. E. ST. JOHN. *Lunghezza delle onde elettriche nei fili di ferro* (pp. 425-441). — Per riconoscere se nei fili di ferro la lunghezza d'onda delle vibrazioni hertziane ha lo stesso valore che ha nei fili di rame, l'A. ha adoprato un circuito secondario di Lecher, formato solamente dai fili metallici, perchè le lastre adoperate comunemente nel secondario con la loro capacità complicano moltissimo il fenomeno. Con quella disposizione, e servendosi del metodo bolometrico del Rubens, l'A. ha trovato che la lunghezza d'onda è dell'1,5 al 2 % minore nei fili di ferro che in quelli di rame di uguali dimensioni, e che anche l'autoinduzione, per 115×10^6 inversioni al secondo, è del 3,4 al 4,3 % maggiore nel ferro. La permeabilità per il filo di ferro rincotto, con quel numero di alternazioni, è stata trovata uguale a 385 circa. Per oscillazioni dello stesso periodo, la lunghezza d'onda nei fili di rame varia in ragione diretta del loro diametro.

J. TROWBRIDGE. *Cambiamento di periodo delle onde elettriche nei fili di ferro* (pp. 441-445). — Con lo stesso metodo usato in altre esperienze (*N. Cim.* 36, pag. 219) l'A. ha studiato la stessa

questione del John, e ha trovato resultati analoghi. Ma, come osserva l'A., i resultati del John sono più importanti per la teoria del magnetismo, perchè ottenuti con oscillazioni assai più rapide.

R. THRELFALL. *Sulla trasmissione della luce dalle particelle metalliche* (pp. 446-455). — Secondo J. J. Thomson (Recenti ricerche sull'elettricità e sul magnetismo) la luce ordinaria che cade sopra una piccolissima sfera non conduttrice dovrebbe esser completamente polarizzata in ogni punto del circolo massimo perpendicolare al raggio incidente; mentre per le sfere conduttrici lo sarebbe sulla superficie di un cono il cui asse coincide col raggio incidente, e il cui angolo è di 120°.

L' A. peraltro non ha trovato alcuna differenza, per ciò che concerne la polarizzazione, nel contegno della luce che attraversa particelle di oro, di rame, di ferro, di platino e di mastice. Quindi, ammettendo giuste le conclusioni del Thomson, bisognerebbe ritenere che le particelle di oro, per es., quando sono così sottili da trasmetter la luce, fossero coibenti, ciò che concorderebbe con la grandissima loro trasparenza.

In una Nota alla Memoria del Threlfall, il Thomson dice di aver fatto, due anni or sono, esperienze analoghe con lo stesso resultato del Threlfall, e che quindi confermerebbero i resultati del Maxwell e del Wien, che la resistenza dei metalli per correnti rapidamente alternate che costituiscono la luce è molto maggiore che per correnti continue. Ma egli fa osservare che è difficile, con queste esperienze, poter verificare quella teoria, perchè bisognerebbe esser certi che il diametro delle particelle studiate fosse piccolo in confronto della lunghezza d'onda della luce adoprata, e grande in confronto dello spessore entro cui posson penetrare le correnti.

W. M. HICKS. *Sull' autoinduzione e sul potenziale di gravità di un anello* (pp. 456-472). — Il coefficiente di autoinduzione di una corrente circolare fu dato già dal Minchin (*N. Cim.* 35, p. 249); ma l' A. indica come possa ottenersi con l' uso delle funzioni toroidali, le cui proprietà sono esposte in due Memorie delle *Phil. Trans.* del 1881. Tenendo conto della distribuzione della corrente nel filo, per il primo termine del coefficiente di auto-induzione invece del valore πa (4 log $8a/c$ — 8) indicato dal Minchin, l' A. trova πa (4 log $8a/c$ — 7).

A. P. CHATTOCK e F. B. FAWCETT. *Sull' energia della molecola amperiana* (pp. 473-482). — Le esperienze di cui si tratta in questa Nota furono fatte per riconoscere se le correnti molecolari di Ampére sono accompagnate da movimenti delle molecole stesse. Se ciò fosse, una sbarra di ferro magnetizzata a satura-

zione dovrebbe diminuire il suo momento magnetico e la sua temperatura, quando fosse aumentata subitamente l'intensità del campo magnetico in cui si trova.

La diminuzione anzidetta del momento magnetico è troppo piccola per poterla misurare; mentre dovrebbe esser misurabile l'abbassamento di temperatura; ma gli A. sottoponendo alla prova una matassina o un fascetto di fili di ferro disposti paralleli alle linee di forza, ed esplorandone la temperatura con un'appropriata pila termoelettrica, non trovarono verificata la deduzione teorica, perchè le indicazioni della pila termoelettrica non furono sempre dello stesso senso; talchè concludono che se anche le correnti molecolari sono dovute a movimenti rotatori delle cariche portate dagli ioni, questi moti non sono inseparabilmente connessi con un movimento rotatorio delle molecole stesse.

F. L. O. Wadsworth. *Nuovo metodo di magnetizzazione di rendere astatici gli aghi da galvanometro* (pp. 482-483). — Fra le condizioni che determinano il massimo di sensibilità dei galvanometri, una delle principali è l' intensità della magnetizzazione e l' uguaglianza dei momenti degli aghi che formano il sistema astatico, cose che dipendono moltissimo dal modo della magnetizzazione. L'A. ha adoperato, per magnetizzare gli aghi di un galvanometro Thomson, un doppio rocchetto con i nuclei di ferro piegato a U e colle estremità affacciate, fra le quali si pongono gli aghi da magnetizzare, già fissati al sostegno. Aggiustando opportuni pezzi mobili alle espansioni polari, l'elettromagnete può servire per sistemi d'aghi di dimensioni assai diverse. Si ha così un modo assai comodo di fare dei sistemi astatici con aghi magnetizzati a saturazione, e di rimagnetizzare quelli che avessero perduto la primitiva intensità. Così la sensibilità di un galvanometro può essere notevolmente aumentata.

J. B. Henderson. *Sugli effetti dei campi magnetici sulla conduttività elettrica del bismuto* (pp. 488-493). — Con l' elettromagnete ad anello del Du Bois (*N. Cim.* 35, pag. 205) l' A. ha studiato la variazione della resistenza elettrica del bismuto con l'intensità del campo e la temperatura. Le variazioni di resistenza, a temperatura costante, quando aumenta l'intensità del campo, sono notevoli: così a 18° c. per un campo che varia da 0 a 38900 C.G.S. la resistenza di una spiralina di bismuto varia da 8,57 a 28,56 ohm. Tenendo costante il campo, la resistenza cresce al crescere della temperatura. Si può dunque, con le tre variabili — resistenza, intensità del campo, temperatura — costruire una superficie, che dà il valore di una di esse quando le altre due sono note: l' A. dà, di quella superficie, i disegni delle sezioni nei

piani coordinati. Nell' uso che si fa delle spirali di bismuto per misurare i campi magnetici, bisogna dunque tener conto anche della temperatura.

L' A. non ha trovato poi nè isteresi nella resistenza del bismuto per valori ascendenti e discendenti dell'intensità del campo, nè alcun ritardo di tempo, misurabile a secondi, nel riprender lo stesso valore della resistenza quando l'intensità del campo in cui il bismuto è posto passa da zero a un valore finito e ritorna a zero; mentre i resultati ottenuti da Lenard (*N. Cim.* 29, pag. 94) con le correnti alternate mostrano che per tempi piccolissimi tal ritardo deve presentarsi.

A. STEFANINI.

FINE DEL VOLUME XXXVI SERIE III.

INDICE

RIVISTA.

Comptes Rendus. — 1894.

Journal de Physique. — 1894.

Archives des sciences phys. et nat. — 1894.

The Physikal Review. — 1894.

Wiedemann Annalen. — 1894.

Philosophical Magazine. — 1894.